

O Desenvolvimento Histórico das Equações Diofantinas

S.Pinheiro, Larissa¹; Da .S.Lobato, Fabrício² e M.B.Valdivia, Tania³

Resumo: O presente trabalho científico busca desenvolver uma pesquisa inicial para compreender o contexto histórico-social e os personagens que estudaram as equações diofantinas, sendo seu principal precursor Diofanto, que foi pioneiro em estudar essas equações em seu Livro Aritmetica, por isso atribuído o nome da equação a ele, mas vamos mostrar por meio de um estudo histórico que essas equações já eram estudadas muito antes de Diofanto por Brahmagupta, onde esses estudos influenciaram outros matemáticos que puderam desenvolver um campo da Matemática que é a Teoria dos Números.

Palavras-chave: Diofanto; Equações Diofantinas; História da Matemática;

1. Introdução

As equações diofantinas, ou equações com coeficientes inteiros, têm uma longa história na matemática, remontando aos tempos antigos e possuem seu nome inspirado no matemático Diofanto de Alexandria. Diante disso, as equações diofantinas são um estudo fundamental na matemática, em que se dedica à resolução de equações polinomiais com coeficientes inteiros e soluções também inteiras. Ao longo da história, esse estudo da matemática desempenhou um papel crucial no desenvolvimento da teoria dos números, sendo considerado um dos pilares fundamentais dessa teoria. Dessa forma, esta pesquisa tem como objetivo explorar o desenvolvimento histórico das equações diofantinas, destacando os estudos sobre aritmética de Diofanto, o qual influenciou outros matemáticos. Por isso, é inegável a importância da pesquisa sobre equações diofantinas..

2. Metodologia

Para traçar o desenvolvimento histórico das equações diofantinas, analisamos obras clássicas e modernas sobre História da Matemática que tratavam da história da álgebra e dos números, buscando informações sobre o contexto Social e histórico em que as equações diofantinas se desenvolveram. Para Severiano (2013) a pesquisa bibliográfica consiste em utilizar informações e conceitos já existentes em documentos impressos, como livros, artigos e teses, para embasar uma nova pesquisa. O pesquisador se baseia em registros previamente estudados por outros pesquisadores, transformando os textos em fontes para o desenvolvimento de seu próprio estudo. Dessa forma, ele utiliza as contribuições de autores para fundamentar sua pesquisa.

3.Contexto Histórico e Social

O estudo das equações diofantinas tem suas raízes na antiguidade, com os gregos e hindus desenvolvendo métodos para resolver problemas de divisibilidade e congruência. De acordo com Struik (1992) a antiga álgebra dos Babilônios e dos indianos sobreviveram ao brilho da civilização grega e obteve o aperfeiçoamento por alguns homens, o qual se destaca Diofanto, que pode ter sido um babilônio helenizado, sendo que seu livro foi um dos tratados mais fascinantes da antiguidade greco-romana.

De acordo com Rosa (2012) Diofanto teve um papel muito importante para o desenvolvimento da Matemática, pois ele inovou com as notações, trocando as palavras por símbolos, permitindo abreviações e facilitando os cálculos, sendo que, o seu Livro Aritmetica é considerado o primeiro na utilização de símbolos e na resolução de equações indeterminadas, também conhecidas como equações diofantinas, que é um método para a solução de determinadas equações algébricas. Para Stewart(2014) as obras de Diofanto obtiveram uma certa influencia para o desenvolvimento da Teoria dos Números, no qual Stewart (2014,p.121) explica que ele “estudou questões gerais em vez de questões numéricas específicas, embora suas respostas tenham sido números específicos”, sendo assim, vamos tratar um pouco mais dos problemas estudados por Diofanto.

4.Equações Diofantinas

As equações diofantinas tem como pioneiro Diofanto de Alexandria, filósofo e matemático grego, o qual estima-se que seu nascimento se deu em 200 d.C., no Egito, em Alexandria e presume-se sua morte em 284 d.C.. Entretanto, segundo Dirk (1992), é incorreto afirmar que Diofanto é o matemático precursor das equações diofantinas, visto que a primeira solução geral da equação indeterminada do primeiro grau é encontrada por Brahmagupta (597 d.C – 668 d.C), porém, é indispensável mencionar que Diofanto de Alexandria desenvolveu resultados relevantes para soluções de equações em problemas matemáticos.

Figura 1: Diofanto de Alexandria.



Fonte: <https://amatematicagrega.blogspot.com/2012/01/diofanto-de-alexandria.html>

Além disso, Diofanto foi considerado por alguns como pai da álgebra, em seus estudos se caracterizava em interessar-se por soluções racionais, sendo forte sua influência em outros matemáticos, a exemplo disso: Pierre Fermat, retomou os estudos realizados por Diofanto e obteve resultados consideráveis, procurando generalizar um problema visto na obra “Aritmetica de Diofanto”, publicado em 1861, criando sua obra mais famosa “último teorema de Fermat” e buscou restringir suas soluções para os números inteiros.

Figura 2: “Livro Aritmetica de Diofanto”



Fonte: <https://en.wikipedia.org/wiki/Diophantus>

A Aritmética de Diofanto é uma obra com 13 livros, dos quais 6 sobreviveram como cópias, em que se predomina um estudo dedicado a resoluções exatas de equações indeterminadas, essa obra foi caracterizada por demonstrar ser desvinculada aos métodos algébricos e dedicar-se a soluções exatas, por isso, suas considerações influenciaram fortemente para o desenvolvimento das equações diofantinas. As obras de Diofanto de Alexandria abordavam uma metodologia própria acerca das soluções de equações determinadas. Além disso, conforme Boyer (1983), é possível considerar três estágios no desenvolvimento da álgebra, e segundo o autor, Diofanto se encaixava no segundo estágio, intermediário ou sincopado, enquanto matemáticos solucionavam equações por meio da escrita tradicional, Diofanto por ser iniciador em símbolos, desenvolvia essas soluções atribuindo símbolos algébricos.

Essas notações são extremamente diferentes das atuais, a exemplo disso, o autor Stewart (2014, p 79), exhibe um quadro de notações, em que por exemplo, ΔY era considerado símbolo de Diofanto para definir quadrado e atualmente define-se por x².

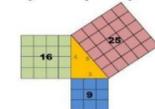
Quadro 1: Notações de Diofanto e as atuais

Símbolos de Diofanto	Símbolo Atual	Significado
Y	X	Incógnita
ΔY	X ²	Quadrado
Ky	X ³	Cubo

Fonte: Stewart (2014,p 79)

De acordo com Stewart(2014), Diofanto aprofundou seus saberes gerais em vez de ficar apenas em questões numéricas específicas, contribuindo com uma consequência do Teorema de Pitágoras. Em termos algébricos o Teorema diz que, se um triângulo retângulo tem lados a, b e c, sendo c o lado maior, então a² + b² = c². Para o triângulo Retângulo especial de lados 3, 4 e 5 temos 3² + 4² = 5².

Figura 3: Tripla Pitagórica



Fonte: <https://cienciagaragem.blogspot.com/2018/05/as-triplas-ou-ternos-pitagoricos.html>

Trincas pitagóricas como essa, foram encontradas por Diofanto. Para isso, ele pega qualquer par de números inteiros e com a diferença entre seus quadrados, o dobro de Seu produto e a soma de seus quadrados. Os três números resultantes sempre formam uma trinca pitagórica. Como a escolha do par de números foi arbitrária, Diofanto provou que existem infinitas trincas pitagóricas. A seguir vamos apresentar um problema encontrado na obra “Arithmetica” de Diofanto:

Problema 1, Livro VI: Encontre um triângulo pitagórico em que a hipotenusa subtraída de cada um dos catetos é um cubo. (Resposta de Diofanto: 40, 96, 104).

Para as equações diofantinas, Diofanto sugere ser qualquer equação com uma ou mais incógnitas que assumem valores inteiros, sendo elas determinadas ou indeterminadas, especialmente o formato das equações diofantinas lineares da forma: ax + by = c, onde a, b e c são inteiros dados e x e y inteiros incógnitas. Com as generalizações de Diofanto, achar soluções para as equações diofantinas consiste em atribuir valores para as incógnitas, de modo que satisfaçam a igualdade, permitindo em muitos problemas esclarecer situações contextualizadas.

5.Conclusão

A Matemática que temos hoje, toda organizada e com os campos de estudo bem definidos, não se tratam de uma obra de um único homem, nasce de um longo processo histórico e com diversos personagens, que de alguma forma, para tentar estudar e resolver problemas do contexto social onde estavam inseridos, desenvolveram estudos em torno da Aritmética, no caso de Diofanto, que influenciaram outros estudiosos que puderam aprofundar os estudos realizados por Diofanto até chegar ao que temos hoje, que é a Teoria dos Números.

Referências

- [1] BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução Elza F. Gomide. São Paulo. Editora: Edgard Blucher. Usp1974.
- [2] EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução por Hygino H. Domingues. 5ª ed.Campinas: Editora da Unicamp, 2011
- [3] ROSA, C. A. de Proença. **História da Ciência: da antiguidade ao renascimento científico**. 2. ed. Brasília: FUNAG, 2012.
- [4] SEVERIANO, A.J. **Metodologia do Trabalho Científico**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2013.
- [5] STEWART, Ian. **Em busca do infinito: uma história da matemática dos primeiros números à teoria do caos**. Tradução por George Schlesinger. 1ª ed Rio de janeiro: Editora Zahar, 2014.
- [6] STRUIK, Dirk J. **História Concisa das Matemáticas**. Lisboa: Gradiva,1992.

¹Universidade Federal do Pará-UFPA

² Universidade Federal do Pará-UFPA

³ Universidade Federal do Pará-UFPA