

OFICINA MATEMÁTICA: “NA MATEMÁTICA TEM MÁGICA?”

LIRA, Anna Lethycia de Almeida, annalethyciaa@gmail.com¹
NASCIMENTO, Carolini Carvalho, carolini.acad@gmail.com²
MATEUS, Débora de Brito, debora.brito.mateus11@gmail.com³
LEITE, Flávia de Melo, flavia.uabitapevi.adm4@gmail.com⁴
SANTOS, Jeniffer Francisca dos, jeniffersantos2001tl@gmail.com⁵
GOMES, Lucas Barreto, lucasbgomes72@gmail.com⁶
SILVA, Mônica Oliveira da, monicaoliveira.5casagrande@gmail.com⁷
ROCHA, Anne Ellen Fernandes, anne.ellen19@gmail.com⁸
SANTOS, Gilberto Rodrigues dos, gilberto.rodrigues@ufms.br⁹
TAMAROZZI, Antonio Carlos, antonio.tamarozzi@ufms.br¹⁰

¹ Petiana do grupo PET Matemática, UFMS, campus Três Lagoas

² Petiana do grupo PET Matemática, UFMS, campus Três Lagoas

³ Petiana do grupo PET Matemática, UFMS, campus Três Lagoas

⁴ Petiana do grupo PET Matemática, UFMS, campus Três Lagoas

⁵ Petiana do grupo PET Matemática, UFMS, campus Três Lagoas

⁶ Petiano do grupo PET Matemática, UFMS, campus Três Lagoas

⁷ Petiana do grupo PET Matemática, UFMS, campus Três Lagoas

⁸ Aluna do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), UFMS, campus Três Lagoas

⁹ Tutor do grupo PET Matemática, UFMS, campus Três Lagoas

¹⁰ Tutor egresso do grupo PET Matemática, UFMS, campus Três Lagoas

Resumo: A utilização de materiais lúdicos para o ensino da Matemática tem uma boa aceitação por parte dos estudantes e professores como complemento às aulas, em particular as atividades conhecidas como “Matemáticas”. Baseados em truques, macetes e desafios com cálculos atraentes ou rápidos, podem se tornar um veículo motivador para o processo de ensino-aprendizagem. Por outro lado, na maioria dos casos, o raciocínio lógico envolvido não é completamente explorado, deixando um potencial importante de relevância matemática escondida. O grupo PET Matemática (PETMAT), vinculado ao curso de Matemática do Campus de Três Lagoas da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS/CPTL), têm explorado estas ideias aplicando-as em atividades de ensino, apresentadas nesta oficina.

Palavras-chave: Matemática; Ensino Básico; Ensino-Aprendizagem; Mágica.

1. DESCRIÇÃO

O PETMAT sendo um grupo integrante ao Programa de Educação Tutorial (Sesu/MEC), desenvolve atividades de pesquisa, ensino e extensão intimamente ligadas a formação e capacitação do professor de Matemática, seja através de minicursos e oficinas destinadas aos graduandos, como ações em colaboração aos professores já formados e que atuam no Ensino Básico. Nestas duas vertentes, o ambiente do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) é amplamente utilizado com os materiais e jogos adquiridos ou produzidos pelos alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UFMS/CPTL.

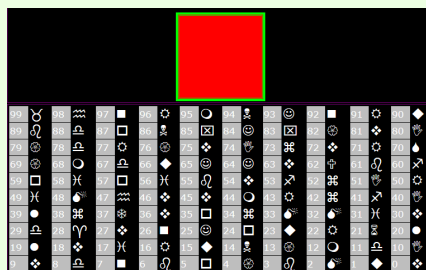
Dentre as atividades, destacamos apresentações com truques e mágicas que, muitos denominam de Matemáticas. Nesse contexto, esta oficina tem como objetivo utilizar esse recurso didático e metodológico para o ensino de Álgebra, um dos campos mais desafiadores da Matemática, devido a abstração presente nos

conteúdos, com o intuito de quebrar paradigmas em relação ao ensino e aprendizagem da disciplina. A ideia é utilizar mágicas como uma alternativa didática para o ensino de Matemática, uma vez que elas introduzem o aluno a uma função ativa de encontrar soluções matemáticas pelo estímulo do desafio e da competição dos jogos. Por outro lado, não podem constituir tão somente recursos para aulas mais divertidas, e neste caso, exploramos os conteúdos matemáticos que explicam o funcionamento de cada uma delas bem como incentivamos a busca de generalizações de conceitos. A oficina foi programada com uma carga horária de 4 horas com apresentações descritas a seguir e que contemplam conceitos básicos da Matemática, como: expressões algébricas, expansão decimal, progressões, paridade e códigos binários.

1.1. UM TRUQUE COM EXPANSÃO DECIMAL

O mágico Kardini divulga seus trabalhos na Internet (<http://kardini.com.br/telepativ.htm>), sendo um deles bastante intrigante: solicita ao usuário escolher um número de dois dígitos e efetuar operações simples com os mesmos. Em seguida, exibe uma tabela misteriosa com símbolos acompanhados de números e pede que o usuário procure o símbolo correspondente ao número encontrado. E o mágico sempre acerta o símbolo. A apresentação fica interessante pela interatividade e também pelo fato de que, em cada ativação do site, nova tabela e símbolos são gerados causando ainda mais mistério. Esta atividade utiliza um truque de mágica para mostrar como detectar padrões e pode ser utilizada para introduzir o conceito de expansão decimal aos alunos. Os materiais necessários para realizá-la são: um projetor, acesso a internet e lousa.

Figura 1: Tabela de mágica Kardini



Fonte: arquivos do Grupo PET Matemática da UFMS/CPTL

Para iniciar o truque, os palestrantes pedirão voluntários para participar da mágica. Os voluntários realizarão mentalmente os passos descritos no site. Espera-se que o público perceba o padrão das respostas: os cálculos sempre resultam em números múltiplos de 9, por isso o símbolo sempre será o da diagonal secundária que tem números divisíveis por 9. A apresentação é concluída revelando a fundamentação matemática da brincadeira, a qual é descrita a seguir.

Para iniciar o truque é necessário pensar em um número qualquer de dois dígitos, seja ele então xy , o número cujos algarismos são x e y . Em seguida, é necessário subtrair desse número seus dois dígitos: x e y . Entretanto, antes de realizar essa operação, o número pensado precisa ser escrito em expansão decimal, ou seja, $xy = y + 10 \cdot x$. Agora, realizando a subtração de seus dígitos, tem-se que: $xy - x - y = y + 10 \cdot x - x - y = 9x$. Além disso, as contas nunca resultarão em 90 ou 99, mesmo eles sendo múltiplos de 9, pois $0 \leq x \leq 9$. Portanto, o truque pode ser um instrumento útil na introdução ou revisão do conceito de expansão decimal em sala de aula.

1.2. MATEMÁTICA DOS CPF'S

Nesta atividade será abordada a matemática por trás do Cadastro de Pessoas Físicas (CPF), com o objetivo de descobrir os dois últimos dígitos (x e y). Para a realização, faz-se necessário papel, caneta, lousa e giz. Todas as pessoas que cadastram-se recebem um número na forma $ABC.DEF.GHI-JK$, em que A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e K são números naturais.

Os primeiros oito dígitos são definidos pela base da Receita Federal, o dígito I representa a Região Fiscal responsável pela inscrição, enquanto os dígitos J e K representam os dígitos verificadores do CPF.

O apresentador solicitará um voluntário para determinar os dígitos verificadores (x e y) de seu CPF. O voluntário por sua vez deverá informar os nove primeiros dígitos ($ABC.DEF.GHI$), que serão multiplicados pelo respectivo termo da sequência $\{10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2\}$:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	–	x	y
10	9	8	7	6	5	4	3	2			
$10A$	$9B$	$8C$	$7D$	$6E$	$5F$	$4G$	$3H$	$2I$			

Em seguida, os valores obtidos são somados, isto é, $\alpha = 10A + 9B + 8C + 7D + 6E + 5F + 4G + 3H + 2I$. Assim, efetua-se a divisão desta soma por 11 e analisa-se o seu resto, considerando duas possibilidades: Se $\alpha \equiv 1 \pmod{11}$ ou $\alpha \equiv 0 \pmod{11}$, ou seja, se o resto r , for 0 ou 1, então o primeiro dígito verificador é $x = 0$, caso contrário, se o resto da divisão for diferente de 0 e 1 então o primeiro dígito verificador procurado é dado por $x = 11 - r$.

Analogamente, para encontrar o segundo dígito verificador o apresentador aplicará a mesma sequência utilizada para encontrar o primeiro dígito verificador, então,

A	B	C	D	E	F	G	H	I	–	x	y
	10	9	8	7	6	5	4	3		2	
	$10B$	$9C$	$8D$	$7E$	$6F$	$5G$	$4H$	$3I$		$2x$	

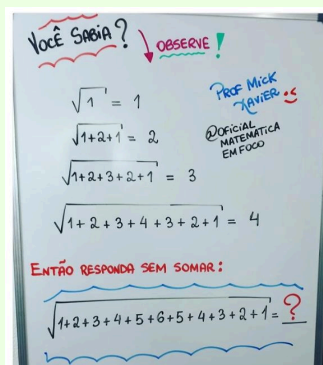
assim, $\beta = 10B + 9C + 8D + 7E + 6F + 5G + 4H + 3I + 2x$. Por conseguinte, analisa-se a divisão desta soma por 11 e observa-se as duas possibilidades, $\beta \equiv 1 \pmod{11}$ ou $\beta \equiv 0 \pmod{11}$, ou seja, se o resto for 0 ou 1 então o segundo dígito verificador é $y = 0$, do contrário, se o resto da divisão for diferente de 0 e 1 então o dígito verificador desejado é $y = 11 - r$, em que novamente r é o resto dessa divisão por 11.

Portanto, ao realizar esses cálculos e manipulações algébricas simples, o apresentador é capaz de identificar os últimos dígitos do CPF do voluntário.

1.3. RAIZ QUADRADA MÁGICA

A figura seguinte mostra uma sequência de raízes quadradas que despertam a atenção pela simetria dos radicandos e dos resultados coincidentes com os valores centrais da soma. Ao final, ela deixa um questionamento a ser respondido.

Figura 2: Truque da raiz quadrada mágica



Fonte: arquivos do Grupo PET Matemática da UFMS/CPTL

A apresentação objetiva responder ao questionamento da figura, bem como instigar o público a respeito da generalização: será verdade que cada raiz quadrada deste formato é exata? E o resultado da raiz sempre coincide com o valor central da soma presente no radicando? A resposta positiva segue da soma finita de números consecutivos, conteúdo que, convenientemente, pode preceder o estudo de progressões aritméticas.

Com os exemplos colocados anteriormente, pode-se observar que os resultados da soma das raízes apresentadas coincidem com o valor central da soma. Assim, conclui-se que

$$\sqrt{(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)} = 6$$

Explicando como a “mágica” acontece: pode-se usar a soma de Gauss para justificar esta curiosidade muito comum envolvendo a raiz quadrada de certas somas. A soma localizada dentro da raiz estudada pode ser analisada como dois números triangulares, um quando está aumentando a razão de um em um, e outro quando está diminuindo. Os números triangulares caracterizam uma progressão aritmética de razão igual a um.

O matemático Karl Friedrich Gauss criou uma fórmula para calcular esta progressão aritmética

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 1 + 2 = 3$$

$$S_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Na atividade ilustrada na figura 2, observa-se que as operações sob a raiz são as somas de dois números triangulares. São chamados números triangulares todos os números que podem ser escritos como a soma de uma sequência de naturais consecutivos começando pelo 1.

1.4. TRUQUE DA PARIDADE

Nesta atividade, aplica-se um truque de adivinhação que aborda o conceito de paridade. O intuito dessa mágica é estimular cálculos mentais na soma de números naturais. Os materiais necessários para realizar essa mágica são: cartões coloridos, baralho ou moedas. O truque requer uma pilha de cartas idênticas de dois lados e cada lado dessas cartas tem que ser de cores diferentes, outro material adequado é um pacote de cartas de baralho. Para demonstrar esse truque, é mais fácil se tiver um conjunto de cartas com ímãs sobre elas, então é conveniente colocar as cartas verticalmente em uma placa de metal, pois a visibilidade fica melhor para os espectadores.

A primeira etapa para a aplicação da mágica é pedir para um ou dois voluntários colocarem as cartas na placa magnética e em forma retangular, qualquer tamanho de retângulo é adequado, mas cerca de 5x5 é o indicado, os voluntários podem também, decidir qual a posição para cada carta. Vale ressaltar que, quanto maior o retângulo de cartas, mais impressionante é o truque.

Na segunda etapa, deve-se adicionar outra linha e coluna ao retângulo inicial com uma carta extra, chamada “carta de paridade”, com a justificativa de tornar o truque mais difícil. A estratégia é escolher as cartas extras para garantir que haja um número par de cartas coloridas em cada linha e coluna.

Na terceira etapa do truque de paridade, é selecionado um ajudante e, enquanto o palestrante cobre seus olhos, pede para o voluntário virar apenas uma carta. Em seguida, o palestrante descobre seus olhos, estuda as cartas e identifica qual delas foi virada. Para adivinhar o truque, é simples! A linha e a coluna que contém a

carta alterada (forma como as cartas foram colocadas) terão agora um número ímpar de cartas coloridas, o que identifica rapidamente a carta virada.

Com esta atividade pode-se introduzir o conceito de paridade e suas aplicações, além de estimular cálculos mentais na soma de números naturais.

1.5. ADIVINHE A IDADE

O truque de mágica “Adivinhe a Idade” baseia-se na representação binária dos números naturais. Para a sua realização são necessários alguns voluntários e 6 cartões que, a princípio, parecem possuir números aleatórios do 1 ao 63. Para iniciar a mágica, o apresentador irá mostrar estes cartões aos voluntários, um de cada vez, e pedirá a eles que indiquem os que possuem suas respectivas idades, por fim, o mediador será capaz de dizer exatamente a idade de cada um. Após o momento de interação, será necessário acesso a uma lousa para apresentar a teoria e demonstração matemática que fundamentam a construção dos cartões e o truque de adivinhação das idades.

Figura 3: Mágica “adivinha a idade”



Fonte: arquivos do Grupo PET Matemática da UFMS/CPTL

Para a demonstração do método utilizado, o apresentador irá mostrar para o público os 6 cartões utilizados e chamará a atenção para o número que aparece na primeira célula de cada um desses cartões, sendo eles: 1, 2, 4, 8, 16 e 32, e assim, revelará que para adivinhar a idade de alguém, basta somar o número da primeira célula de cada cartão em que a idade dessa pessoa aparece. Supondo, por exemplo, que a idade de algum dos voluntários seja 24, como esse número encontra-se nos cartões cuja primeira célula de cada um é: 8 e 16, tem-se: $8 + 16 = 24$.

Agora, para que o público entenda como esse truque funciona, o apresentador explicará como os cartões são confeccionados. Novamente será chamada a atenção para a primeira célula de cada cartão. Espera-se que o público note que estes números são potências de base 2 ($2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ e 2^5), e, assim como estes, todos os outros números de 1 a 63 também serão representados no sistema de numeração binária e, em seguida, serão escritos como a soma de potências de base 2. Alguns exemplos:

$$9 = 1001 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 2^0 + 2^3$$

$$15 = 1111 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$$

$$57 = 111001 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5 = 2^0 + 2^3 + 2^4 + 2^5$$

$$63 = 111111 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$$

Por fim, cada cartão será preenchido, em ordem crescente, pelos números de 1 a 63, que possuam em sua representação como soma de potências de base 2, a mesma potência indicada na primeira célula. O número 15, por exemplo, estará nos cartões cuja primeira célula seja: 2^0 , 2^1 , 2^2 e 2^3 , ou seja, 1, 2, 4 e 8, e por isso que, ao somar a primeira célula de cada cartão, o apresentador é capaz de dizer a idade certa de cada voluntário. Portanto, está demonstrada a matemática que fundamenta este truque.

2. CONCLUSÃO

Com a proposta e objetivo do PETMAT em relação ao desenvolvimento das atividades de ensino e extensão intimamente associadas à formação e capacitação do professor de Matemática, interligadas ao Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), foram apresentadas as mágicas matemáticas - “Matemágicas” de: Um Truque com Expansão Decimal - com a ampliação do conceito de numeração decimal; Matemática dos CPF’S - utilizando as operações e os conceitos fundamentais da aritmética; Raiz Quadrada Mágica - abordando o estudo de Progressões Aritméticas; Truque da Paridade - em que se estimula os cálculos mentais na soma de números naturais; e o truque Adivinhe a Idade - abordando a representação binária dos números naturais. Em consequência, o estudo e desenvolvimento das “mágicas” apresentadas nesta oficina proporcionaram aos envolvidos o contato com novas metodologias e didáticas diferenciadas, que possuem o potencial de motivar e instigar os alunos e/ou público envolvido, no estudo de conceitos matemáticos, em especial da Álgebra, com uma proposta de uma visão menos abstrata. E assim, a diversão e o buscar por saber se fazem presentes até mesmo em uma das áreas mais complexas da Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Superior. **Manual de Orientações Básicas:** Programa de Educação Tutorial. Brasília: MEC, SESU, 2006. Disponível em: <https://docs.google.com/document/d/1F4AT1wDuZIWesquiLBPTO-0BdIGqHog7p-McJffQKI0/edit>. Acesso em: 30, abril 2024.

LIMA, L. X. **Códigos de Barras, CPF e Criptografia RSA: Conceitos Matemáticos Envolvidos.** 2019. 41 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Campus Itapetininga, Itapetininga, 2019.

SCHROEDER, E. S. **Códigos Binários e Truques de Mágica.** 2017. 75 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Dourados-MS, 2017.

Telepácia Virtual <<https://kardini.com.br/telepatiav.htm>> Acesso em: 30, abril 2024.