

Resumo

No mercado financeiro a incerteza sempre esta presente. Ao montar um portfólio o investidor sempre deseja ter o maior retorno possível. A otimização de uma carteira de investimentos através da Teoria Moderna de Portfólios de Markowitz associada a Programação Linear e o método Simplex é uma prática recorrente e importante no contexto atual. O presente trabalho também conta com o modelo Downside Risk para a constituição de um portfólio.

Pesquisa Operacional e Programação Linear

A Pesquisa Operacional (PO) é um método científico de tomada de decisão, se destacou como uma das grandes evoluções tecnológicas do século XX. A origem da PO está fortemente relacionada com a Segunda Guerra Mundial, quando necessitou-se dos conhecimentos científicos para resolver problemas militares.

Quando os estudos voltados a PO se intensificavam, o cientista matemático norte-americano George Dantzing, tornava-se especialista em métodos de programação e planejamento, desenvolvendo o método Simplex (1947) [1]. Sua técnica para resolver Problemas de Programação Linear (PPL) foram aplicadas para a tomada de decisão em problemas militares da Força Aérea.

Um PPL trabalha com uma função linear sujeita a certas restrições também lineares, a qual deve ser maximizada ou minimizada. O presente trabalho envolve problemas que sobre gestão financeira, como o dinheiro é um recurso escasso, torna-se necessária uma tomada de decisão para seu melhor aproveitamento.

Forma Padrão

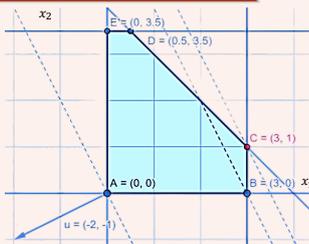
Diz-se que um problema está na **Forma Padrão** quando as restrições são expressadas através de igualdades e todas as variáveis são não negativas. Um problema de PL pode ser descrito na forma matricial:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^t x \\ \text{s. a.} \quad & Ax = b \end{aligned}$$

Onde $A \in m \times n$, $x \in n \times 1$, $c \in n \times 1$ e $b \in m \times 1$, com $m \leq n$. Os coeficientes c_j são conhecidos, denominados coeficientes de custo, x_j são as variáveis de decisão a serem determinadas, a_{ij} são coeficientes tecnológicos e b_i são termos independentes, que representam os recursos associados ao problema [3].

Resolução gráfica

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & f(x_1, x_2) = -2x_1 - x_2 \\ & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 \leq 3 \\ & x_2 \leq \frac{7}{2} \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$



Teorema da Programação Linear

Dado um problema de programação linear em sua forma padrão, em que A é uma matriz $m \times n$ de posto m, tem-se [2]:

- i Se existe uma solução factível, então existe uma solução básica factível
- ii Se existe uma solução ótima, então existe uma solução básica ótima.

SIMPLEX

O algoritmo Simplex visa a solução de um Problema de Programação Linear. Dentre as **soluções básicas factíveis** de um Problema de Programação Linear (PPL), pode se encontrar o valor ótimo, denominado **solução básica factível ótima**.

O algoritmo matemático Simplex seleciona m colunas linearmente independentes de A, formando a matriz quadrada $B_{m \times m}$, denominada matriz básica. As $n - m$ colunas restantes da matriz A formam o que é chamado de matriz não básica

O vetor x é separado em duas partes: o vetor das variáveis básicas x_B , o qual é formado pelas m variáveis que correspondem às colunas selecionadas na matriz B e o vetor das variáveis não básicas x_N é formado pelas $n - m$ variáveis de N. Se forem fixados valores zeros à x_N a solução obtida através do método Simplex é chamada de solução básica

O algoritmo completo pode ser conferido através do Código QR:



Teoria Moderna de Portfólios

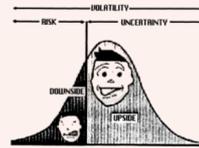
Ao montar um portfólio o investidor sempre deseja ter o maior retorno possível. Se isso fosse a única preocupação, bastava procurar o ativo com maior rentabilidade, entretanto sempre há um risco envolvido ao retorno, e estes apresentam certa proporção.

Para o economista Harry Markowitz, uma carteira deveria ter mais do que um conjunto de bons ativos, ela deveria ser equilibrada, e diversificada, o que significa que o capital investido deveria estar em diferentes ativos para que a incerteza acerca da evolução futura dos ativos fosse reduzida. Para otimizar uma carteira, a Teoria Moderna de Portfólios visa o maior lucro possível e a com a redução dos riscos.

Quando um risco é não sistemático, aquele que está associado a um setor específico, é possível ser reduzido buscando investir em diferentes setores.

Na Teoria de Markowitz, também conhecida como modelo média-variância, as variações positivas em torno da média significam risco para a carteira, por essa razão a teoria apresenta algumas premissas que do tornam menos eficiente. O modelo utiliza o desvio padrão como medida única do risco e uma distribuição normal para os retornos, o que nem sempre é satisfeito na prática.

Downside Risk



Fonte: (VALVERDE, 2019, p. 14).

No modelo Downside Risk apenas as variações negativas são consideradas, ou seja, apenas as oscilações abaixo da média que representam perda ao investidor são consideradas.

A abordagem Downside Risk pode reduzir o risco, mantendo ou melhorando o retorno esperado através da semivariância [4],[5].

Médias Móveis

Médias móveis são o que o próprio nome indica: médias de preço que se deslocam no tempo. Esse deslocamento acontece devido à entrada de novos preços e consequentemente à saída de preços mais antigos [6].

O momento em que a linha de preço cruza a linha da média móvel de cima para baixo, é um sinal de venda, por outro lado, quando cruza de baixo para cima é um sinal de compra.



Alguns ativos selecionados

Com base na teoria Moderna de Portfólios, alguns ativos foram analisados em um período de 6 meses e selecionados para constituírem uma carteira de investimentos a ser otimizada. Uma parte deles pode ser conferida na tabela ao lado, assim como o setor do qual fazem parte.

Ativo	Código	Setor
Sanepar	SAPR4	Água e Saneamento
Klabin	KLBNT1	Papel e Celulose
Telefônica Brasil	VVT3	Telecomunicações
BB Seguridade	BBSE3	Seguros
Bradesco	BBD4	Serviços Financeiros
Petrobrás	PETR4	Petróleo
Equatorial Energia	EQTL3	Energia
Arezzo	ARRZ3	Varejo de Moda
SLC Agrícola	SLCE3	Agrícola
Vale	VALE3	Mineração
Taurus Armas	TASA4	Indústria de Defesa

Referências

- [1] DANTZIG, G. B. Linear programming. Operation Research (Informs), v. 50 n.1, p. 42 - 47, 2002.
- [2] LUENBERGER, D. G. Linear and Nonlinear Programming. Reading: Addison- Wesley - fourth edition, 2015.
- [3] ARENALES M.; ARMENTANO, V. A. M. R. Y. H. H. Pesquisa Operacional. [S.l.]: Campus/elsevier, 2007.
- [4] FREITAS, C.; SANTIAGO, Y.; CARVALHO, S. Downside risk aplicado a carteiras de ações brasileiras durante período pandêmico da covid-19. Trends in Computational and Applied Mathematics, SciELO Brasil, v. 24, p. 557-574, 2023.
- [5] ROM, B. M.; FERGUSON, K. W. Post-modern portfolio theory comes of age. The Journal of Investing, Institutional Investor Journals Umbrella, v. 2, n. 4, p. 27-33, 1993.
- [6] MATSURA, E. Comprar ou Vender? Como Investir na Bolsa Utilizando Análise Gráfica. Editora Saraiva, São Paulo, 7ª edição, 2013.