

MINICURSO

APOLÔNIO E ARQUIMEDES VISTOS POR PAPPUS

UM RESGATE DE SUAS OBRAS NO SÉCULO IV

AMORIM, Marcela, marcela.amorim28@gmail.com¹

¹Universidade Federal do Rio de Janeiro, Doutoranda em História da Matemática, PEMAT, Rio de Janeiro, RJ

Resumo: *Pappus de Alexandria, matemático grego do século IV, tenta resgatar os nove séculos de conhecimento na área, desde Pitágoras de Samos até Theon de Alexandria, um de seus contemporâneos. Os mais citados por Pappus, em sua obra Coleção Matemática, são Euclides, Apolônio e Arquimedes. Esse minicurso propõe mostrar a organização da obra de Pappus, além de todos os trabalhos de Apolônio e Arquimedes citados por ele, quais sobreviveram e o que se sabe das obras que se perderam, mas foram citadas, comentadas e até complementadas na Coleção.*

Palavras-chave: *Apolônio, Arquimedes, Pappus, Matemática Grega*

INTRODUÇÃO

A hegemonia da civilização mediterrânea na Matemática durou nove séculos, começando com Pitágoras, passando por nomes como Arquimedes, Apolônio, Theon, Ptolomeu e tantos outros, e finalizando com Pappus, sendo conhecido como o último geômetra grego. O mais brilhante e reconhecido é Euclides de Alexandria (Εὐκλείδης ὁ Ἀλεξάνδρεϋς), mencionado na maioria dos trabalhos da antiguidade e tendo sua obra mais famosa conhecida como *Os Elementos* (Στοιχεῖα), considerada a ‘bíblia’ da matemática até a história recente.

Pappus (Πάππος ὁ Ἀλεξάνδρεϋς), sete séculos depois de Euclides, produz a obra conhecida como *Coleção Matemática* ou simplesmente *Coleção* (Συναγωγή). Tal trabalho que, originalmente era composto por 12 livros, sobrevivendo 6,5 livros, inclui o trabalho de mais de cinquenta estudiosos da antiguidade, passando por diversos temas, muito além da Geometria, Astronomia e Mecânica. Dentre os mais citados na obra estão Apolônio, Arquimedes e Euclides – três matemáticos da considerada, por alguns, como ‘Era de Ouro da Matemática’ – sendo que o último tem mais citações que o dobro de qualquer outro. Alguns desses estudiosos menos citados nunca mais foram mencionados em nenhuma outra obra e muito pouco sabemos a respeito.

PAPPUS E SUA COLEÇÃO MATEMÁTICA

A organização dos livros da *Coleção* parece ter sido alterada de acordo com as versões. Além disso, resulta de um trabalho longo, de vários momentos diferentes de estudo, compilado em livros da *Coleção*. Pappus não apenas compila obras antigas, ele amplia os trabalhos anteriores, aumentando o número de lemas para esclarecer demonstrações e estende casos particulares oferecendo novas provas. Originalmente, a *Coleção Matemática* consistia em oito a doze livros sendo que o primeiro e as treze primeiras proposições do segundo se perderam, além do fim do oitavo e a partir dele. A tabela a seguir mostra o número de proposições e os principais assuntos contidos em cada um deles.

LIVRO	PROPOSIÇÕES	PREFÁCIO	ASSUNTOS
I	perdido	-----	-----
II	14 a 26	Não	Aritmética – sistema de numeração grego
III	1 a 59	Sim	Médias, desigualdades no triângulo e sólidos inscritos
IV	1 a 44	Não	Três problemas clássicos
V	1 a 57	Sim	Isoperimetria
VI	1 a 68	Sim	Astronomia
VII	1 a 238	Sim	Teoria da Análise – demonstrações (problema/teorema)
VIII	1 a 32	Sim	Mecânica

A tabela anterior mostra que a obra de Pappus apresenta uma ordem didática dos assuntos, sendo que os livros II e III parecem trazer alguns requisitos para os demais livros. Em alguns momentos dos prefácios dos livros da *Coleção*, Pappus demonstra ser um mestre no que hoje entendemos como professor e que, tudo indica, a *Coleção* representa suas notas de aula.

Pappus reorganiza todos os novecentos anos de Matemática Grega, desenvolvendo um grande comentário sobre diversas obras, reinventando e reavaliando toda a imensidão que teve acesso. Dos estudiosos da antiguidade citados por Pappus, os que merecem mais destaques são Euclides, Arquimedes e Apolônio.

Ao citar Euclides sete séculos depois, Pappus talvez seja o responsável por termos conhecimento de inúmeras obras euclidianas além dos *Elementos*, muitas dessas perdidas ao longo da história. A tabela a seguir, traz algumas delas, sendo que as cinco primeiras sobreviveram e as três últimas, não.

NOME DA OBRA	SOBREVIVEU?	ASSUNTO
<i>Os Elementos</i>	Sim	Diversos, principalmente geometria
<i>Dados</i>	Sim	Propriedades das figuras
<i>Óptica</i>	Sim	1ª obra grega sobre perspectiva
<i>Os Fenômenos</i>	Sim	Astronomia matemática
<i>Divisão de Figuras</i>	Sim	Dividir figura em áreas com uma proporção
<i>Porismas</i>	Não	Construções geométricas
<i>Cônicas</i>	Não	<i>Cônicas</i>
Lugares de Superfície	Não	Geometria

Pappus cita 52 estudiosos ao longo da *Coleção*, cobrindo 900 anos de matemática grega. Dentre os mais citados estão Apolônio, Arquimedes e Euclides – três matemáticos da Era de Ouro – sendo que o último tem mais citações que o dobro de qualquer outro. Alguns desses 52 estudiosos nunca mais foram mencionados em nenhuma outra obra e muito pouco sabemos a respeito. A seguir esses estudiosos citados separados por séculos, com a respectiva quantidade de citações englobando-os.

SÉCULO	MATEMÁTICOS/FILÓSOFOS	CITAÇÕES
V AEC	Arquitas, Eudoxo, Filolau, Hipias, Hipocrates, Pericles, Pitagoras, Platão, Teodoro	53
IV AEC	Aristarco, Aristeu, Aristóteles, Autólico, Demétrio, Dinostrato, Euclides, Eudemo, Eufranor, Heráclito, Timonides	576
III AEC	Apolônio, Arquimedes, Conon, Ctesíbio, Diocles, Eratóstenes, Filon, Nicomedes	559
II AEC	Dionisio, Hiparco, Hipsicles, Teodosio, Zenodoro	124
I AEC	Charmandro, Diodoro, Germino, Hierio, Marinus	29
I EC	Heron, Menelau, Nicomaco, Teon de Esmirna	133
II EC	Ercinus, Ptolomeu	74
III EC	Dionfanto, Esporo, Iâmblico, Porfírio	21
IV EC	Hermodoro, Megethius, Pandrosio, Teon de Alexandria	34

APOLÔNIO – SUAS OBRAS SOBREVIVENTES E PERDIDAS

“*Celebrai, ó nove musas, o poder supremo de Ártemis*”. Essa frase pode ser considerada uma possível tradução da frase em grego: *Ἀρτέμιδος κλειτε κράτος ἔξοχος ἑννέα κοῦραι* que Apolônio utiliza para fazer uma multiplicação de 38 números representados pelas letras dessa frase mencionada por Pappus no fragmento do livro II da Coleção. Nos mesmos moldes, ao fim do mesmo livro, Pappus invoca outra deusa grega, para utilizar do mesmo raciocínio de Apolônio, para multiplicar 33 algarismos que compõem a frase: “*Deus abençoe os esplêndidos frutos de Deméter*”, possível tradução para *Μῆνιν ἄειδέ θεὰ Δημήτερος ἀγλαοκάρπον*. Utilizando seu humor questionável, Pappus cita Deméter, deusa da colheita e da agricultura, que o povo da Mesopotâmia acreditava ser mãe de Ártemis, deusa da caça, citada por Apolônio.

O livro VII é o mais fascinante e mais importante de toda a *Coleção*, não apenas por seu interesse intrínseco e pelo que preserva de escritores anteriores, mas pela herança que deixa para a história mais recente da matemática. O prefácio desse livro começa já considerando Apolônio como um dos pais da Matemática. Ele dá um relato dos seguintes livros no chamado *Tesouro de Análise*, composto de 33 livros sobreviventes ou não, sendo 20 livros de Apolônio.

NOME DO AUTOR	NOME DA OBRA	QUANTIDADE DE LIVROS
Euclides	Dados	1
	Porismas*	3
	Lugares de Superfície	2
Apolônio	Cônicas	8
	Dividir em uma Razão	2
	Cortar uma área*	2
	Sobre tangências*	2
	Lugares Planos*	2
	Secção Determinada*	2
	Inclinações*	2
Aristeu	Lugares Sólidos	5
Eratóstenes	Médias	2

Das obras de Apolônio citadas nesse livro da Coleção, apenas sete dos oito livros de *Cônicas* e os dois de *Dividir uma razão* sobreviveram. Sua obra mais famosa, a qual lhe deu o título de *Grande Geômetra* ou *Épsilon*, composta de 8 livros e muito comentada por Eutócio e Pappus séculos depois, parece ser uma tentativa de aprofundar a obra euclidiana homônima que compunha os quatro primeiros dos oito livros de Apolônio.

Nesse grandioso tratado, Apolônio inclui as três seções cônicas com as mesmas denominações atuais: parábola, elipse e hipérbole, sendo o responsável por identificar a segunda folha da hipérbole. É nessa obra também que se identifica o mais famoso problema que é construir o círculo tangente a três círculos dados. Considerando a reta R e o ponto P como as circunferências de raios infinito e nulo, respectivamente, tal problema pode ser dividido em 10: PPP, PPR, PRR, RRR, PRC, PPC, PCC, RRC, RCC e CCC e a quantidade de soluções depende do caso e das posições dos elementos dados.

Outras obras citadas por Pappus no Livro VII se encontram na tabela anterior e ainda quando Pappus traz um levantamento no quarto livro de todos os estudos que teve acesso referente aos três problemas clássicos – duplicação do cubo, trisseção do ângulo e quadratura do círculo, ainda cita outras obras de Apolônio também perdidas.

ARQUIMEDES E SUA GENIALIDADE RECONHECIDA POR PAPPUS

O livro III da *Coleção* de Pappus pode ser dividido em quatro partes. A primeira lida com o problema de encontrar duas médias proporcionais entre duas linhas retas dadas. Nesse instante Pappus já cita *Sobre a esfera e o cilindro*, obra de Arquimedes.

O livro IV contém cinco seções. A primeira seção é uma série de proposições não relacionadas, preparando para as demais seções desse livro e incluindo a generalização do teorema de Pitágoras para paralelogramos e triângulo qualquer e cita o *Livro dos Lemas* de Arquimedes. A segunda seção lida com o estudo de círculos inscritos, trabalho esse atribuído a Arquimedes, na obra *As espirais*. Na terceira seção, Pappus se volta para a quadratura do círculo, mencionando Arquimedes e Nicomedes. A quarta seção é dedicada a outro famoso problema clássico, a trisseção de um ângulo. A quinta e última parte trata da duplicação do cubo.

Pappus menciona, além das citadas acima, as seguintes obras de Arquimedes: *Sobre os cones e esferoides*; *Sobre a medida do círculo*; *Sobre o equilíbrio das figuras planas*, *Sobre o método dos teoremas mecânicos* (conhecida como “O método”); *Sobre os corpos flutuantes*; *Sobre a quadratura da parábola*; *Sobre as balanças*; *O contador de areia*.

O livro V da *Coleção* de Pappus traz problemas sobre isoperimetria (iso = igual, peri = em torno, metria = medida), figuras planas que apresentam mesmo perímetro e áreas diferentes, bem como, figuras espaciais que apresentam mesma área de superfície, mas que diferem no volume. Arquimedes é citado diversas vezes, pois Pappus invoca seu teorema que diz a respeito à área do círculo ser maior do que a de qualquer polígono regular do mesmo perímetro, Pappus nos informa que Arquimedes havia escrito uma obra intitulada: *Sobre a circunferência do círculo*, cuja perda é eminentemente lamentável; pois a pequena parte desta obra que nos foi preservada sob o título *Sobre a Medição do Círculo*, contém apenas três proposições estabelecendo a razão entre a circunferência e o diâmetro. Mais adiante, no mesmo livro, Pappus afirma não recorrer a obra de Arquimedes apenas pelo teorema citado.

Mas é no prefácio do livro VIII que Pappus reconhece a grandiosidade e o brilhantismo desse, que para autora, é o melhor matemático da antiguidade: “*Este homem admirável, celebrado pela maioria por sua arte mecânica, dotado de uma inteligência superior, a ponto de continuar a ser elogiado pela generalidade dos homens, escreveu, no entanto, com cuidado, teorias que parecem muito abstratas sobre assuntos maiúsculos em geometria e ligadas à aritmética, e sabe-se que ele amava as ciências que mencionamos, a ponto de decidir não introduzir nada profano nela*”.

CONCLUSÕES

Esse minicurso se propõe apresentar a obra mais importante de Pappus – *Coleção Matemática* – que resgata, complementa e organiza 900 anos de Matemática Grega. No 1º dia pretende mostrar o assunto de cada um dos livros, seus prefácios e os estudiosos mencionados.

No 2º dia, propõe-se mostrar todo o trabalho de Apolônio visto por Pappus, desde o sistema de numeração até a justificativa dele ser, junto a Euclides e Aristeu, considerado um dos mestres da Análise, conteúdo do livro mais marcante da *Coleção*. No 3º dia, resgatar toda a genialidade do mestre de Siracusa, Arquimedes, suas obras que sobreviveram e as perdidas, seus ensinamentos e toda a herança que Pappus teve acesso.

No último instante, esse minicurso oferece uma visita à inspiração de um para outro desses dois gênios da humanidade e como Pappus resgatou tal relação em sua *Coleção Matemática*.

REFERÊNCIAS

- [1] BREHIER, Emile. A propos de deux livres récents sur la science grecque.. In: Revue d'histoire des sciences et de leurs applications, tome 3, n°3, 1950. pp. 201-209;
- [2] COMMANDINO, Federico. Pappi Alexandrini Mathematicae Collectiones. Roma, 1589
- [3] DIEUDONNÉ, Jean. L'évolution de la pensée mathématique dans la Grèce Ancienne. In: Bulletin de l'Association Guillaume Budé, n°2, juin 1951. pp. 6-18.
- [4] EECKE, Paul V. Pappus d'Alexandrie la collection mathématique . Paris, 1933
- [5] GILLISPIE, Charles Coulston. Dictionary of Scientific Biography. Princeton University, Editor Scriber. New York, 1981.
- [6] HEATH, Thomas. A History of Greek Mathematics. Oxford University, Oxford, 1921.
- [7] HULTSCH, Fridericus Otto. Collectionis. Berolini, 1878.
- [8] KNORR, Wilbur Richard. Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry. Editor Birkhauser. Boston, 1989.
- [9] MUGLER, Charles. La pensée mathématique des Grecs. In: Revue des Études Grecques, tome 65, fascicule 304-305, Janvier-juin 1952. pp. 203-213.
- [10] NETZ, Reviel. The Shaping of Deduction in Greek Mathematics. Cambridge University Press. New York, 2004.
- [11] THOMAS, Ivor. Selections Illustrating the History of Greek Mathematics. Harvard University Press. Massachusetts, 1941.