

Vetores na formação matemática da Educação Básica: possibilidades nas temáticas de localização e movimentação espacial

Cotrim, Fabiana Santos¹; Borges, Júlia Silva Silveira²

Resumo: Esta oficina tem como objetivo ampliar e ressignificar a compreensão de como os conceitos de direção, sentido e intensidade, ligados ao conceito de vetor, estão presentes no trabalho que o professor desenvolve em diferentes etapas da Educação Básica, especificamente nas temáticas de localização e movimentação, por meio da exploração e discussão de atividades que podem ser trabalhadas com estudantes a partir de um mesmo modelo concreto, adaptando-o aos objetivos de aprendizagem pretendidos.

Introdução

Para compreender, descrever e representar o mundo em que se vive, na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), é indicado como fundamental saber localizar-se no espaço e movimentar-se nele. A partir desta perspectiva, é possível observar objetos de conhecimento e habilidades relacionados aos temas de localização e movimentação, na Unidade Temática de Geometria da BNCC, em quase todos os anos do Ensino Fundamental, e a consideração do par Movimento e Posição, como um dos pares de ideias fundamentais apresentados na BNCC, no que compete ao Ensino Médio.

Neste contexto, dentro das temáticas de localização e movimentação, observa-se que conceitos como direção, sentido e distância são fundamentais para o desenvolvimento destas temáticas, pois, enquanto objetos de conhecimento, são conceitos que permitem descrever o *estar e mover-se no espaço*, ou seja, descrever as relações entre pessoas/objetos e o espaço, possibilitando resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento.

Com esta visão, neste texto apresentamos a oficina intitulada ‘Vetores na formação matemática de estudantes da Educação Básica: possibilidades nas temáticas de localização e movimentação espacial’, que será desenvolvida no âmbito da programação da XI Bienal da Matemática, no dia 02 de agosto de 2024, das 14:00 às 16:00 na sala 160 do AT7 na Universidade Federal de São Carlos – UFSCar e que tem como objetivo ampliar e ressignificar a compreensão de como os conceitos de direção, sentido e intensidade estão presentes no trabalho que o professor desenvolve em diferentes etapas

¹ CCN/UFSCar Lagoa do Sino. fabianasc@ufscar.br

² CCN/UFSCar Lagoa do Sino. juliaborjes@ufscar.br

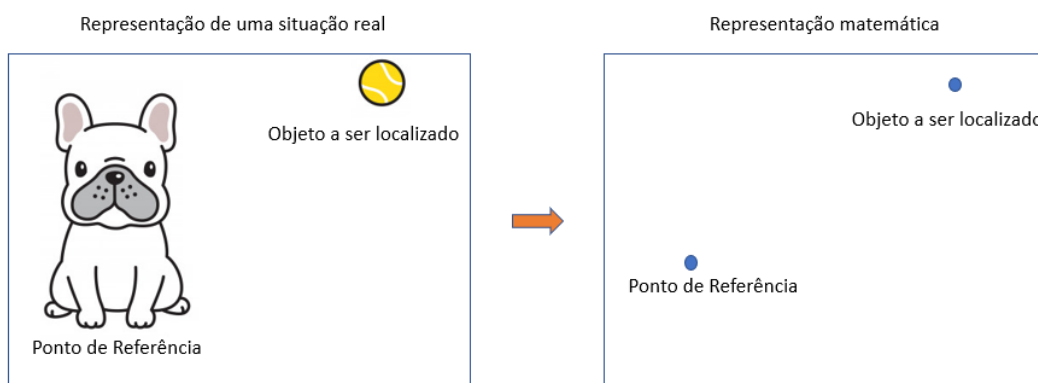
da Educação Básica, especificamente dentro da temática de localização e movimentação espacial, por meio da exploração e discussão de atividades usando um modelo concreto de um mapa fictício fazendo alusão a um referencial cartesiano.

Conceitos ligados a vetores nas temáticas de localização e movimentação espacial

Localizar algo ou movimentar-se de um lugar para outro, sem dúvida, se tratam de ações distintas. Entretanto, existe uma relação entre estas ações que torna possível o estabelecimento de um mesmo tipo de estrutura matemática que serve para descrever ou indicar estas ações, de acordo com os fins desta oficina. Vejamos.

Para localizar algo no espaço é impossível fazê-lo de forma isolada, ou seja, sempre o fazemos a partir de um outro ‘algo’, que pode ser um objeto, uma pessoa, um animal, ao qual chamamos de *ponto de referência*, ou simplesmente, *referência*. Abstraindo as dimensões do que será localizado e do que escolhemos como referência, estes podem ser representados matematicamente por dois pontos, conforme pode ser ilustrado na Figura 1.

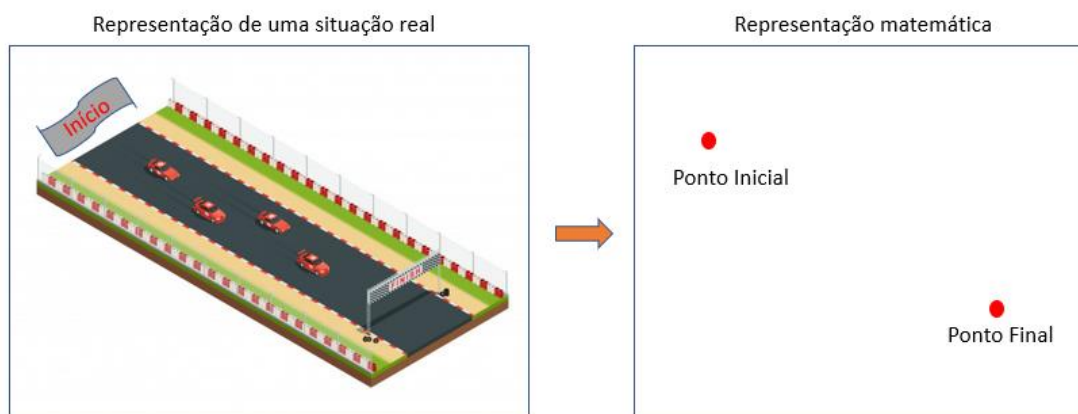
Figura 1 – Localização em uma situação real e sua representação matemática



Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Em uma movimentação, algo parecido também acontece. Sempre que ocorre uma movimentação, com mudança de localização, há um deslocamento de um lugar para outro. Novamente abstraindo a dimensão do que está realizando a movimentação e por ora não interessados na forma como este percurso é realizado, a localização original pode ser matematicamente identificada através de um ponto, que chamaremos de *ponto inicial*, e a localização após a movimentação, no mesmo contexto, pode ser chamada de *ponto final*, conforme pode ser observado na Figura 2.

Figura 2 – Movimentação em uma situação real e sua representação matemática

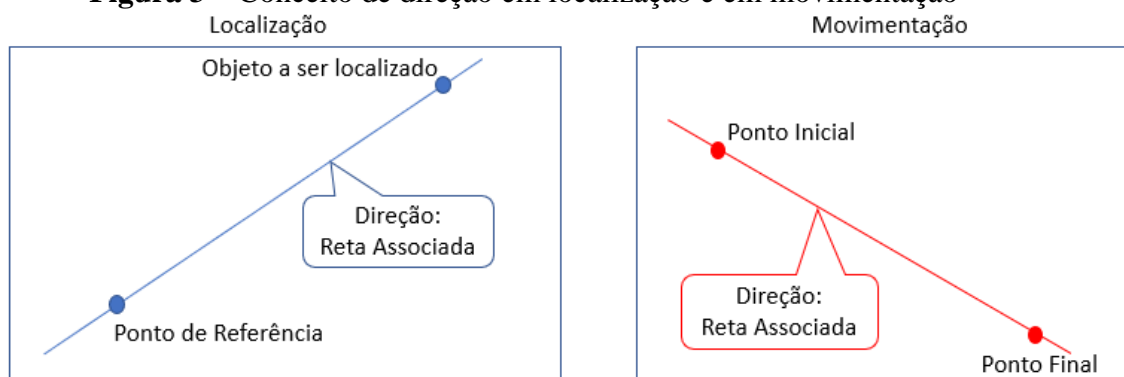


Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Portanto, tanto em uma localização, como em uma movimentação, vamos entender que o conceito matemático associado é uma *relação entre dois pontos no espaço* (bidimensional ou tridimensional, a depender do contexto). Nesta perspectiva, exploremos, matematicamente, um pouco mais esta relação.

Dados dois pontos, sempre é possível associar a eles uma reta. Esta reta (que é única) nos permite compreender matematicamente o *conceito de direção*, tanto em uma localização, como em uma movimentação. Como nos dois casos sabemos que o conceito matemático associado é uma relação entre dois pontos, para estes dois pontos sempre será possível associar uma reta, conforme pode ser observado na Figura 3, e esta reta é que representa matematicamente o conceito de direção.

Figura 3 – Conceito de direção em localização e em movimentação



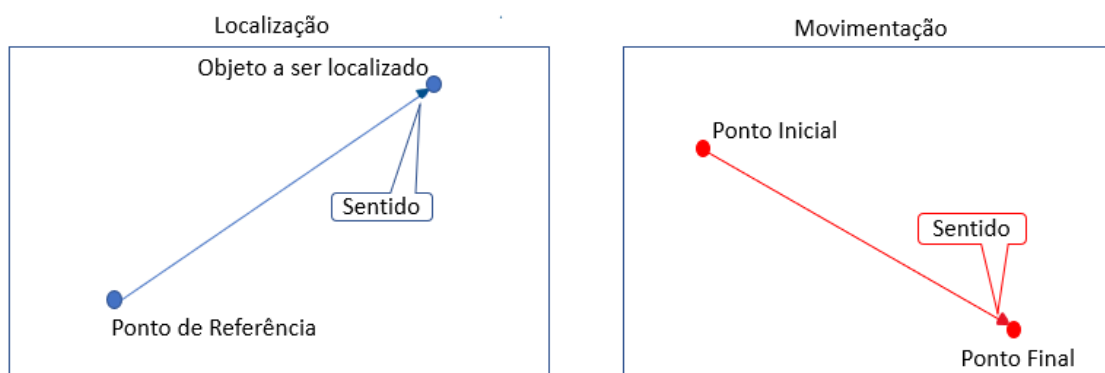
Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

É importante destacar que em uma movimentação, se o percurso realizado corresponder ao segmento de reta que contém os pontos inicial e final, esta será uma movimentação sem mudanças de direção. Nesta oficina só serão considerados casos de movimentação que se tenha uma quantidade finita de mudanças de direção. Isso

possibilita a decomposição da movimentação em trechos sem mudanças de direção e, portanto, sem perda de generalidade, podemos supor que estamos no caso de uma movimentação, sem mudanças de direção.

Voltando a representação matemática de uma localização ou movimentação, pelos dois pontos associados a esta representação, além de uma reta, também podemos observar que em ambos os casos é possível associar uma ordenação entre estes dois pontos. No caso da localização, sempre localizamos algo a partir de um ponto de referência, ou seja, primeiro estabelecemos um ponto de referência para só posteriormente localizarmos algo. De forma análoga, começamos uma movimentação no ponto inicial e terminamos no ponto final, ou seja, também identificamos uma ordem. Essa ordenação, que pode ser observada nos dois casos conforme apresenta-se na Figura 6, é como entendemos o *conceito de sentido* nestas situações.

Figura 6 – Conceito de sentido em localização e movimentação



Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Embora os conceitos de direção e sentido possam parecer abstratos, os mesmos são muito utilizados no dia-a-dia com algumas expressões amplamente conhecidas e utilizadas. Por exemplo, a partir do corpo humano há três direções, cada uma com dois sentidos, bem definidas:

- A primeira, fica estabelecida pela extensão dos braços abertos. Essa direção é comumente reconhecida como *direção horizontal* e os seus dois sentidos, a partir do corpo humano, são chamados de *direita* e *esquerda*.
- A segunda, fica indicada pela extensão das pernas, tronco e cabeça. Essa direção é normalmente identificada como *direção vertical* e os seus dois sentidos são reconhecidos como *para/em cima* e *para/em baixo*.
- A terceira e última, fica estipulada pela extensão dos pés. Por não haver um nome usual para esta direção, neste texto a identificamos como *direção de marcha*.

Embora essa direção não tenha um nome estabelecido como nos outros dois casos, os seus dois sentidos possuem identificações conhecidas: *frente e trás*.

Por fim, um terceiro elemento associado a uma localização e/ou uma movimentação, entendendo que em ambos os casos o conceito matemático ocorre pela relação entre dois pontos, é a distância entre estes dois, identificada como *intensidade*. Portanto, os conceitos de direção, sentido e intensidade sempre poderão ser explorados dando condições para que o conceito de vetor implicitamente, ou explicitamente, também possa ser trabalhado com estudantes de todas as etapas da Educação Básica, conforme algumas possibilidades que serão abordadas nesta oficina.

Descrição da Oficina

Inicialmente cabe destacar que para a proposição desta oficina, assumimos como referencial teórico o modelo *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge* – MTSK (CARRILLO *et al.*, 2018) que reconhece a natureza especializada do conhecimento do professor para o ensino de matemática e que esta especialização ocorre pela forma de como o professor conhece um conteúdo matemático, que é diferente de qualquer outro profissional que também utilize a matemática, pois se trata de um conhecimento ligado ao ensino e a aprendizagem deste conteúdo. Em vista disso, o modelo considera dois grandes domínios de conhecimento do professor de matemática: o *Conhecimento Matemático* (MK) e o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* (PCK) e, em cada um deles assumem-se três subdomínios, todos envoltos pelas crenças e concepções que também existem sobre estes domínios de conhecimento.

O conhecimento matemático refere-se à compreensão profunda dos conceitos matemáticos em si. Isso não se limita apenas ao conhecimento superficial dos tópicos, mas envolve uma compreensão robusta das estruturas subjacentes e das relações entre os conceitos. Além disso, inclui uma familiaridade com as diferentes representações e abordagem para ensinar esses conceitos. Por outro lado, o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo concentra-se na compreensão de como ensinar de forma eficaz esses conceitos matemáticos aos alunos. Isso inclui estratégias de instrução específicas, compreensão das dificuldades comuns dos alunos ao aprender matemática e capacidade de adaptação do ensino para atender as necessidades individuais ou coletivas dos estudantes.

Desta forma, para efetivamente alcançar o objetivo proposto, nesta oficina será proposto uma dinâmica envolvendo uma tarefa específica para professores (RIBEIRO; ALMEIDA; MELLONE, 2021) destinadas a discutir e promover um conhecimento matemático para o ensino, pautado na prática do professor e trabalhando simultaneamente diferentes domínios do conhecimento especializado do professor na perspectiva do modelo MTSK (CARRILLO *et al.*, 2018).

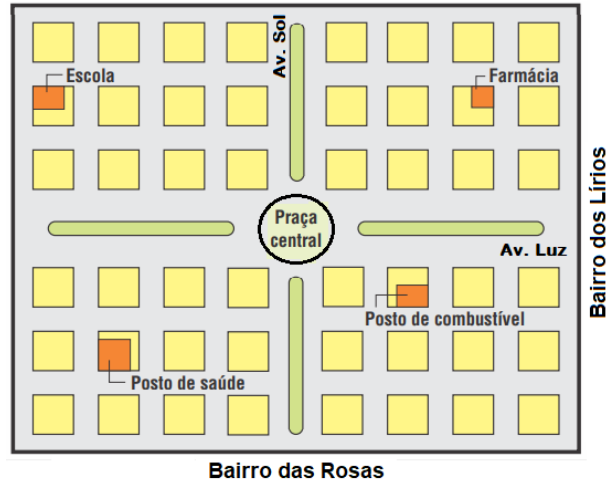
A tarefa proposta terá como base o modelo concreto de um mapa fictício com alusão a um referencial cartesiano, que com os devidos ajustes, pode ser utilizado para trabalhar objetos de aprendizagem e habilidades relacionados às temáticas de localização e movimentação. Para tanto, serão discutidas três atividades que podem ser desenvolvidas com estudantes de diferentes etapas da Educação Básica, pois o intuito é que a partir delas seja possível conhecer como os participantes compreendem, comunicam e representam conceitos fundamentais relacionados às temáticas de localização e movimentação e por conseguinte, problematizar e discutir as possibilidades de como o conceito de vetor está presente nestas atividades e, intuitivamente, pode ser trabalhado com estudantes da Educação Básica.

A dinâmica proposta para a oficina será a de que os participantes, organizados em grupos, discutam e respondam a tarefa proposta e, posteriormente, socializem as respostas em um grande grupo que será intermediado pelas proponentes desta oficina, que promoverão reflexões a fim de que o objetivo seja alcançado. Neste sentido, propõe-se que seja uma oficina para até 30 participantes e que tenha duas horas de duração, assim distribuídas: 40 min para que os participantes, organizados em grupo, respondam a tarefa e 1h20min para que ocorra a socialização e reflexões do grande grupo.

Um modelo concreto para trabalhar localização e/ou movimentação espacial

Com as compreensões apresentadas sobre as temáticas de localização e movimentação e bem como vetores podem estar implicitamente associados a estes contextos a partir dos conceitos de direção, sentido e intensidade, o intuito é que estes possam ser desenvolvidos e aprofundados pelos estudantes ao longo de diferentes etapas da sua formação básica. Nesta oficina discutiremos a possibilidade de que isso ocorra a partir de um modelo concreto de um mapa fictício com alusão a um referencial cartesiano no plano, conforme pode ser observado na Figura 7.

Figura 7 – Mapa fictício com alusão a um referencial cartesiano



Fonte: Adaptado de BRASIL (2013)

Neste mapa fictício, destacam-se:

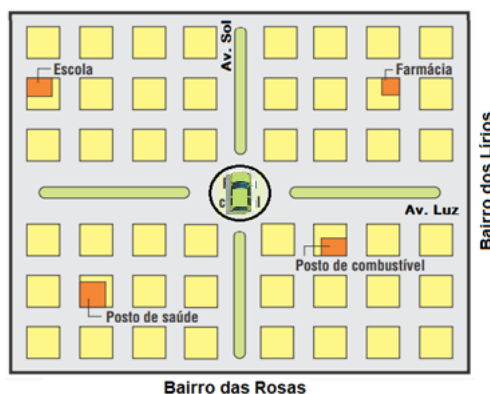
- A inclusão, centralidade e nomeação de duas avenidas perpendiculares, com destaque para seu ponto de interseção. No caso, estas avenidas estão identificadas como Av. Luz e Av. Sol, e o ponto de interseção é identificado como Praça Central.
- A não nomeação das demais ruas do mapa, sendo todas elas paralelas a uma das duas avenidas centrais. Todas as ruas que são paralelas, são sequencialmente igualmente espaçadas. O valor deste distanciamento é o mesmo em relação às duas avenidas, implicando que o mapa seja formado por quadras, quadradas, todas congruentes.
- A indicação de bairros que permitam a identificação de um dos semi-planos definidos por cada uma das avenidas centrais do mapa. No caso, o Bairro dos Lirios indica um dos semi-planos delimitado pela Av. Sol. e o Bairro das Rosas indica um dos semi-planos delimitados pela da Av. Luz.
- Indicação de quatro lugares no mapa com posições que não gerem qualquer tipo de ambiguidade em relação ao referencial cartesiano associado. No caso, esses lugares são a Escola, Posto de combustível, Posto de saúde e Farmácia.

Desta forma, tomando como referência este material, seguem as três atividades que serão discutidas no âmbito desta oficina:

Atividade 1 – Movendo um carro

Indique qual será o destino final do carro que está na praça central posicionado conforme figura abaixo e que realiza a seguinte sequência de comandos:

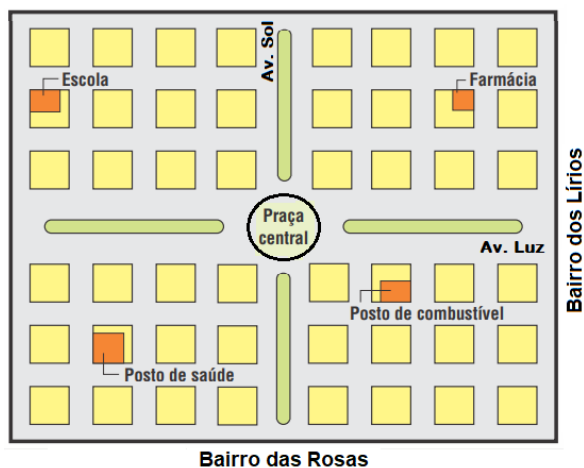
F → D → F → F → E → T → T → E



- F: avança uma quadra (para frente)
- D: gira para a direita (90° sentido horário)
- E: gira para a esquerda (90° sentido anti-horário)
- T: recua uma quadra (para trás)

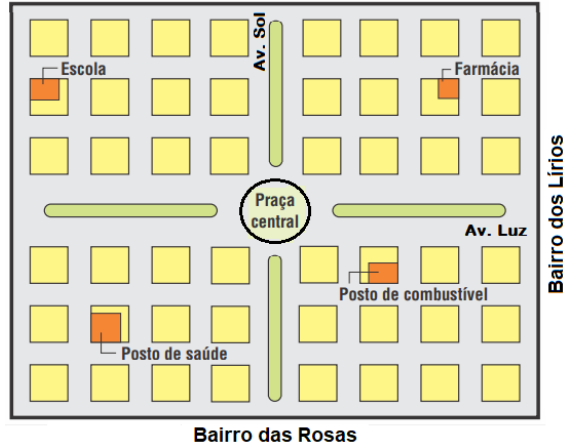
Atividade 2 - Descrevendo um percurso

Observe a representação da parte de um mapa de uma cidade e escolha um dos seguintes lugares que aparecem: Escola, Farmácia, Posto de saúde ou Posto de combustível. Escreva um bilhete explicando para um colega que está na praça central como ele pode chegar ao local que você escolheu, sem contar que lugar é este e sem citar os outros três lugares que você não escolheu.



Atividade 3: Analisando percursos

João e Gabriel são amigos. João está na escola e quer ir para o posto de combustível e Gabriel está no Posto de Saúde e quer ir para a Farmácia, conforme as localizações do mapa abaixo



- Se associarmos um referencial cartesiano a este mapa, a partir das avenidas Luz (sentido positivo Bairro dos Lírios) e Sol (sentido positivo, sentido contrário ao Bairro das Rosas), descreva em coordenadas os quatro lugares que aparecem no mapa.
- Se ainda considerarmos este mesmo referencial cartesiano, o caminho pretendido por cada um dos colegas pode ser dividido em três partes, conforme caracterização que segue abaixo. Com essas informações, identifique no mapa o percurso que cada um dos amigos irá percorrer para chegar no seu destino.

	Caminho pretendido pelo João	Caminho pretendido pelo Gabriel
Parte 1	um trecho da reta de equação $x=-4$	um trecho da reta de equação $y=-2$
Parte 2	um trecho da reta de equação $y=0$	um trecho da reta de equação $x=-1$
Parte 3	um trecho da reta de equação $x=2$	um trecho da reta de equação $y=2$

- Existe a possibilidade dos amigos se encontrarem durante a realização de seus trajetos? Se sim, caracterize em coordenadas este(s) local(is).
- Se os amigos começarem seus trajetos ao mesmo tempo, com mesma velocidade e a mantendo constante, eles irão se encontrar?

Referências

BRASIL, Secretaria de Educação e Esportes. **Ação de Fortalecimento da Aprendizagem - Anos Finais do Ensino Fundamental**. Reforço Escolar – Caderno 2: Matemática. [S.l.]: Governo de Pernambuco, 2013.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018.

CARRILLO, J. Y. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236–253, 2018.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A.; MELLONE, M. Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-32, 3 ago. 2021.