

Geometria fractal e origami: um entrelaçamento possível

Larangeira, Quendra¹; Mathias, Carmen²

Resumo: Sabendo das particularidades inerentes a área da Geometria Fractal, e considerando que em poucos cursos de de Matemática Licenciatura esse tópico consta no currículo, este trabalho tem como objetivo apresentar um recorte de uma pesquisa em andamento, cuja proposta de trabalho consta no estudo de tal Geometria. Além disso, pretende-se compartilhar os conhecimentos por meio de uma oficina que visa apresentar as características da referida Geometria e propor a construção do fractal Esponja de Menger utilizando origamis. Essa atividade está sendo planejada para ser aplicada em acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade localizada no sul do país.

Palavras-chave: Geometria Fractal, Origami, Formação de professores. (Times New Roma itálico, tamanho 10)

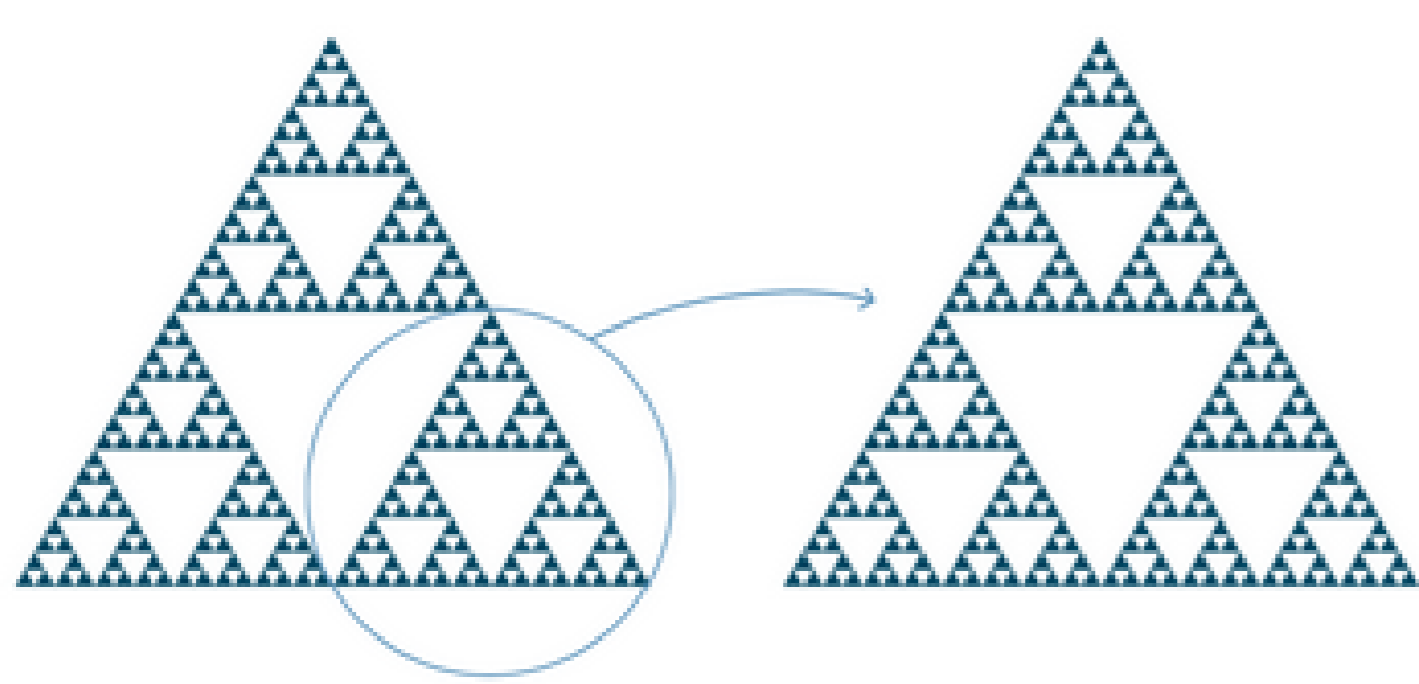
1. Introdução

“nem as nuvens são esféricas, nem as montanhas cônicas, nem as costas circulares, nem a casca [da árvore?] lisa nem tampouco o raio é retilíneo” - Benoit Mandelbrot [4]

- Geometrias na formação de professores - UFSM
 - Geometria Analítica, Geometria Plana e Geometria Espacial
- Base Nacional Comum Curricular (BNCC): prevê o estudo de Geometrias Não Euclidianas, especificamente de fractais, na etapa do ensino médio [2];
- Falta ao licenciando um contato com a Geometria Fractal na formação inicial.
- **Objetivo:** delinear uma proposta de oficina de construção do fractal Esponja de Menger utilizando origamis para acadêmicos de licenciatura em matemática da UFSM.

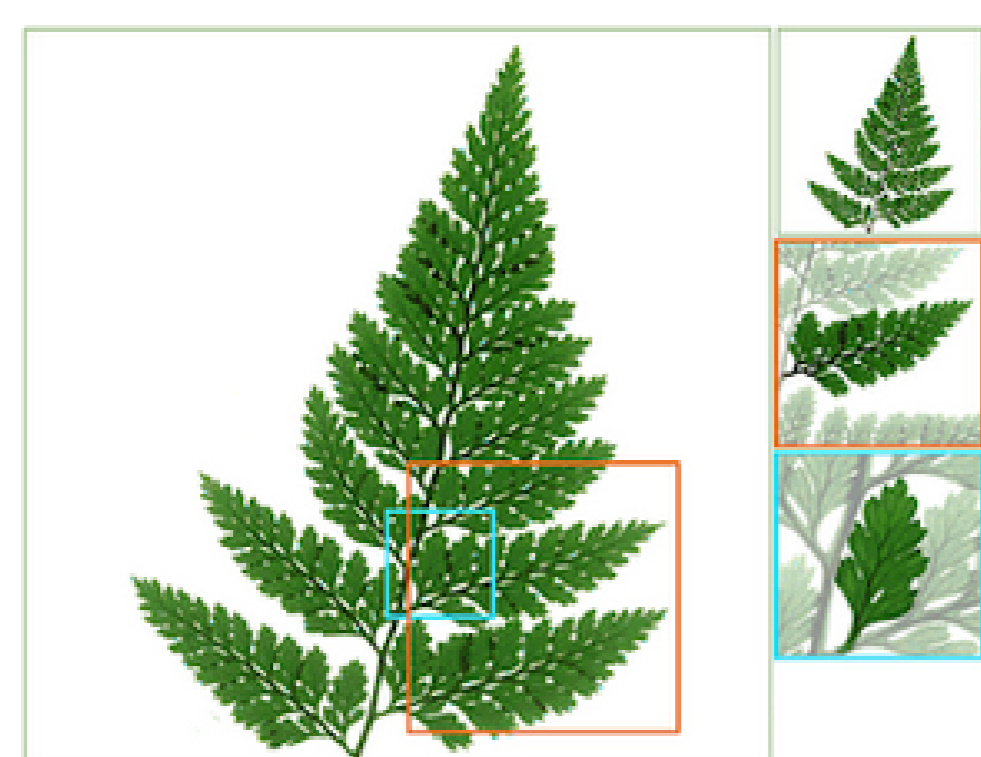
2. Geometria fractal

- Objetos matemáticos são modelos idealizados do mundo natural;
- Limitações da Geometria Euclidiana na modelagem destes objetos;
- Distinções entre Geometria Euclidiana e Geometria Fractal:
 - **Autossimilaridade:** similaridade entre uma pequena região e a região toda.
- Autossimilaridade exata: Presente em modelos matemáticos (ex.: Triângulo de Sierpinski).



Triângulo de Sierpinski. Fonte: [3]

- Autossimilaridade aproximada: Presente na natureza; (ex.: ramo de samambaia).



Ramo de samambaia. Fonte: [5]

– **Complexidade infinita:** Refere-se ao processo de geração de uma figura através de iterações infinitas.

- Em fractais com autossimilaridade exata, infinitas iterações geram uma estrutura infinitamente complexa.

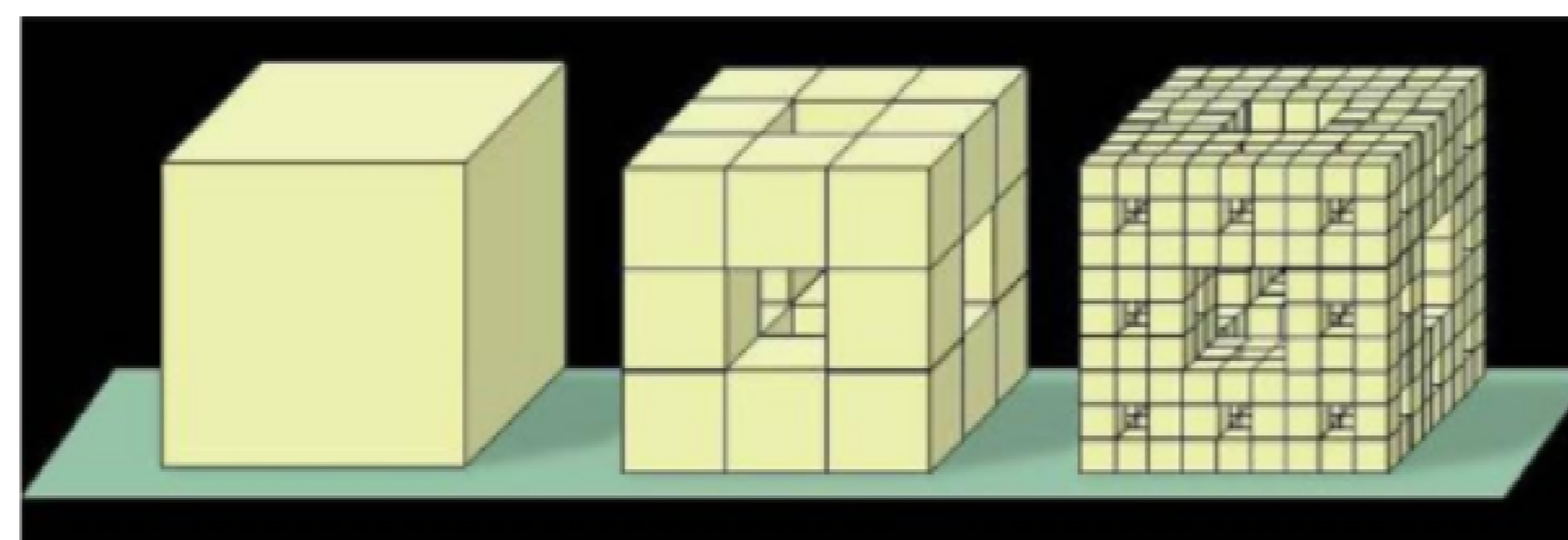
– **Dimensão Fractal:** Representa o grau de ocupação de uma estrutura no espaço que a contém e pode assumir valores não inteiros.

- Dada por

$$D_f = \frac{\log N}{\log \frac{1}{r}}$$

- **A Esponja de Menger**

– Fractal apresentado por Karl Menger, um matemático austríaco.
– Construído a partir de um cubo tridimensional, uma extensão do Conjunto de Cantor e do Tapete de Sierpinski.



Esponja de Menger. Fonte: [1]

- Processo de construção:

1. Dividir cada face do cubo em 9 quadrados, resultando em 27 cubos menores.
2. Remover o cubo do meio de cada face e o cubo central, restando 20 cubos.
3. Repetir o processo infinitamente, gerando a Esponja de Menger.

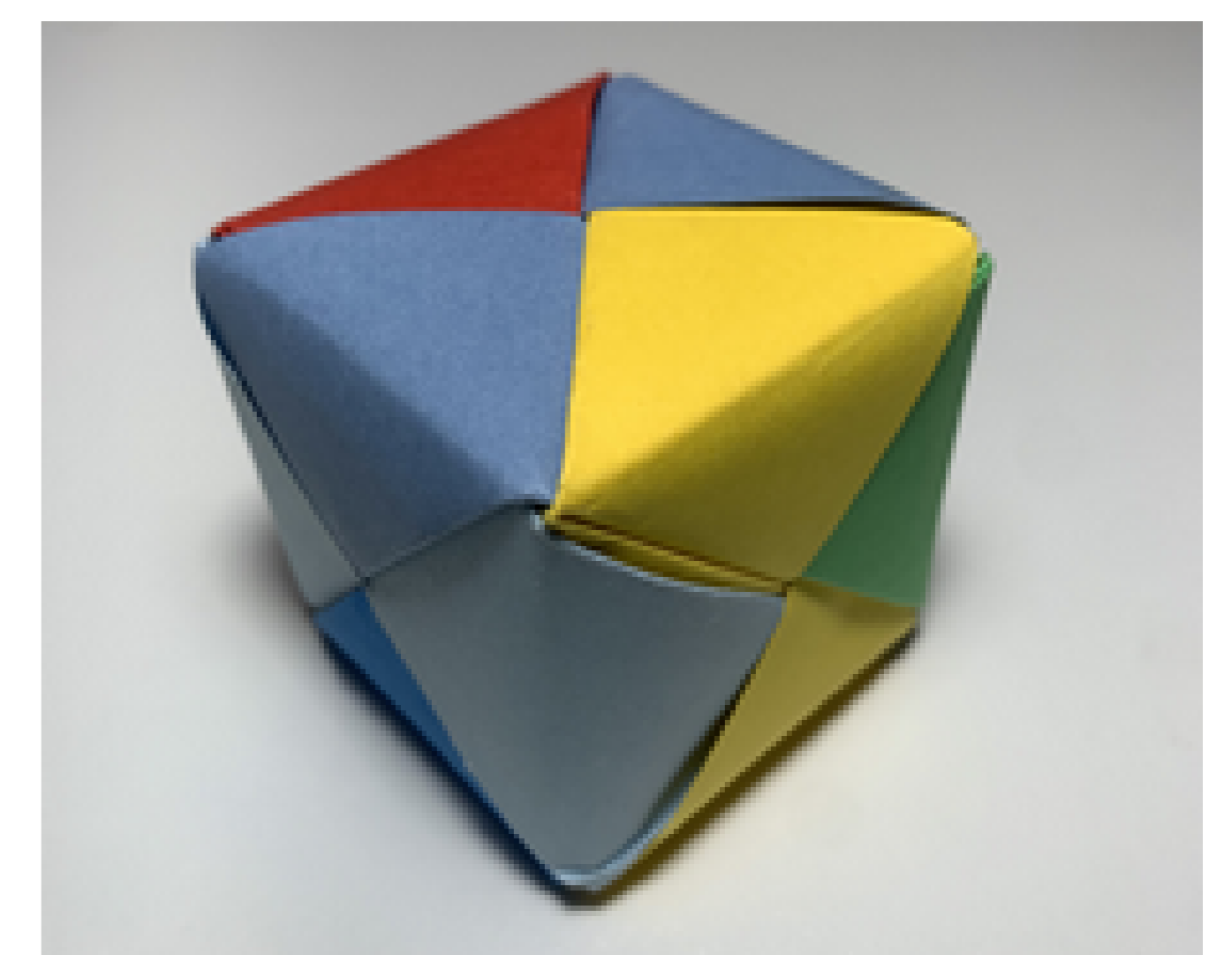
3. Origamis

- Arte japonesa de dobrar papel para criar representações de objetos;
- Útil na matemática devido ao uso de material concreto e matemática no processo de dobradura.
- Aplicações no Ensino de Geometria
 - Ajuda na exploração de propriedades matemáticas de figuras planas e sólidos geométricos;
 - Facilita a construção do conhecimento matemático;
 - Manipulação e visualização de objetos concretos tornam conceitos complexos mais compreensíveis.
- Neste trabalho
 - Construção da Esponja de Menger com cubos de origami
 - Cada cubo é composto por 6 paralelogramos construídos a partir da dobradura de papel

4. Proposta de oficina

- Curso de Matemática - licenciatura da UFSM não tem contato com a Geometria Fractal a partir das disciplinas ofertadas no curso;
- Proposta de quatro encontros:

1. Apresentar a pesquisa e a Geometria Fractal, destacando suas características, particularidades e alguns fractais clássicos;
2. Apresentar a Esponja de Menger e suas características - dimensão, área e volume;
3. Apresentar os origamis, suas características e iniciar a construção dos cubos Sonobe;
4. Finalizar a construção da Esponja e realizar encaminhamentos finais;



Cubo Sonobe. Fonte: Autoras

5. Realizar uma avaliação da oficina com os participantes, em relação ao tema e metodologia utilizados.

Referências

- [1] ARITA, A. C. P.; SILVA, F. S. M.; GAMBERA, L. R.; A geometria da Esponja de Menger. **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru v. 2, n. 2, p. 70-77, 2013.
- [2] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.
- [3] Fractalize³. Triângulo de Sierpinski. Juiz de Fora, Minas Gerais, 2021.
- [4] MANDELBROT, B. La geometría fractal de la naturaleza. 1. ed. Barcelona: Tusquets Editores, 2021. 662 p. ISBN 978-84-9066-913-6.
- [5] SANTOS, L. F. **A inserção da geometria fractal nas aulas de matemática nos anos finais do ensino fundamental: UM ESTUDO DE CASO.** Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Alagoas, 114 p.. 2020.

¹Universidade Federal de Santa Maria. Este autor foi apoiado pelo projeto PIBIC/CNPq

²Universidade Federal de Santa Maria

³<https://www2.ufjf.br/fractalize/>