Difusão da Geometria Fractal no Ensino Médio[1]

José Torres, Ana Angelica [2] e Ferreira de Souza, Luryane [3]

Resumo: *Este trabalho oferece uma visão abrangente da geometria fractal, abordando suas propriedades e apresentando atividades práticas para a criação de fractais e cálculo da dimensão fractal. Com o intuito de promover o ensino da geometria fractal no nível médio, explora-se conceitos essenciais e apresenta abordagens didáticas para engajar estudantes com esse ramo da matemática.*

Palavras-chave: *geometria fractal, educação matemática, ensino médio.*

1. Introdução

A Geometria Fractal estuda as figuras mais irregulares e complexas, que já foram chamados de "demônios da matemática" por anos, os denominados fractais. Fractais possuem características como autossemelhança, complexidade infinita e dimensão fractal, que os diferenciam de figuras regulares vistas normalmente no Ensino Médio.

A autossemelhança é uma característica em que a estrutura se mantém inalterada, permitindo a visualização de figuras semelhantes, independentemente da escala aplicada. Por vez que na Geometria Euclidiana a dimensão dos objetos é dada por um número inteiro, a dimensão fractal é dada por um número fracionário, representando o nível de sua irregularidade. Quanto à complexidade infinita, observa-se que as características da figura permanecem inalteradas, mesmo quando ampliadas em escalas cada vez menores infinitamente.

2. Geometria Fractal na Natureza

A presença de formas fractais na natureza á bastante comum, e muitos fenômenos naturais exibem padrões que podem ser descritos por conceitos da geometria fractal. Por exemplo os padrões de raios, sistemas de drenagem, conchas e até mesmo os brônquios do sistema do respiratório são pseudo-fractais, pois não possuem complexidade infinita, mas exibem dimensão fractal e autossimilaridade.

FIGURE 1: *Fractais na natureza: Concha divida ao meio e planta Aloe polyphilla.*

3. Aprendizagem no Ensino Médio

É notável que apesar da presença de geometrias não-euclidianas como sendo um dos conteúdos básicos do Ensino Médio, devido a sua importância na compreensão e aplicação de conceitos geométricos em planos diferentes do Euclidiano, não ocorre a sua aplicação em salas de aula. Existe uma propensão aos professores de não ministrarem esse tipo de conteúdo em sala de aula, seja devido a falta de tempo ou até mesmo insegurança com esse tipo de conceito.

No entanto, o estudo da Geometria Fractal para estudantes do nível médio deve receber a devida atenção. O estudo de fractais integra conteúdos como contagem, logaritmos, operações com frações, e cálculo de áreas e perímetros com fractais.

4. Atividades Envolvendo Fractais No Ensino Médio

Uma das atividades desenvolvidas no projeto, além da explicação sobre o conceito, origem e propriedade dos fractais, é a criação dos fractais. Desse modo, é possível explorar como construir um fractal manualmente e como calcular sua dimensão através da relação de Hausdorff-Besicovitch. Construiremos o "Cartão Triângulo de Sierpinski".

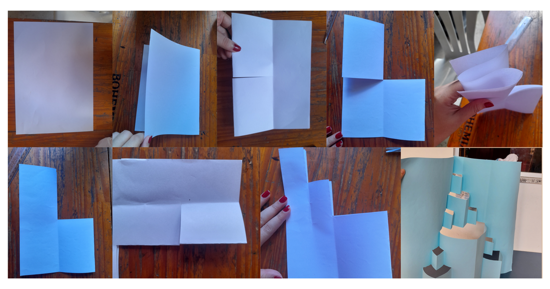

FIGURE 2: *Construção do Cartão Triângulo de Sierpinski.*

Para a atividade é necessário uma tesoura, papel e uma régua. Inicialmente, com a ajuda da régua, é preciso que se dobre a folha ao meio, após é realizado um corte no meio da folha dobrada, esse corte deve ser realizado até o meio da folha. Então, dobra-se a parte superior do corte "para dentro". Repetindo esse processo várias vezes, obtemos o fractal proposto.

A relação de Hausdorff-Besicovitch permite definir uma dimensão fracionária para os fractais,dada por:

$$D = \frac{\log n}{\log \frac{1}{R}},$$

na qual D é a dimensão, n é o número de partes geradas e R é o fator de redução.

A cada interação na construção do Triângulo é escolhido o ponto médio de cada lado, obtendo assim uma figura com lado $\frac{L}{2}$, ou seja, o fator de redução é $\frac{1}{2}$, e também triplica-se o número de novos paralelepípedos, logo são três novas partes geradas.

$$D = \frac{\log 3}{\log \frac{1}{\frac{1}{2}}} \approx 1,58$$

Obtém-se que a dimensão fractal calculada a partir da relação de Hausdorff-Besicovitch é aproximadamente 1,58.

FIGURE 3: *Apresentação do Cartão Triângulo de Sierpinski.*

5. Utilização Do Geogebra

Através do aplicativo GeoGebra é possível a construção e visualização dos fractais. Dessa forma trabalha-se com a aproximação do estudante com a utilização de softwares, como também, da criação de fractais com infinitas interações.

Para a criação do Triângulo de Sierpinski no Geogebra, primeiramente é necessário criar um triângulo equilátero de lado L e área A, posteriormente é necessário utilizar a ferramenta "Ponto médio" para encontrar o ponto médio de cada lado do triângulo. Após, é preciso unir esses pontos para formar um novo triângulo, que terá lado $\frac{L}{2}$, colorindo esse triângulo para ter a impressão de ser "retirado". Novamente construir outros novos triângulos repetindo o mesmo processo citado anteriormente.

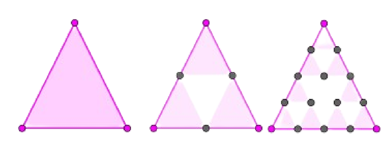

FIGURE 4: *Triângulo de Sierpinski no Geogebra*

6. Conclusão

Em conclusão, a difusão da Geometria Fractal no Ensino Médio apresenta uma abordagem interativa, concreta e acessível para o ensino da matemática, explorando conceitos que geralmente não são abordados pela grade curricular, de forma que ocorra a apreciação da matemática e de seus elementos mais complexos, trabalhando com conceitos básicos.

Também é compartilhado formas de utilizar o software gratuito Geogebra para a criação de fractais, visando a diversificação de ferramentas de ensino-aprendizagem.

7. Agradecimentos

Agradeço à Universidade Federal do Oeste da Bahia pela bolsa PIBIEX, pois sendo através dela e de seus recursos que foi possível a realização desse trabalho.

Referências

[1] Mendonça, F.A.C.; **Aplicações da Geometria Fractal: uma proposta didática para o Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas. Maceió, AL - 2016.

[2] Valim, J.C.M.; Colucci, V.; **Geometria Fractal no Ensino Fundamental e Médio**. XXII Semana Acadêmica da Matemática, 2022.

Apoios:

[1] Este trabalho foi apoiado pela Universidade Federal do Oeste da Bahia projeto PIBIEX

[2] Universidade Federal do Oeste da Bahia

[3] Universidade Federal do Oeste da Bahia