

XI BIENAL DE MATEMÁTICA

Dinâmica de transmissão e controle da Chikungunya: modelagem matemática e simulações computacionais

Autores: Néder Soares Felipe e Dra. Graciele P. Silveira

SUMÁRIO

- Importância da Pesquisa
- Objetivos
- Chikungunya
- Modelo CHIKV
- Cálculos dos Parâmetros
- Simulações
- Calibragem Parâmetros
- Cenários e Simulações
- Considerações Finais
- Referências
- Agradecimentos

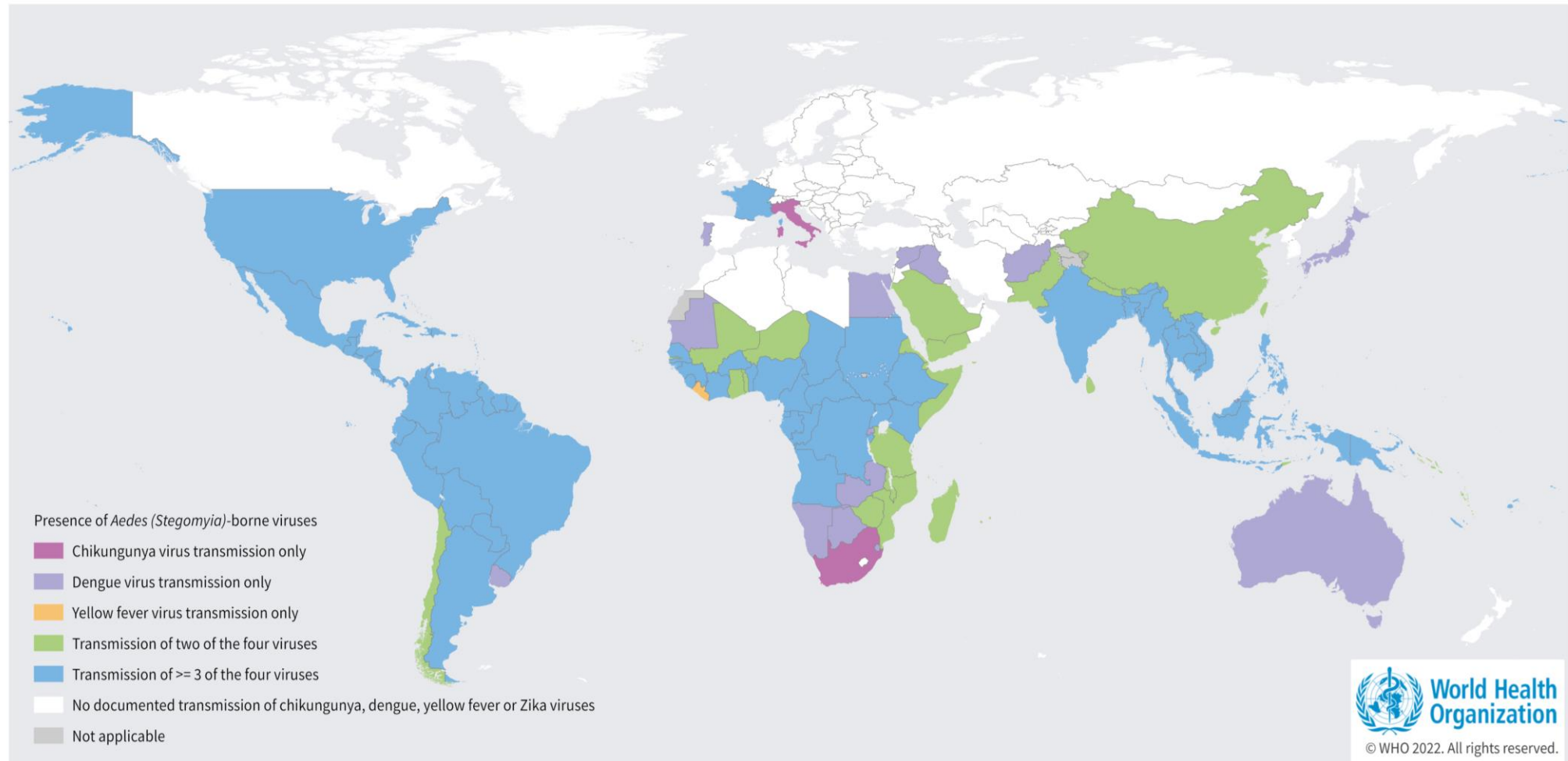
IMPORTÂNCIA DA PESQUISA

Catálogo de Teses e Dissertações da Capes

Filtros	Termo Chikungunya	Termo Dengue	Percentual
Geral	555	2924	19%
Ciências Exatas e da Terra	12	91	13%
Matemática	2	28	7%

IMPORTÂNCIA DA PESQUISA

Countries and territories with current or previous transmission of chikungunya, dengue, yellow fever or Zika viruses



OBJETIVOS

- Desenvolver um modelo matemático específico para a Chikungunya.
- Estimar e ajustar parâmetros do modelo com dados observacionais reais.
- Aplicar o método de Euler, para resolver as equações diferenciais ordinárias.
- Explorar a dinâmica de transmissão da Chikungunya no Brasil.

OBJETIVOS

- Simular hipóteses para obter informações e calibrar o modelo.
- Avaliar o impacto do controle populacional de mosquitos.
- Propor planos de aula sobre Chikungunya e modelagem matemática.
- Analisar resultados e sugerir direções para pesquisas futuras.

CASOS DA DOENÇA

Casos de Doenças Transmitidas por Vetores

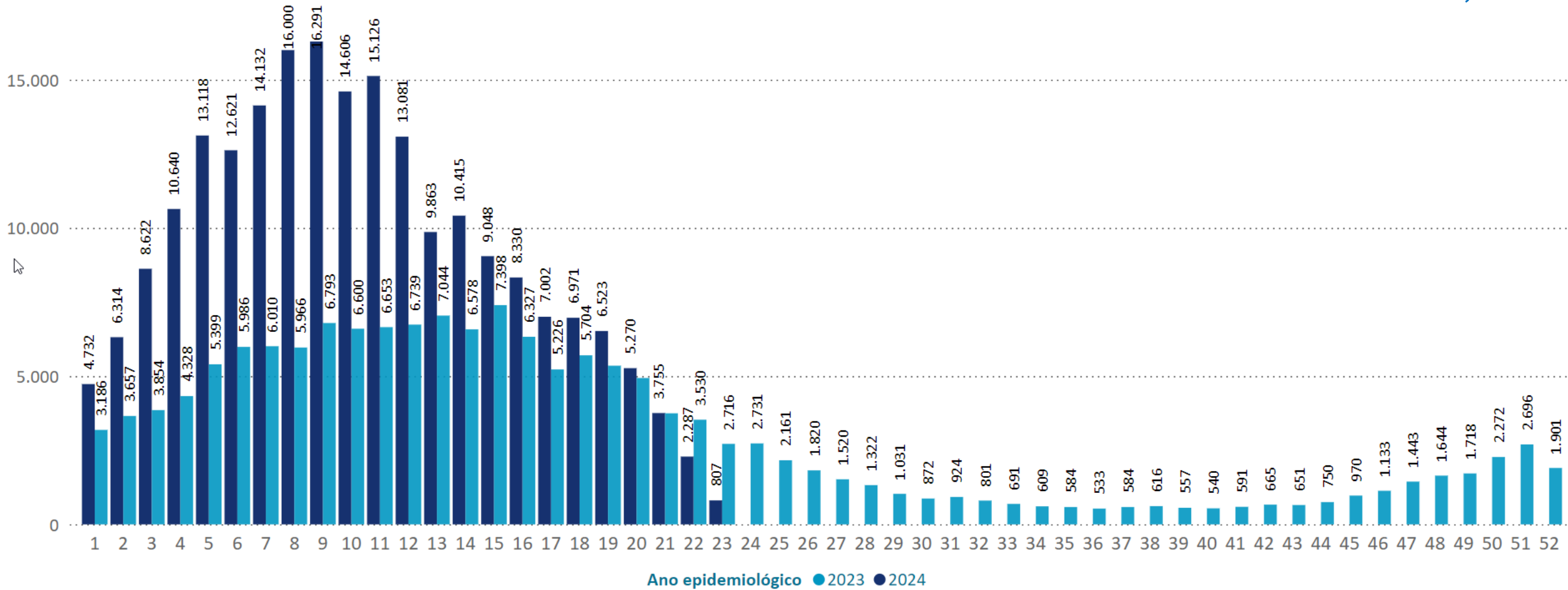
- 17% de todas as doenças infecciosas (OMS)
- Mais de 700.000 mortes anuais (OMS)
- A Chikungunya só este ano já ultrapassou os 200.000 casos prováveis (Ministério da Saúde)

Saúde Pública

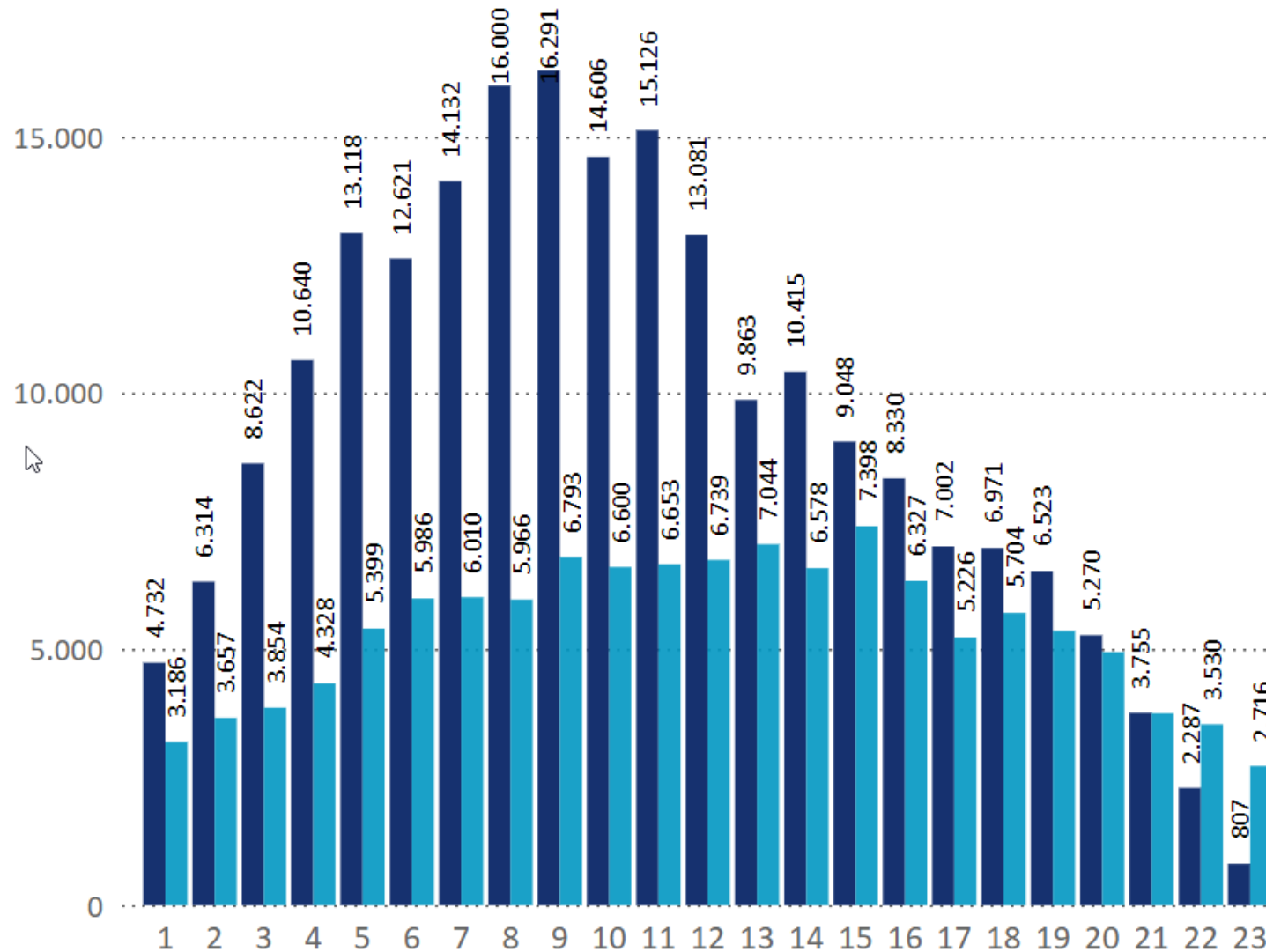
- Consequências decorrentes das Doenças Transmitidas por Vetores

CASOS DA DOENÇA

Fonte: Ministério da Saúde do Brasil, 2024



CASOS DA DOENÇA



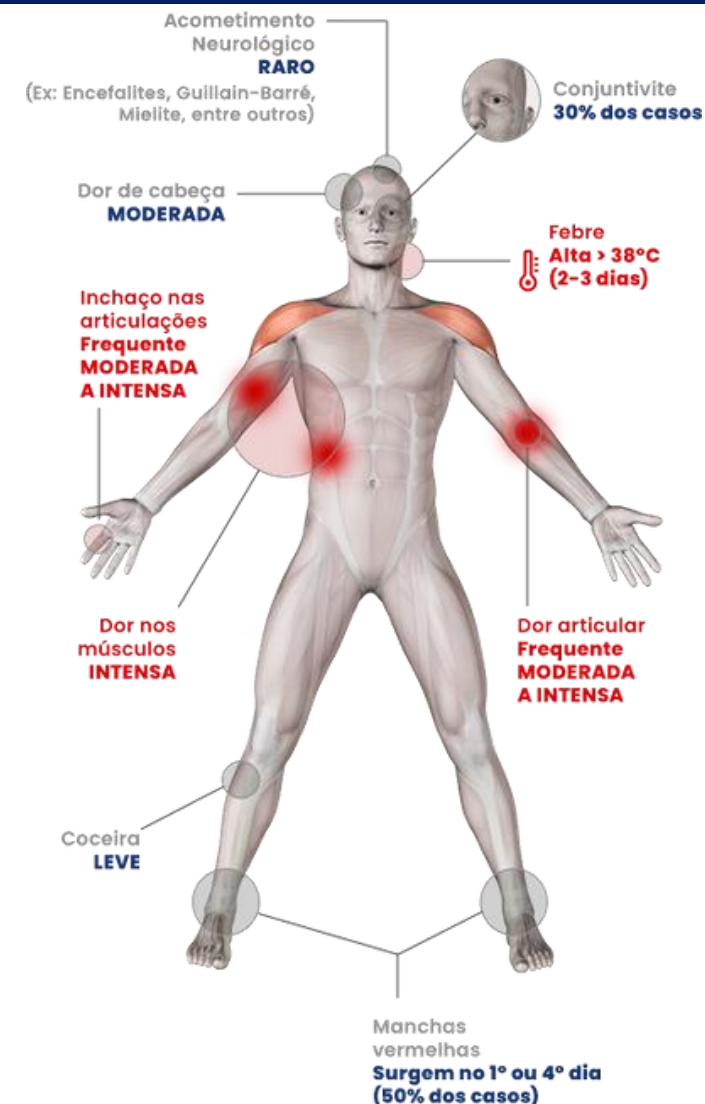
CARACTERÍSTICAS DA CHIKUNGUNYA

Sintomas Principais

- Febre alta
- Dores articulares intensas
- Erupções cutâneas
- Fadiga
- Dor de cabeça

Diagnóstico

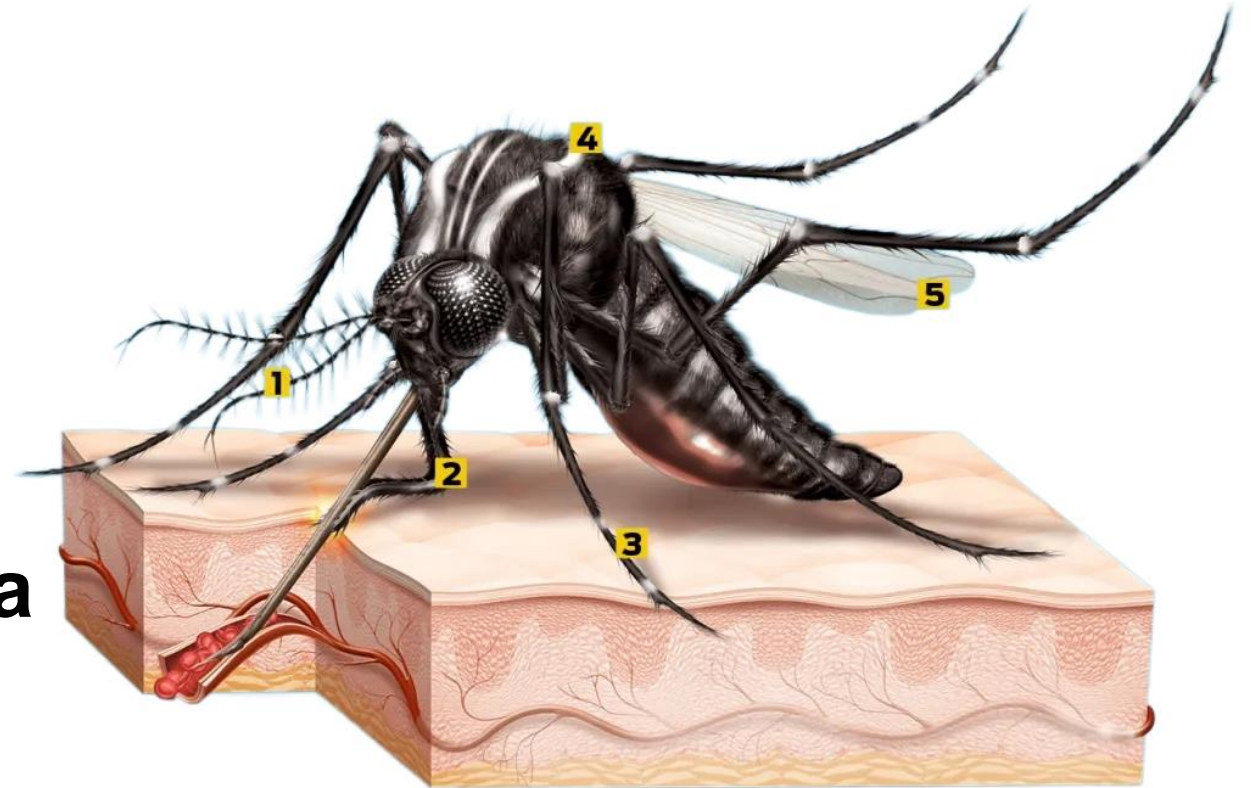
- Clínico: Com base nos sintomas
- Laboratorial: Testes sorológicos e PCR



Fonte: Ministério da Saúde do Brasil, 2024

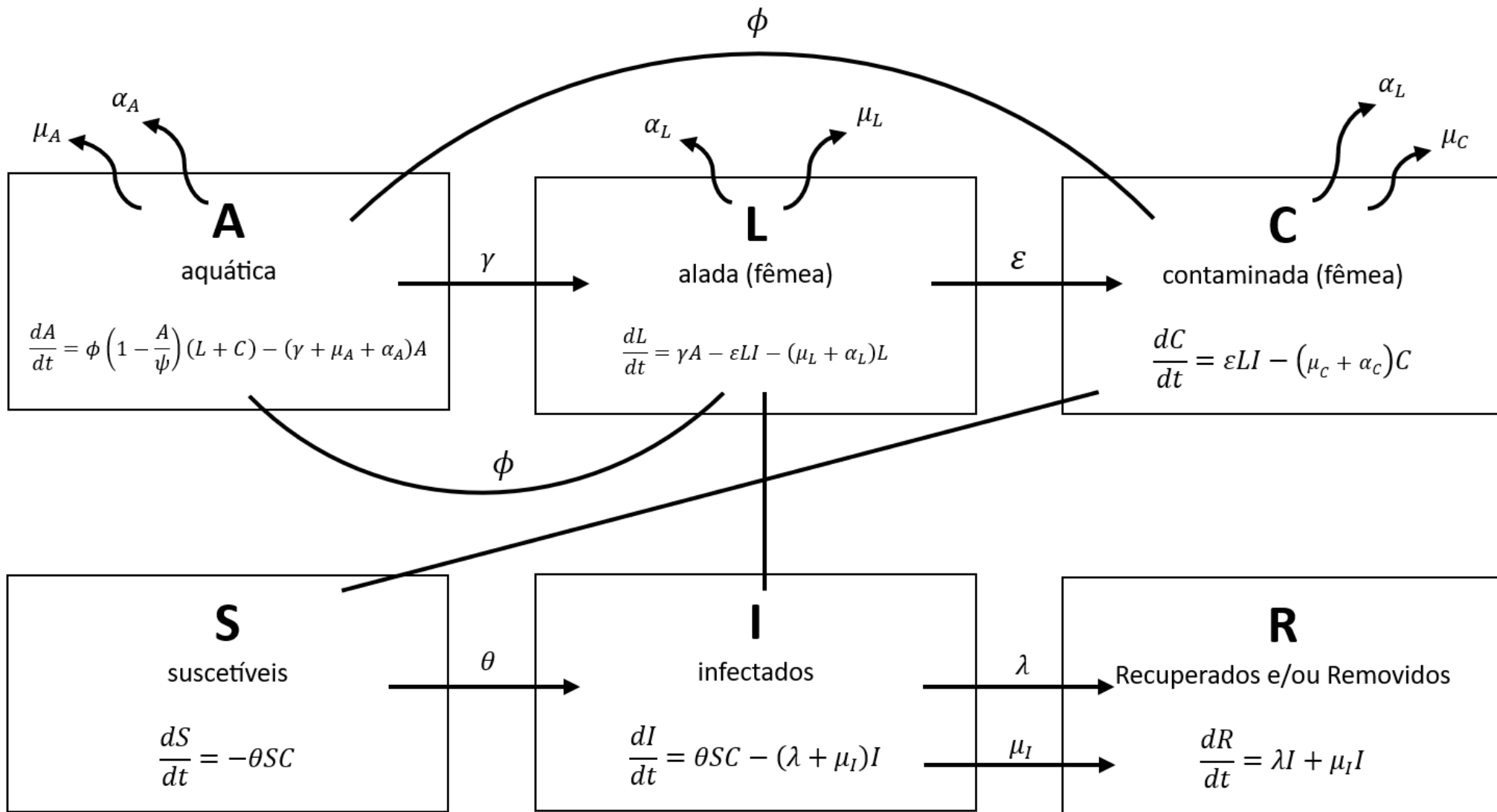
AEDES AEGYPTI

- **Características**
- **Ciclo de Vida**
- **Importância Epidemiológica**



Fonte: Super Interessante, 2024

MODELO MATEMÁTICO



MODELO MATEMÁTICO

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = -\theta SC \\ \frac{dI}{dt} = \theta SC - (\lambda + \mu_I)I \\ \frac{dR}{dt} = \lambda I + \mu_I I \\ \frac{dA}{dt} = \phi \left(1 - \frac{A}{\psi} \right) (L + C) - (\gamma + \mu_A + \alpha_A)A \\ \frac{dL}{dt} = \gamma A - \varepsilon LI - (\mu_L + \alpha_L)L \\ \frac{dC}{dt} = \varepsilon LI - (\mu_C + \alpha_C)C \end{array} \right.$$

MODELO MATEMÁTICO

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\theta SC \\ \frac{dI}{dt} = \theta SC - (\lambda + \mu_I)I \\ \frac{dR}{dt} = \lambda I + \mu_I I \\ \frac{dA}{dt} = \phi \left(1 - \frac{A}{\psi}\right) (L + C) - (\gamma + \mu_A + \alpha_A)A \\ \frac{dL}{dt} = \gamma A - \varepsilon LI - (\mu_L + \alpha_L)L \\ \frac{dC}{dt} = \varepsilon LI - (\mu_C + \alpha_C)C \end{cases}$$

S Pessoas suscetíveis à doença

I Pessoas infectadas pelo vírus

R Pessoas recuperadas ou removidas

MODELO MATEMÁTICO

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\theta SC \\ \frac{dI}{dt} = \theta SC - (\lambda + \mu_I)I \\ \frac{dR}{dt} = \lambda I + \mu_I I \\ \frac{dA}{dt} = \phi \left(1 - \frac{A}{\psi}\right) (L + C) - (\gamma + \mu_A + \alpha_A)A \\ \frac{dL}{dt} = \gamma A - \varepsilon LI - (\mu_L + \alpha_L)L \\ \frac{dC}{dt} = \varepsilon LI - (\mu_C + \alpha_C)C \end{cases}$$

A Mosquitos na fase aquática

L Mosquitos fêmea na fase alada e não contaminadas

C Mosquitos fêmea contaminadas com o vírus

MODELO MATEMÁTICO

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\theta SC \\ \frac{dI}{dt} = \theta SC - (\lambda + \mu_I)I \\ \frac{dR}{dt} = \lambda I + \mu_I I \\ \frac{dA}{dt} = \phi \left(1 - \frac{A}{\psi}\right) (L + C) - (\gamma + \mu_A + \alpha_A)A \\ \frac{dL}{dt} = \gamma A - \varepsilon LI - (\mu_L + \alpha_L)L \\ \frac{dC}{dt} = \varepsilon LI - (\mu_C + \alpha_C)C \end{cases}$$

ϕ Oviposição

ψ Capacidade de suporte do meio

θ Transmissão de mosquito para pessoa

ε Transmissão de pessoa para mosquito

MODELO MATEMÁTICO

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = -\theta SC \\ \frac{dI}{dt} = \theta SC - (\lambda + \mu_I)I \\ \frac{dR}{dt} = \lambda I + \mu_I I \\ \frac{dA}{dt} = \phi \left(1 - \frac{A}{\psi} \right) (L + C) - (\gamma + \mu_A + \alpha_A)A \\ \frac{dL}{dt} = \gamma A - \varepsilon LI - (\mu_L + \alpha_L)L \\ \frac{dC}{dt} = \varepsilon LI - (\mu_C + \alpha_C)C \end{array} \right.$$

λ Recuperação da doença

γ Passagem da fase aquática para a fase alada

μ Mortalidades

α Controle mecânico

PARÂMETROS

Transmissão do Vírus de Mosquito para Pessoa (θ)

- Representa a taxa de transmissão do CHIKV de mosquitos infectados para humanos suscetíveis
- Média de infectados nas 13 primeiras semanas: 11.729

$$\frac{dS}{dt} = -\theta SC \Rightarrow \theta = \frac{11.729}{204.800.000 \cdot 40.000}$$

- $\theta \cong 1,43 \cdot 10^{-9}$

PARÂMETROS

Recuperação (λ)

- Representa a taxa de recuperação dos humanos infectados
- Tempo médio de recuperação: 10 dias

$$\lambda = \frac{1}{10} \cdot 7 = \frac{7}{10}$$

- $\lambda = 0,7$

PARÂMETROS

Mortalidade dos Infectados (μ_I)

- Casos prováveis: 206.055
- Óbitos: 115 confirmados e 125 em investigação

$$\mu_I = \frac{240}{206055} \cong 0,1165\%$$

- $\mu_I = 0,001165$

PARÂMETROS

Controle mecânico (α_A e α_L e α_C)

- Descreve a eficácia das medidas de controle mecânico.
- As taxas de controle foram usadas como teste nas simulações de cenários.
- $\alpha_L = \alpha_C = 0$
- $\alpha_A = 0$

PARÂMETROS

Valores Iniciais

Calculados

$$S = 204.800.000 \quad \lambda = 0,7$$

$$I = 4.597 \quad \gamma = 0,35$$

$$R = 0 \quad \mu_I = 0,001165$$

$$A = 212.000.000 \quad \mu_A = 0, \bar{3}$$

$$\phi = 160 \quad \mu_L = \mu_C = 0,2$$

$$\theta = 1,43 \cdot 10^{-9}$$

Estimados

$$L = 60.000$$

$$C = 40.000$$

$$\psi = 250.000.000$$

$$\varepsilon = 1 \cdot 10^{-9}$$

$$\alpha_A = 0$$

$$\alpha_L = \alpha_C = 0$$

MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

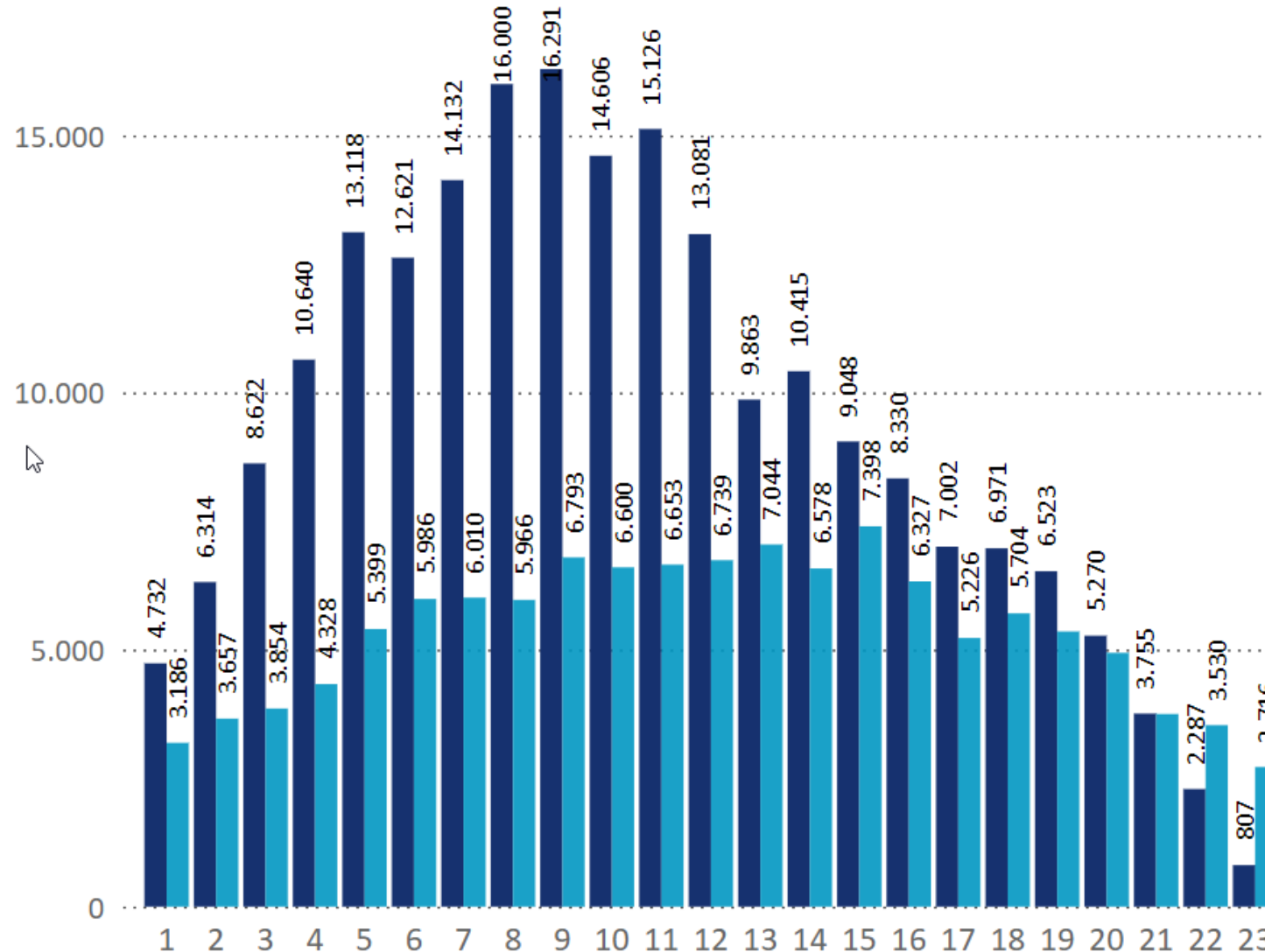
Método Numérico

Método de Euler

Linguagem Computacional

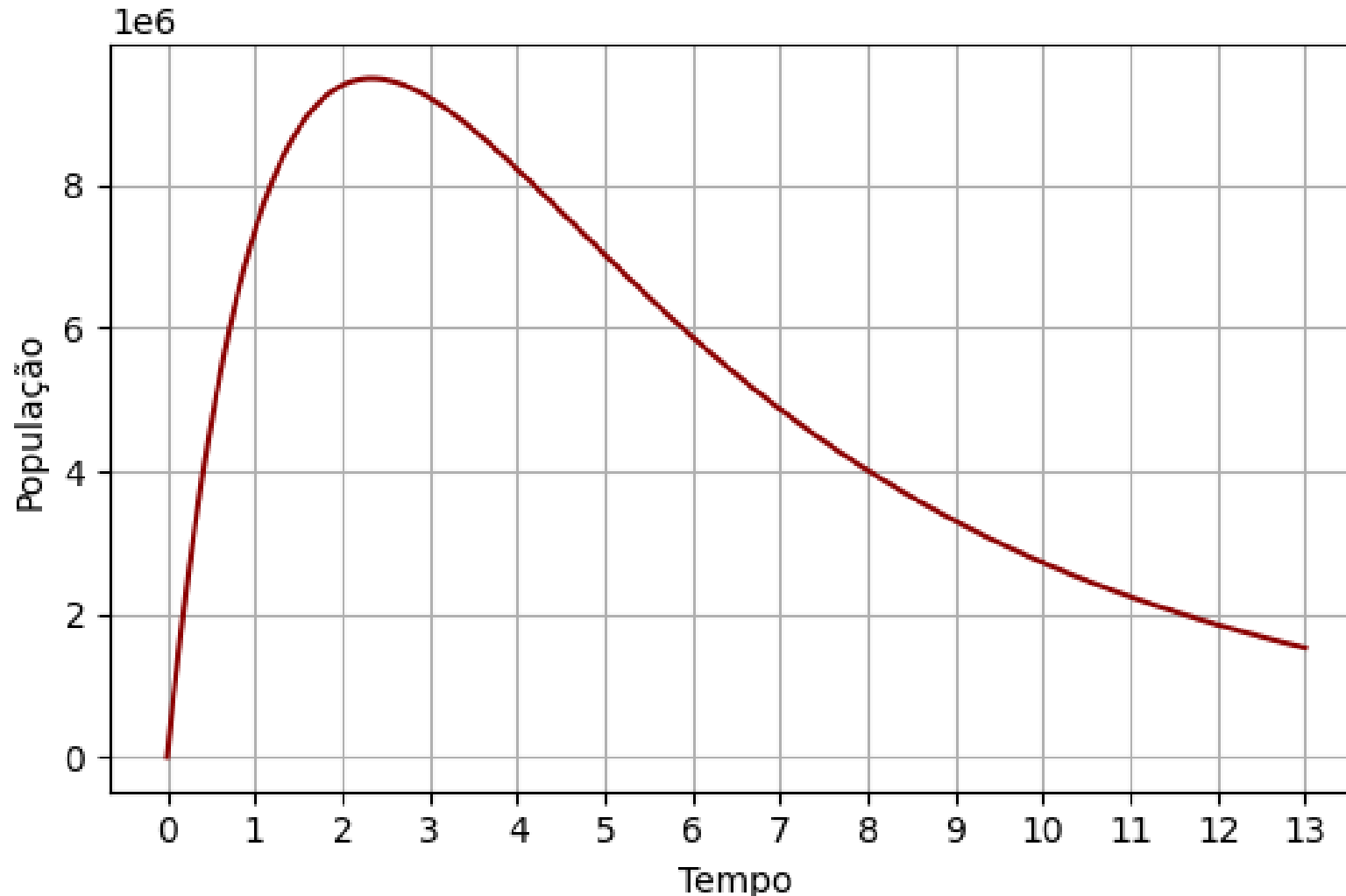
Python

CALIBRAR OS PARÂMETROS



CALIBRAR OS PARÂMETROS

Evolução da População de Pessoas Infectadas ao Longo do Tempo



CALIBRAR OS PARÂMETROS

Resultados Após a Primeira Série de Ajustes

Calculados

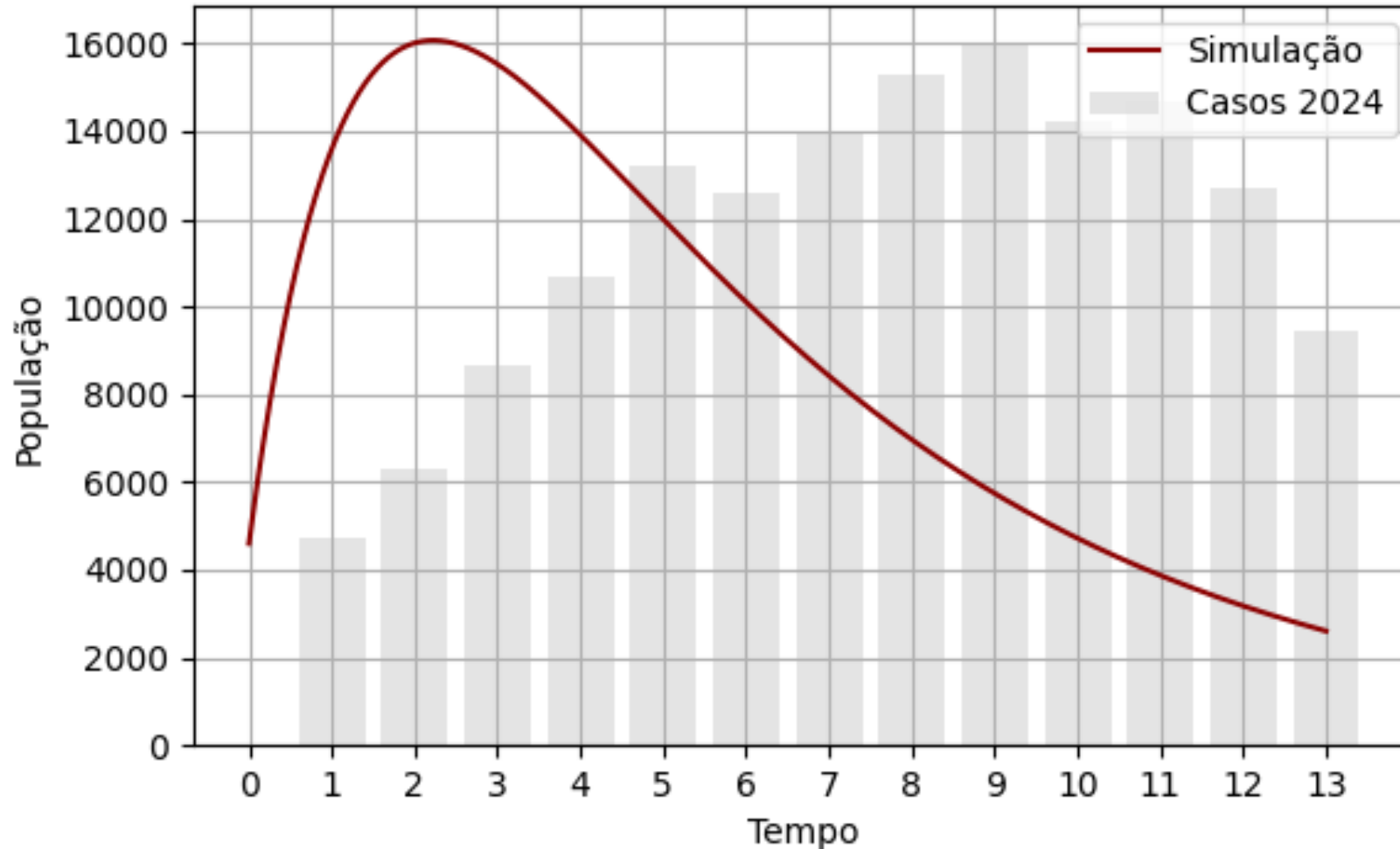
$$\begin{aligned} S &= 204.800.000 & \lambda &= 0,7 \\ I &= 4.597 & \gamma &= 0,35 \\ R &= 0 & \mu_I &= 0,001165 \\ A &= 212.000.000 & \mu_A &= 0, \bar{3} \\ \phi &= 160 & \mu_L = \mu_C &= 0,2 \end{aligned}$$

Estimados

$$\begin{aligned} L &= 40.000 \\ C &= 60.000 \\ \psi &= 214.000.000 \\ \theta &= 1,43 \cdot 10^{-12} \\ \varepsilon &= 1 \cdot 10^{-13} \end{aligned}$$

CALIBRAR OS PARÂMETROS

Evolução da População de Pessoas Infectadas ao Longo do Tempo



CALIBRAR OS PARÂMETROS

Resultados Após a Segunda Série de Ajustes

Calculados

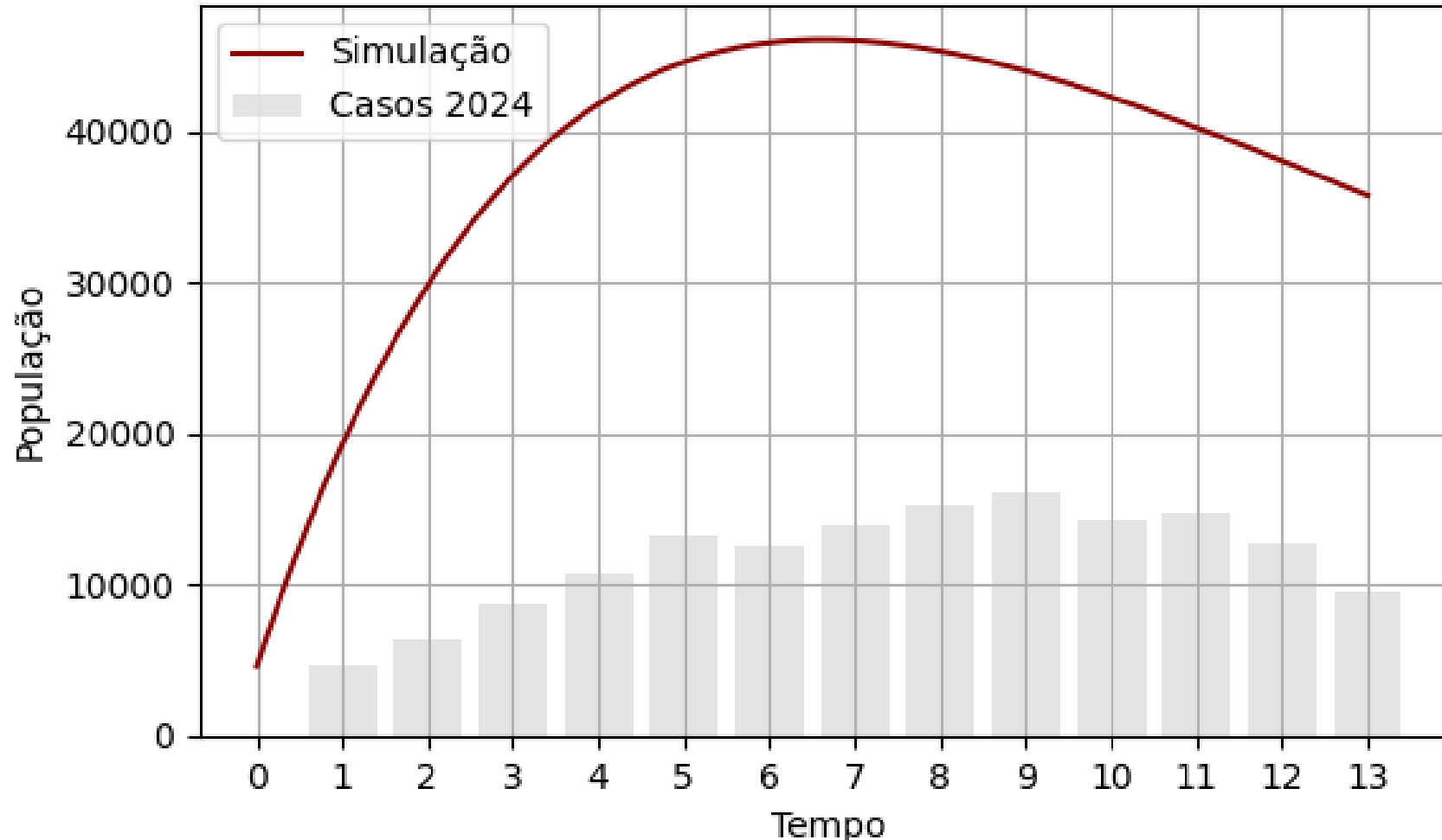
$$\begin{aligned} S &= 204.800.000 & \gamma &= 0,35 \\ I &= 4.597 & \mu_I &= 0,001165 \\ R &= 0 & \mu_A &= 0, \bar{3} \\ A &= 212.000.000 & \mu_L &= \mu_C = 0,2 \\ \phi &= 160 \end{aligned}$$

Estimados

$$\begin{aligned} L &= 40.000 \\ C &= 60.000 \\ \psi &= 214.000.000 \\ \theta &= 1,43 \cdot 10^{-12} \\ \varepsilon &= 1 \cdot 10^{-13} \\ \lambda &= 0,1 \end{aligned}$$

CALIBRAR OS PARÂMETROS

Evolução da População de Pessoas Infectadas ao Longo do Tempo



PARÂMETROS

Resultados Após a Terceira Série de Ajustes

Calculados

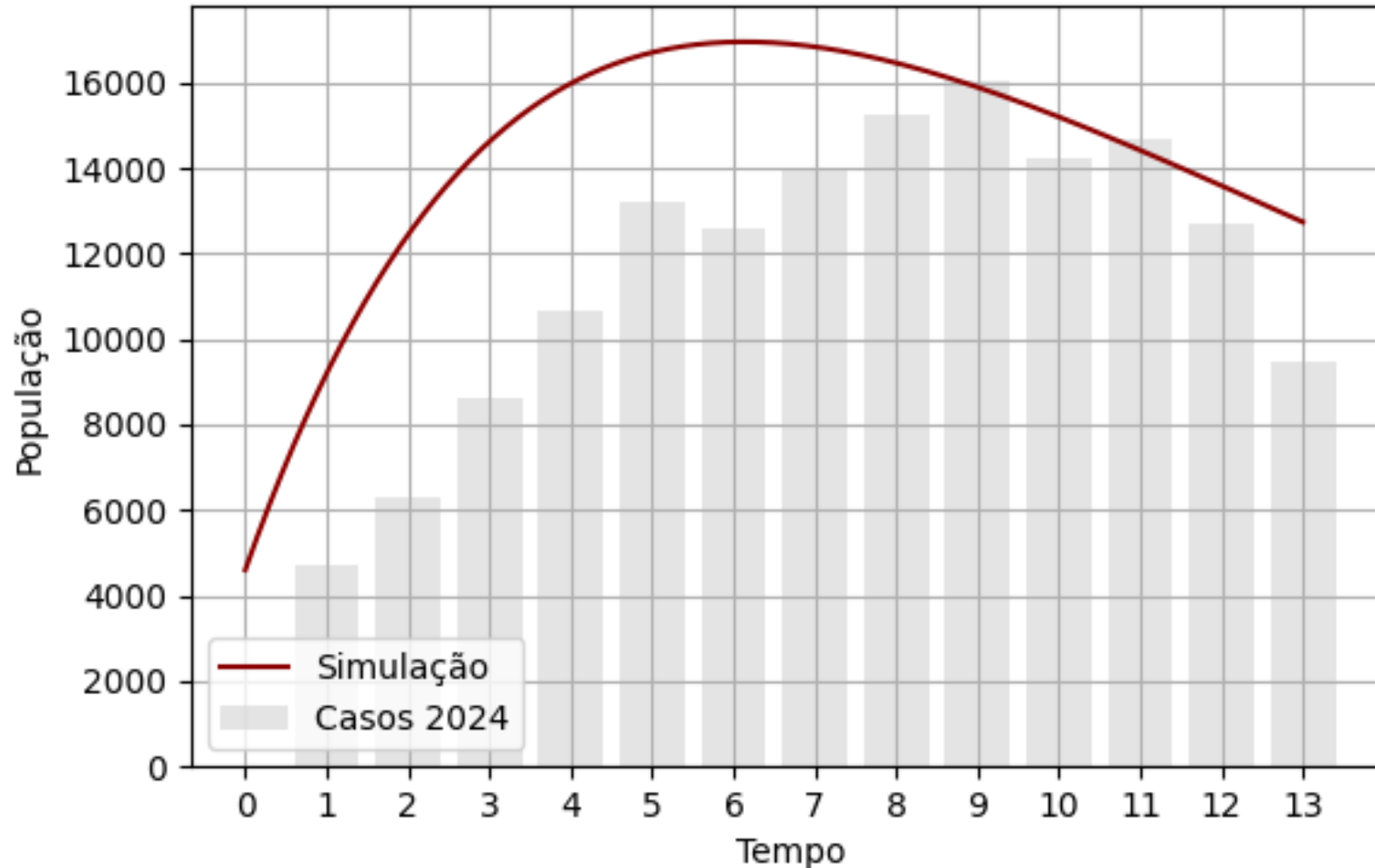
$$\begin{aligned} S &= 204.800.000 & \gamma &= 0,35 \\ I &= 4.597 & \mu_I &= 0,001165 \\ R &= 0 & \mu_A &= 0, \bar{3} \\ A &= 212.000.000 & \mu_L &= \mu_C = 0,2 \\ \phi &= 160 \end{aligned}$$

Estimados

$$\begin{aligned} L &= 80.000 \\ C &= 20.000 \\ \psi &= 214.000.000 \\ \theta &= 1,43 \cdot 10^{-12} \\ \varepsilon &= 1 \cdot 10^{-13} \\ \lambda &= 0,1 \end{aligned}$$

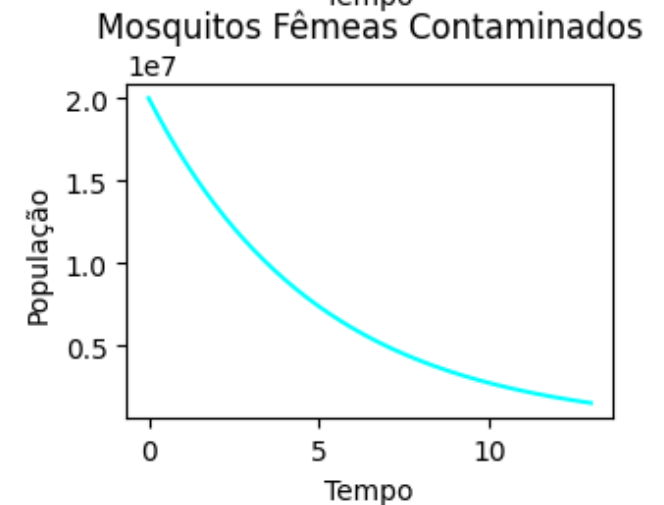
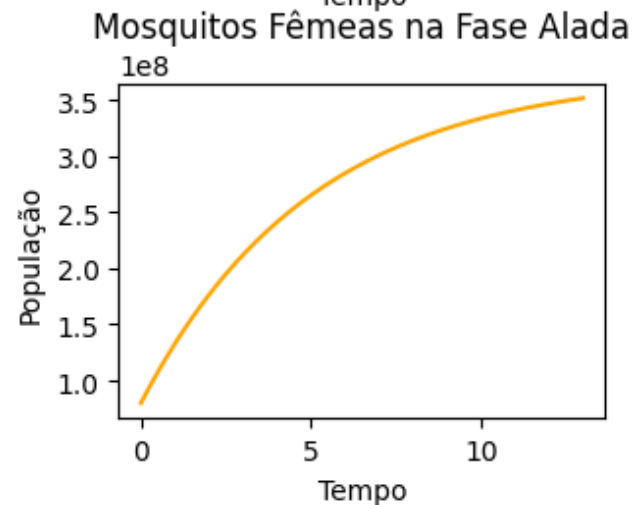
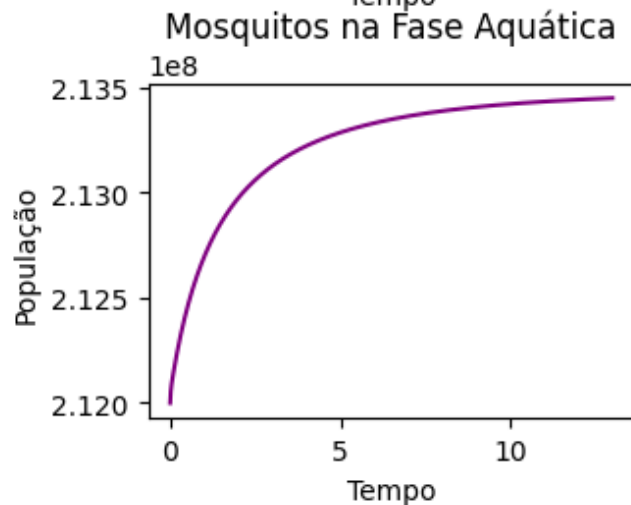
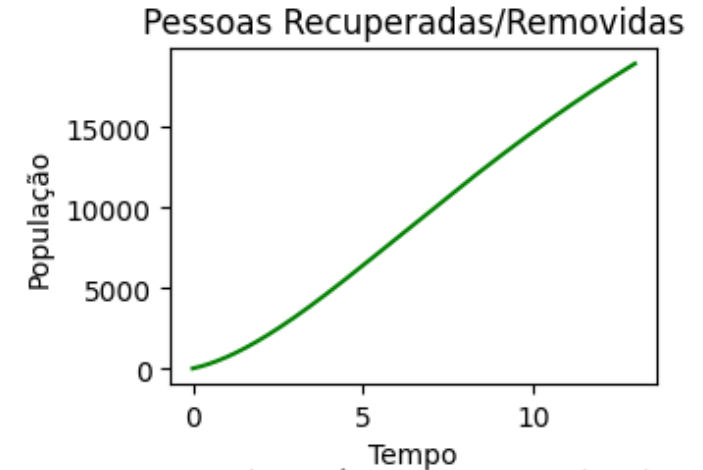
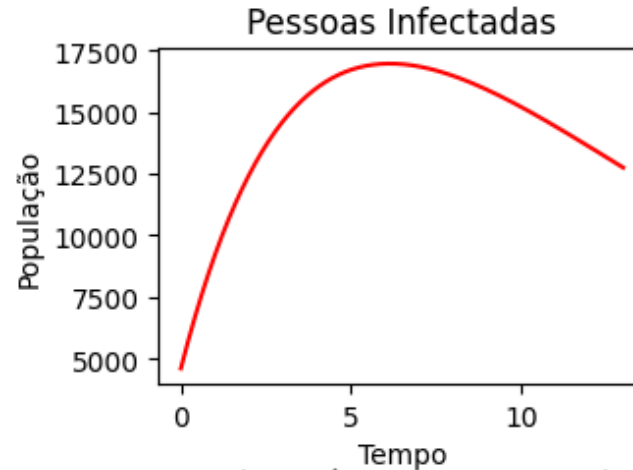
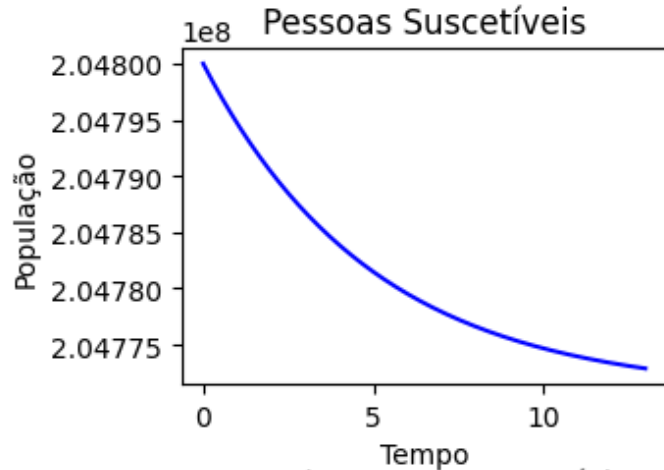
CALIBRAR OS PARÂMETROS

Evolução da População de Pessoas Infectadas ao Longo do Tempo



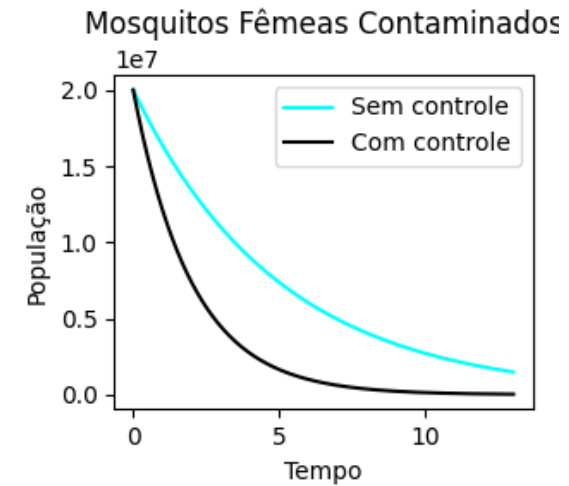
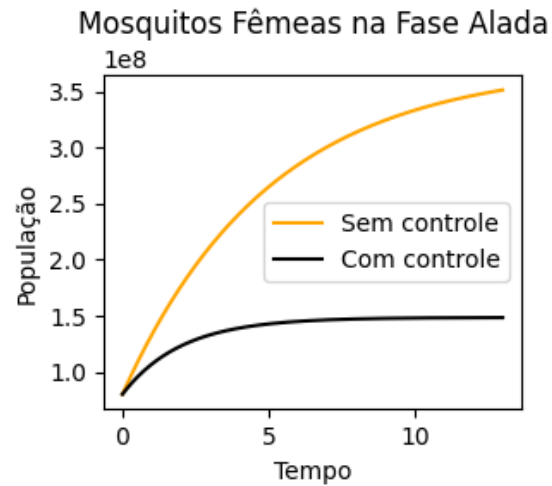
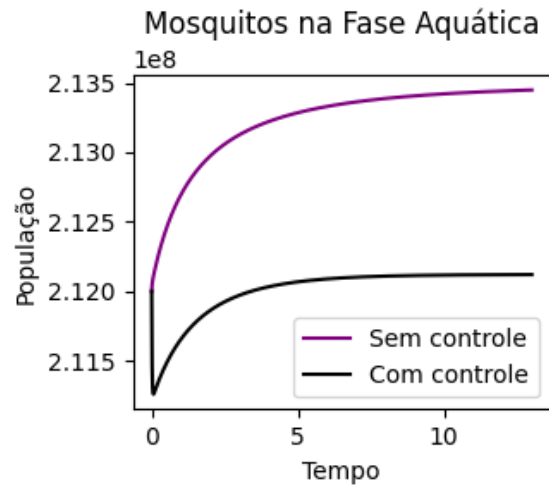
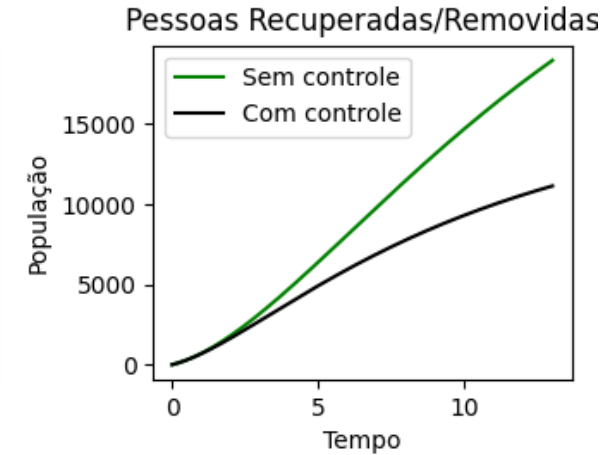
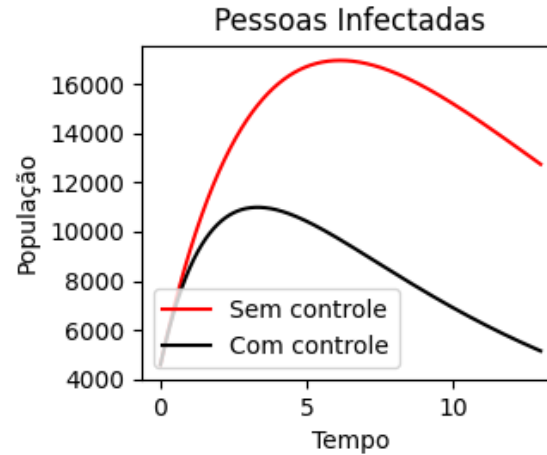
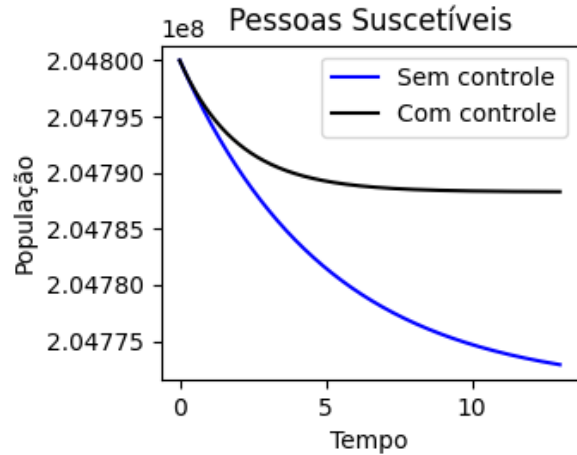
CENÁRIOS E SIMULAÇÕES

$$\alpha_A = \alpha_L = \alpha_C = 0$$



CENÁRIOS E SIMULAÇÕES

$$\alpha_A = \alpha_L = \alpha_C = 0,3$$



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Síntese dos Resultados

- Eficácia dos modelos matemáticos para prever a propagação da Chikungunya

Impacto na Saúde Pública

- Importância de políticas de controle vetorial

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Contribuições para o Ensino

- Integração da modelagem matemática no currículo escolar

Limitações do Estudo

- Necessidade de mais tempo de pesquisa a fim de encontrar mais dados para ajustes precisos

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Direções para Pesquisas Futuras

- Determinação de parâmetros estimados
- Inclusão de novas variáveis
- Acoplamento de compartimentos adicionais ao modelo

REFERÊNCIAS

- BACHAËR, Nicolas et al. **Matemática e Epidemias**. Paris: Nicolas Bacaër, 2022. ISBN: 979-10-396-2030-7. Disponível em: <http://www.ummisco.ird.fr/perso/bacaer/pt2.pdf>. Acesso em: 8 jun. 2024.
- BERTONE, Ana Maria Amarillo; BASSANEZI, Rodney Carlos; JAFELICE, Rosana Sueli da Motta. **Modelagem Matemática**. Uberlândia, MG: UFU, 2014. 187 p. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/25315/1/Modelagem%20Matem%C3%A1tica.pdf>. Acesso em: 5 jun. 2024.
- BEZERRA, Juliana Maria Trindade. **Densidade populacional de Aedes aegypti (Diptera: Culicidae) e taxa de infecção por vírus dengue em São Luís, Maranhão**. 2010. 97 f. Dissertação (Mestrado em Saúde Materno-Infantil) – Programa de Pós-Graduação em Saúde Materno-Infantil, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2010. Disponível em: <https://tede2.ufma.br/jspui/handle/tede/1142>. Acesso em: 5 jun. 2024.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Saúde. Portal da Saúde. Disponível em: <http://www.saude.gov.br>. Acesso em: 5 jun. 2024.
- LIMA, Letícia Ferreira. **Análise do comportamento de oviposição do mosquito *Aedes aegypti* em Paquetá/RJ**. 2017. 98 f. Dissertação (Mestrado em Biologia Computacional e Sistemas) - Instituto Oswaldo Cruz, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <https://www.arca.fiocruz.br/handle/icict/23799>. Acesso em: 5 jun. 2024.
- OLIVEIRA, Stéfano Alves de. **Uma Análise da Longevidade do *Aedes aegypti* e do EIP da Dengue em Diferentes Configurações Climáticas**. 2022. 205 f. Tese (Doutorado em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/48777>. Acesso em: 5 jun. 2024.

AGRADECIMENTOS

OBRIGADO!