Álgebras no plural

Manuela da Silva Souza

IME-UFBA

30 de julho de 2024

A pequena Manuela e os estereótipos de gênero, raça e classe na Matemática

Época escolar (CERS - Salvador - BA - 2002)

II Bienal de Matemática 2004 (UFBA)

Mulheres negras na graduação em Matemática no Brasil

24,5%	10,5%
Concluintes em Licenciatura em 2018	Concluintes em Bacharelado em 2018

FONTE: NOTICIÁRIO ELETRÔNICO DA SBM
EDIÇÃO ESPECIAL DE 2020 (DADOS DO INEP
COMPILADOS PELA
DOUTORANDA PRISCILA PEREIRA, DA
UNIVERSITY OF ILLINOIS AT CHICAGO NOS
EUA)

Escola de Álgebra 2010 (UnB)

Defesa de doutorado 2013 (Unicamp)

Polynomial Identities in Algebras
Conference - Canadá - 2011

Polynomial Identities in Algebras
Conference - Itália- 2019

Mulheres negras na pós-graduação em Matemática no Brasil

2,46%

do total de estudantes matriculados em 2017

88%

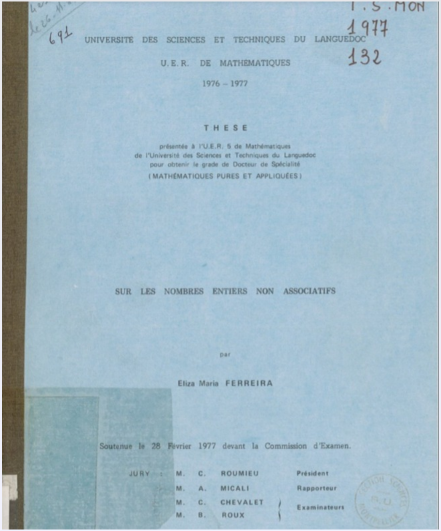
nos mestrados acadêmico ou profissional em 2017

FONTE: NOTICIÁRIO ELETRÔNICO DA SBM EDIÇÃO ESPECIAL DE 2020 (DADOS DA CAPES COMPILADOS PELA DOUTORANDA PRISCILA PEREIRA, DA UNIVERSITY OF ILLINOIS AT CHICAGO NOS EUA)

Defesa de Mestrado de Joselma Santos (2015)

Defesa de Doutorado de Pedro Morais (2022)

Tese de doutorado Eliza Ferreira – 1977



T.S.MON
1977
132

691

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC

U. E. R. DE MATHEMATIQUES

1976 – 1977

THESE

présentée à l'U.E.R. 5 de Mathématiques
de l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc
pour obtenir le grade de Docteur de Spécialité
(MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES)

SUR LES NOMBRES ENTIERS NON ASSOCIATIFS

par

Eliza Maria FERREIRA

Soutenue le 28 Février 1977 devant la Commission d'Examen.

JURY :	M.	C.	ROUMIEU	Président
	M.	A.	MICALI	Rapporteur
	M.	C.	CHEVALET	Examinateurs
	M.	B.	ROUX	

- Eliza Maria Ferreira Veras da Silva foi professora da UFBA entre 1969 e 1992.
- Primeira professora do IME-UFBA a ter doutorado.
- É (provavelmente) a mulher negra do Brasil com o título mais antigo de doutorado em Matemática, obtido na Universidade de Montpellier na França em 1977, na área de Álgebra.

Projeto de extensão PAPIC-Eliza Ferreira: a matemática como aliada da luta antirracista

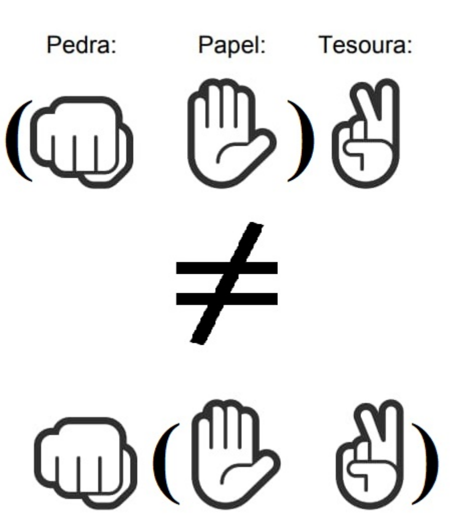
Black Heroes of Mathematics Conference 2023: contribuições inspiradoras de referências negras na Matemática e Educação Matemática

Por que "álgebras no plural"?

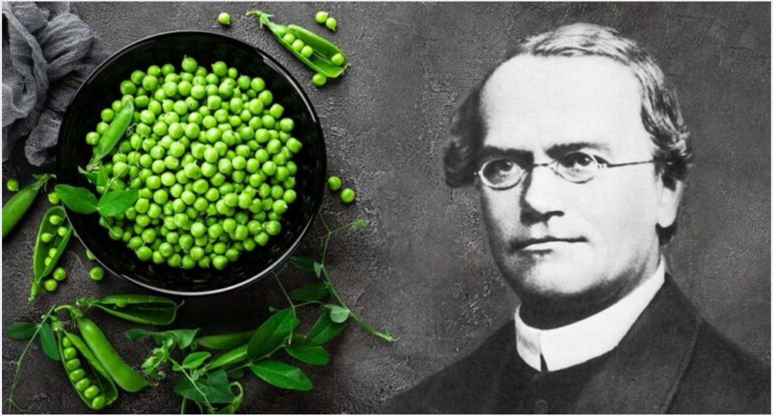
A álgebra é a arte de reduzir e resolver equações (Gauss, 1801)

É o estudo das chamadas **estruturas algébricas**, ou seja, estruturas que conssistem de um ou mais **conjuntos fechados sob uma ou mais operações sujeitas a certos axiomas.**

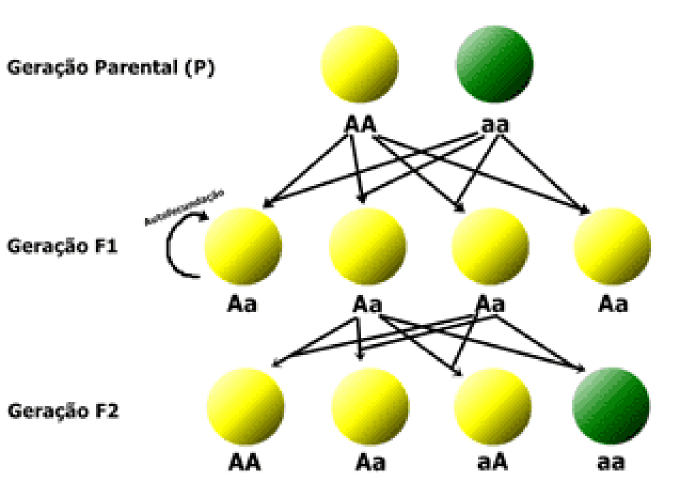
Pedra-papel-tesoura e as operações não associativas



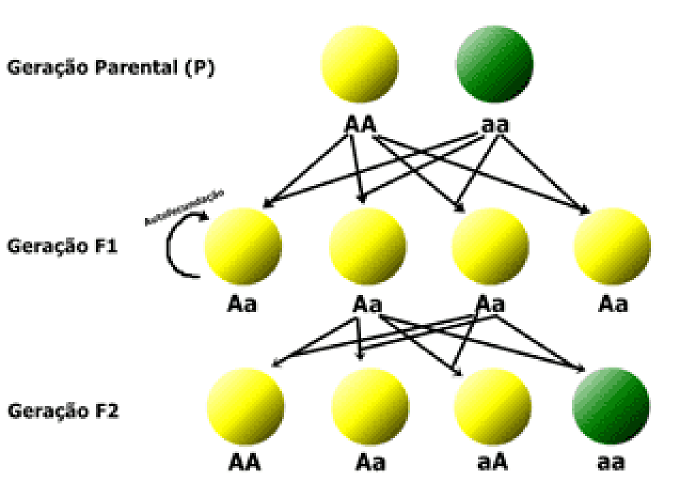
Gregor Mendel e a natureza matemática da genética



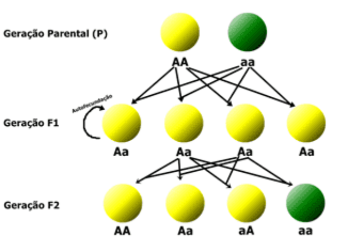
Um modelo para herança genética



Um modelo para herança genética



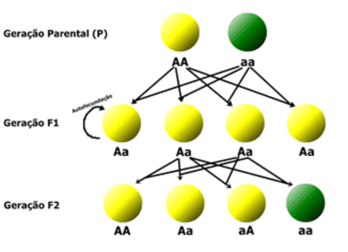
Álgebras genéticas



$*$	AA	Aa	aa
AA	AA	$\frac{1}{2}AA + \frac{1}{2}Aa$	Aa
Aa	$\frac{1}{2}AA + \frac{1}{2}Aa$	$\frac{1}{4}AA + \frac{1}{2}Aa + \frac{1}{4}aa$	$\frac{1}{2}Aa + \frac{1}{2}aa$
aa	Aa	$\frac{1}{2}Aa + \frac{1}{2}aa$	aa

$\mathcal{A} :=$ Álgebra de dimensão 3 sobre $\mathbb{R}$, com base $\{AA, aa, Aa\}$ e multiplicação induzida pela tabela acima.

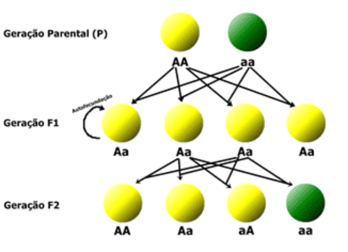
Álgebras genéticas



$*$	AA	Aa	aa
AA	AA	$\frac{1}{2}AA + \frac{1}{2}Aa$	Aa
Aa	$\frac{1}{2}AA + \frac{1}{2}Aa$	$\frac{1}{4}AA + \frac{1}{2}Aa + \frac{1}{4}aa$	$\frac{1}{2}Aa + \frac{1}{2}aa$
aa	Aa	$\frac{1}{2}Aa + \frac{1}{2}aa$	aa

$\mathcal{A} :=$ Álgebra de dimensão 3 sobre $\mathbb{R}$, com base $\{AA, aa, Aa\}$ e multiplicação induzida pela tabela acima.

Álgebras genéticas



$*$	AA	Aa	aa
AA	AA	$\frac{1}{2}AA + \frac{1}{2}Aa$	Aa
Aa	$\frac{1}{2}AA + \frac{1}{2}Aa$	$\frac{1}{4}AA + \frac{1}{2}Aa + \frac{1}{4}aa$	$\frac{1}{2}Aa + \frac{1}{2}aa$
aa	Aa	$\frac{1}{2}Aa + \frac{1}{2}aa$	aa

$\mathcal{A} :=$ Álgebra de dimensão 3 sobre $\mathbb{R}$, com base $\{AA, aa, Aa\}$ e multiplicação induzida pela tabela acima.

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$(AA * Aa) * aa = (\frac{1}{2}AA + \frac{1}{2}Aa) * aa = \frac{1}{2}(AA * aa) + \frac{1}{2}(Aa * aa) = \frac{1}{2}Aa + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}Aa * \frac{1}{2}aa) = \frac{3}{4}Aa + \frac{1}{4}aa.$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$AA * (Aa * aa) = AA * (\frac{1}{2}Aa + \frac{1}{2}aa) = \frac{1}{2}(AA * Aa) + \frac{1}{2}(AA * aa) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}AA + \frac{1}{2}Aa) + \frac{1}{2}Aa = \frac{1}{4}AA + \frac{3}{4}Aa.$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

Situação 1: Uma população com genótipo AA (para uma característica fixada) cruza com uma de genótipo Aa e a população resultante cruza com uma de genótipo aa.

$$(AA * Aa) * aa = (\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) * aa = \tfrac{1}{2}(AA * aa) + \tfrac{1}{2}(Aa * aa) = \tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}Aa * \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{3}{4}Aa + \tfrac{1}{4}aa.$$

Situação 2: Uma população com genótipo AA (para a mesma característica fixada) cruza com uma população resultante do cruzamento de uma de genótipo Aa com de genótipo aa.

$$AA * (Aa * aa) = AA * (\tfrac{1}{2}Aa + \tfrac{1}{2}aa) = \tfrac{1}{2}(AA * Aa) + \tfrac{1}{2}(AA * aa) = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}AA + \tfrac{1}{2}Aa) + \tfrac{1}{2}Aa = \tfrac{1}{4}AA + \tfrac{3}{4}Aa.$$

$$(AA * Aa) * aa \neq AA * (Aa * aa)$$

A álgebra $\mathcal{A}$ com base $\{AA, aa, Aa\}$ e multiplicação induzida pela tabela anterior **é comutativa, mas não é associativa!!!!**

A álgebra $\mathcal{A}$ satisfaz a identidade

$$(x^2, y, x) := (x^2y)x - x^2(yx) = 0$$

para todo x, y em $\mathcal{A}$ (ou seja, combinações lineares da base $\{AA, aa, Aa\}$).

A álgebra $\mathcal{A}$ é uma álgebra de Jordan!!!!

$$(AA * Aa) * aa \neq AA * (Aa * aa)$$

A álgebra $\mathcal{A}$ com base $\{AA, aa, Aa\}$ e multiplicação induzida pela tabela anterior **é comutativa, mas não é associativa!!!!**

A álgebra $\mathcal{A}$ satisfaz a identidade

$$(x^2, y, x) := (x^2y)x - x^2(yx) = 0$$

para todo x, y em $\mathcal{A}$ (ou seja, combinações lineares da base $\{AA, aa, Aa\}$).

A álgebra $\mathcal{A}$ é uma álgebra de Jordan!!!!

$$(AA * Aa) * aa \neq AA * (Aa * aa)$$

A álgebra $\mathcal{A}$ com base $\{AA, aa, Aa\}$ e multiplicação induzida pela tabela anterior **é comutativa, mas não é associativa!!!!**

A álgebra $\mathcal{A}$ satisfaz a identidade

$$(x^2, y, x) := (x^2y)x - x^2(yx) = 0$$

para todo x, y em $\mathcal{A}$ (ou seja, combinações lineares da base $\{AA, aa, Aa\}$).

A álgebra $\mathcal{A}$ é uma álgebra de Jordan!!!!

$$(AA * Aa) * aa \neq AA * (Aa * aa)$$

A álgebra $\mathcal{A}$ com base $\{AA, aa, Aa\}$ e multiplicação induzida pela tabela anterior **é comutativa, mas não é associativa!!!!**

A álgebra $\mathcal{A}$ satisfaz a identidade

$$(x^2, y, x) := (x^2 y)x - x^2(yx) = 0$$

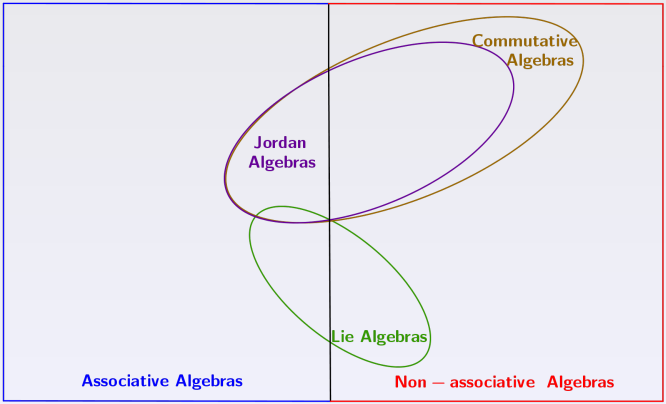
para todo x, y em $\mathcal{A}$ (ou seja, combinações lineares da base $\{AA, aa, Aa\}$).

A álgebra $\mathcal{A}$ é uma álgebra de Jordan!!!!

Álgebras de Jordan

- São álgebras comutativas, não (necessariamente) associativas que satisfazem a identidade
$$(x^2 \circ y) \circ x - x^2 \circ (y \circ x) = 0 \text{ (identidade de Jordan).}$$
- Matrizes reais de ordem n com o produto
$$A \circ B = \frac{AB + BA}{2}$$
são álgebras de Jordan.
- Álgebras de Jordan foram introduzidas por Pascual Jordan (1933) para formalizar noções da mecânica quântica.

Álgebras (no plural):= espaços vetoriais com um produto bilinear



Álgebra : $=$ F-álgebra (sobre um corpo F).

Minha área de pesquisa: Teoria de identidades polinomiais (PI-teoria)

INGREDIENTES:

- Um corpo F (infinito, finito, $\text{char}(F) = 0$, $\text{char}(F) = p > 0$).
- Uma classe de álgebras (em geral, uma variedade de álgebras).
- Noção de polinômio nessa classe (Álgebra livre na classe)
- Noção de identidade polinomial.

Vem aí ...


3º ENCONTRO BRASILEIRO DE MULHERES MATEMÁTICAS
13 a 16 NOV/2024
Universidade Federal da Bahia
Campus Ondina, Salvador - BA
Comissão Organizadora
Simone Moraes – UFBA - coordenadora
Barbara Valerio – USP
Elais Cidely – UFBA
Elen Barbosa – UFBA
Janice Lopes – UFG
Juliana Canella – UFPA
Juliana Miranda – UFAM
Manuela Souza – UFBA
Sylvia Ferreira – UFRPE
Apoio:
INCTMat
UFBA
Universidade Federal da Bahia
Informações:
https://sites.google.com/view/ebmm-3
iiiebmm.ufba@gmail.com
@iiiebmm

Para próxima Bienal em 2026...

Que tenhamos mais pesquisadores negros e negras plenaristas!

"Quando a mulher negra se movimenta, toda a estrutura da sociedade se movimenta com ela." (Angela Davis)

Obrigada! (manuela.dss@gmail.com)