

# A distribuição Beta reparametrizada para batalhas nos stories Instagram<sup>1</sup>

MARTINS, Beatriz<sup>2</sup>, MARTINS, Maria Eduarda<sup>2</sup>, VALADARES, Fernanda<sup>3</sup>, FERREIRA, Eric<sup>4</sup>

**Resumo:** As batalhas nos stories são uma trend do Instagram e foram modeladas por Valadares (2024) utilizando a distribuição Beta de probabilidades. O presente trabalho traz algumas consequências teóricas da reparametrização proposta por Valadares.

**Palavras-chave:** Distribuição de probabilidade, Momentos populacionais, redes sociais.

## Introdução

Atualmente as redes sociais são os principais meio de comunicação, em particular, o Instagram, apresenta novas possibilidades de interação. Desde seu lançamento em 2010 - o Instagram alcançou posição de destaque, tornando-se uma das redes sociais mais populares globalmente.

Uma das crescentes tendências nos stories são as batalhas. Seguindo um esquema de chaveamento - aleatorizado por sorteio - competidores são colocados para duelar (dois a dois) utilizando-se a ferramenta “enquete”. Dessa forma, oponentes apresentados em figuras lado a lado, os seguidores daquela conta são convidados a votar no seu preferido [1]. Dessa forma, é possível captar a opinião dos seguidores, ao eleger o campeão de um campeonato, o segundo colocado, dois terceiros colocados, quatro quartos colocados, e assim por diante. O problema é que esse agrupamento gerado é fruto de apenas uma amostra e carece de procedimentos inferenciais adequados para computar a incerteza existente, compreendendo um campeonato como uma amostra de uma população conceitual de infinitos campeonatos semelhantes.

Para sanar este problema, Valadares (2024) propôs uma reparametrização da distribuição Beta ao vincular seus parâmetros para terem soma constante igual a 10 e, dessa forma, propiciou interpretação prática das estimativas dos parâmetros na escala hedônica, que indica o grau de aceitabilidade por parte dos consumidores [2].

A distribuição Beta é uma distribuição de probabilidade contínua com intervalo [0,1], onde seus parâmetros (positivos)  $\alpha$  e  $\beta$  são responsáveis pela forma da distribuição [3]. Compreender os métodos de estimativa dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  é essencial para a aplicação da distribuição Beta em diferentes contextos. No entanto, em seu trabalho, Valadares (2024) não detalhou quais seriam as consequências dessa reparametrização, que transforma a distribuição Beta de bi paramétrica em uniparamétrica. Dessa forma, este trabalho tem o objetivo de demonstrar essas consequências, em termos de função densidade de probabilidade, distribuição acumulada e momentos populacionais.

## Considerações finais

Podemos concluir que a partir da distribuição de forma uniparamétrica que foi descrita no trabalho, para um desempenho melhor podemos avançar para o próximo passo, que consiste em obter os estimadores restritos utilizando os métodos dos momentos, que no caso seria a máxima verossimilhança, máxima verossimilhança ponderada e distância mínima, assim realizaremos a implementação no software [4] e no futuro próximo haverá a disponibilização de forma gratuita aos interessados.

## Agradecimentos

<sup>1</sup>Este trabalho foi apoiado pela FAPEMIG.

<sup>2</sup>Graduanda em Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Alfenas.

<sup>3</sup>Mestre em Estatística Aplicada e Biometria, Universidade Federal de Alfenas.

<sup>4</sup>Professor do Departamento de Estatística, Universidade Federal de Alfenas.

## Metodologia

Valadares (2024) traz o conceito de força restrita de um competidor, em intervalo fechado. Na modelagem proposta, a força de cada um dos dois oponentes em uma batalha é entendida como um dos dois parâmetros da distribuição Beta( $\alpha, \beta$ ):

$$f(X|\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} X^{\alpha-1}(1 - X)^{\beta-1}$$

Em uma distribuição Beta( $\alpha, \beta$ ) regular, temos que  $0 < \alpha, \beta < \infty$ , mas aqui, restringiu-se o espaço paramétrico para  $1 \leq \alpha, \beta \leq 9$ , em analogia à escala hedônica de 9 pontos. Além disso, Valadares (2024) estipulou um vínculo entre os parâmetros (entre as forças dos oponentes).  $\alpha + \beta = N$ , em que  $N \in \mathbb{R}^+$  é um a constante arbitrária (aqui assumida como  $N=10$ ), e  $1 \leq \alpha, \beta \leq N - 1$ . Foi feita uma abordagem teórica para obter algebricamente as consequências da reparametrização proposta por Valadares (2024) e os gráficos decorrentes foram construídos no software R [4].

## Resultados

Com a reparametrização de Valadares (2024), temos que  $\alpha = \alpha$  e  $\beta = 10 - \alpha$ . Assim, temos que sua função pode ser reescrita como:

$$f(X|\alpha) = \frac{362880}{\Gamma(\alpha)\Gamma(10-\alpha)} X^{\alpha-1}(1 - X)^{9-\alpha}$$

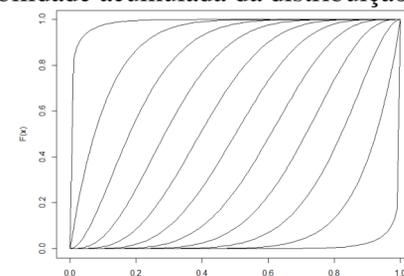
É possível demonstrar que essa é uma função densidade de probabilidade, pois integra 1. A função de probabilidade acumulada (função distribuição) fica:

$$F(X, \alpha, 10 - \alpha) = \frac{B(x; \alpha, 10 - \alpha)}{B(\alpha, 10 - \alpha)},$$

com comportamento sigmóide, como pode ser visto na Figura 1. A esperança, a moda e a variância da variável Beta podem ser reescritas como:

$$E(X) = \frac{\alpha}{10}, \quad Var(X) = \frac{10\alpha - \alpha^2}{1100}, \quad Mo = \frac{2\alpha - 10}{8}$$

**Fig. 1:** Função probabilidade acumulada da distribuição Beta uniparamétrica



Fonte: dos autores.

## Referências

[1] FERREIRA, E. B.; VALADARES, F. L.; SILVA, C. P. Battle of cheeses: Tournament via Instagram stories *Sigmae*, v. 12, n. 1, p. 108-115, 2023.

[2] VALADARES, Fernanda Lara. Modelagem de chaveamentos no Instagram via distribuição Beta e inferência bootstrap <https://www.unifal-mg.edu.br/ppgeab/dissertacoes/>, 2024.

[3] MANCHINI, Carlos Eduardo Frantz and PORTELLA, Luan and BAYER, Fábio Mariano. Estimação Robusta dos parâmetros da distribuição Beta. <https://coffeescience.ufla.br/index.php/BBJ/article/view/404>, v. 37, n. 3, p. 350-371, 2019.

[4] R Core Team. R: A Language and Environment for Statistical Computing. RFoundation for Statistical Computing. <https://www.R-project.org/>, 2023.