

COMUNICAÇÃO ORAL

GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE APOIO AO ENSINO DE PARÁBOLAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Silva, Islane, islane.silva@castanhal.ufpa.br¹

Silva, Amanda, amandacp995@gmail.com²

Soares, David, davidgsoares2050@gmail.com³

¹ Graduanda pelo Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Pará

² Graduanda pelo Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Pará

³ Graduando pelo Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Pará

Resumo: Neste estudo, apresentamos uma sugestão de atividade que visa facilitar o ensino de funções quadráticas de forma dinâmica e atraente para os estudantes do primeiro ano do ensino médio. Desta maneira, exploraremos o software GeoGebra como ferramenta de apoio para o ensino de parábolas.

Palavras-chave: Parábolas, Função quadrática, GeoGebra.

INTRODUÇÃO

No presente artigo, propomos o software GeoGebra como uma ferramenta de apoio essencial no ensino de funções quadráticas para estudantes do primeiro ano do ensino médio. Esta proposta surge da constatação da predominância de métodos tradicionais de ensino, os quais frequentemente carecem de atratividade devido a exercícios matemáticos que não conseguem despertar o interesse dos estudantes nos conteúdos matemáticos. A abstração dos conceitos da função quadrática no Ensino Tradicional, as dificuldades dos estudantes de visualizarem esses conteúdos devido as abordagens tradicionalistas que se utilizam de recursos estáticos, são exemplos das necessidades de métodos de ensino que são eficazes e atrativos.

Este estudo apresenta uma sugestão de atividade interativa a partir do GeoGebra que tem o potencial de fazer o estudante compreender o conteúdo de forma dinâmica. Por esta razão, evidenciaremos o GeoGebra como um software que pode facilitar o entendimento dos estudantes para o ensino de parábolas, essa abordagem tecnológica centrada no aluno, possibilita o aprendizado autônomo e colaborativo.

REFERENCIAL TEÓRICO

As TDIC nas salas de aula surgem como uma tendência para melhorar o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, a inserção de softwares dinâmicos podem possibilitar um aprendizado prático e eficiente. Essa tendência pode ser observada por meio de Fonseca e Barrére (2013, p. 2) que destacam que “nestes últimos anos, a utilização das Tecnologias Digitais está cada vez mais presente na vida dos alunos e dos professores, sendo indispensável para uso na educação como apoio didático no espaço escolar”. Ademais, Morello (2022) argumenta que a integração das TDIC nas atividades curriculares do ensino médio pode trazer benefícios significativos para a aprendizagem de conteúdos abstratos. Essa integração não apenas redefine os espaços de ensino, mas também promove uma abordagem educacional dinâmica, na qual os métodos tradicionais são auxiliados pela utilização das TDIC.

Castro (2016) destaca que as TDIC são fundamentais no ensino de Matemática, ampliando as abordagens além das tecnologias tradicionais (lousa, giz, canetões, lápis e papel), proporcionando novas formas de compreensão de conteúdo. As limitações das tecnologias tradicionais promovem um ensino estático e pouco atraente aos estudantes, devido a isso, não promovem um estudo dinâmico das parábolas, desta forma os estudantes não conseguem interagir com as variáveis da função do segundo grau. Em contrapartida a esse método tradicional, softwares de ensino como o GeoGebra com sua interface interativa e dinâmica, possibilitam a interação necessária para fazer com que os estudantes sejam atraídos, em virtude disso, faz com que o aprendizado seja atraente.

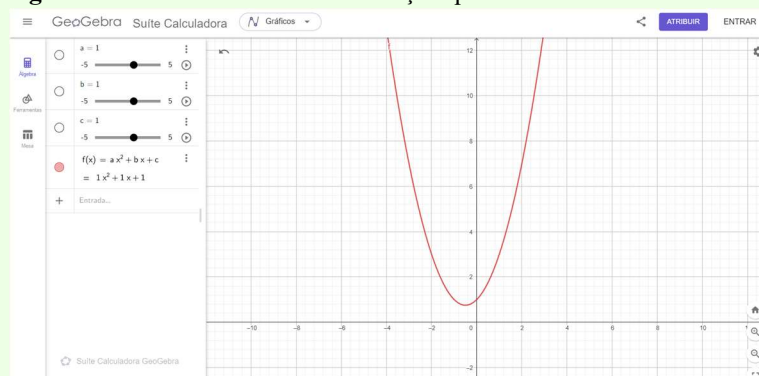
Souza e Miranda (2022) aplicaram e comprovaram que o software GeoGebra no ensino de funções quadráticas possibilitou a compreensão e absorção desse conteúdo. Assim como Sousa (2014, p. 1), “chegou a um parecer de que o uso do GeoGebra ajuda a compreender (...) o conceito de função quadrática diante dos desafios desencadeados pelo processo de busca e de descoberta do novo, do prático e do tecnológico”. Desta forma, podemos perceber o potencial das TDIC no ensino desse conteúdo e como pode facilitar a aprendizagem nos estudantes.

METODOLOGIA

A metodologia proposta visa proporcionar prática e interativa para explorar as propriedades da parábola por meio do GeoGebra. Apresentaremos uma sugestão de atividade que será dividida em quatro etapas. Utilizaremos o controle deslizante do GeoGebra e seu recurso dinâmico controle deslizante como ferramenta para manobrar e visualizar vários aspectos do sistema de funções quadráticas.

Com o controle deslizante, é possível ajustar os coeficientes da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, em que, a , b e c são constantes que influenciam a forma da parábola. Para inserir o controle deslizante basta inserir na barra de entrada do GeoGebra a função quadrática ($y = ax^2 + bx + c$), após realizar esse procedimento, resultará na figura abaixo.

Figura 1: Controle deslizante e a função quadrática



Fonte: Criado no software GeoGebra pelos autores

1. Introdução teórica sobre a parábola

O primeiro passo consiste em uma introdução teórica sobre a parábola, incluindo a forma geral da equação quadrática $y = ax^2 + bx + c$ e suas características fundamentais, como vértice, diretriz e foco.

A definição matemática de uma parábola afirma que ela é o conjunto de todos os pontos no plano que estão equidistantes de um ponto fixo (o foco) e de uma reta fixa (a diretriz). Matematicamente, isso é expresso pela condição fundamental de que a distância de qualquer ponto da parábola ao foco é igual à sua distância à diretriz.

A condição de que o coeficiente (a) de uma parábola seja diferente de 0 garante que a equação quadrática seja uma parábola real, correspondendo exatamente à definição geométrica de uma parábola como o conjunto de pontos que estão equidistantes do foco e da diretriz.

Agora vamos investigar o discriminante da equação quadrática.

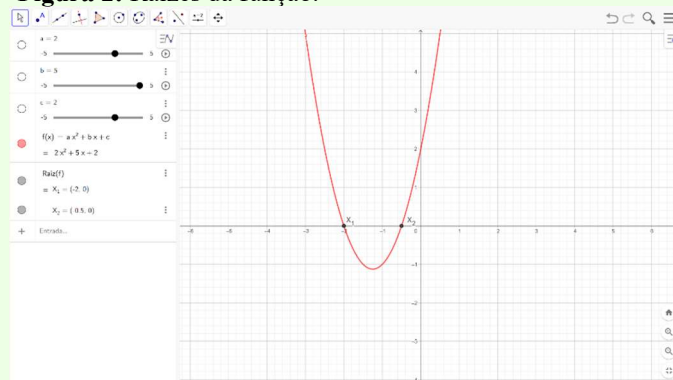
Discriminantes:

O discriminante de uma função quadrática é dado por ($\Delta = b^2 - 4ac$), chamado de “fórmula de delta”. E seu papel é determinar o número real de raízes da função quadrática. Podemos calcular o número de raízes reais de uma função quadrática examinando seu discriminante ($\Delta = b^2 - 4ac$):

A função terá duas raízes reais distintas e separadas se ($\Delta > 0$), terá apenas raízes complexas em vez de raízes reais se ($\Delta < 0$) e duas raízes reais iguais, ou seja, ($x_1 = x_2$) se ($\Delta = 0$).

Raíz:

A raiz de uma parábola é ao ponto onde ela corta o eixo x em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse ponto é significativo porque indica exatamente a interseção da parábola com o eixo horizontal.

Figura 2: Raízes da função.

Fonte: Software GeoGebra

Calcular as raízes:

Se $\Delta > 0$, as raízes são $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Se $\Delta = 0$, a raiz dupla é $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Se $\Delta < 0$, as raízes são complexas e são dadas por $x = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$, onde i é a unidade imaginária ($i^2 = -1$).

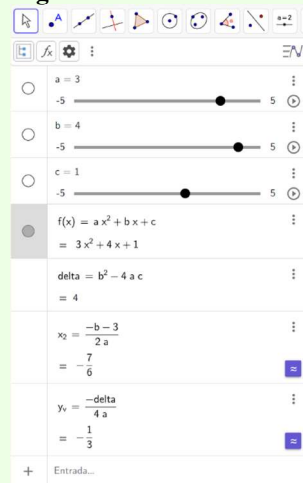
Vamos criar um exemplo de sugestão que pode ser utilizado para orientar o aluno e adquirir conhecimentos sobre o discriminante da função quadrática abordando conceitos básicos por meio do GeoGebra.

Passo 1: Criar uma Função Quadrática

$$y = 3x^2 + 4x + 1$$

Passo 2: Calcular o Discriminante

Figura 2: DISCRIMINATES



Fonte: Software GeoGebra

Essas condições dependem diretamente do valor do discriminante (Δ), fornecendo informações sobre a natureza das soluções da função quadrática.

Características da Parábola

Vértice: O vértice da parábola é o ponto de máximo ou mínimo, isso dependendo da direção de abertura da parábola. Ele representa o valor extremo da função quadrática no plano cartesiano.

Coordenada x do vértice

A coordenada x do vértice é dada pela fórmula $xv = -\frac{b}{2a}$.

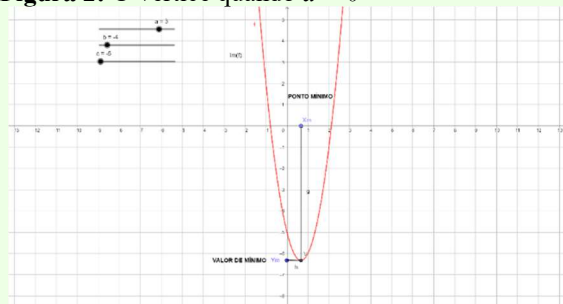
Coordenada y do vértice

Uma vez que você encontrou xv , você pode encontrar a coordenada y correspondente ao vértice substituindo xv na equação original $y = ax^2 + bx + c$:

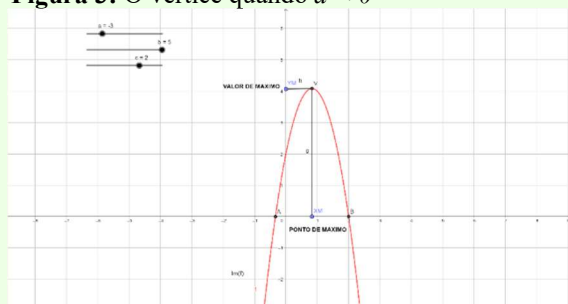
$$yv = a(xv)^2 + b(xv) + c$$

Uma função quadrática tem um ponto de mínimo quando sua concavidade é elevada para cima. Por outro lado, a função atinge seu ponto de máximo quando a concavidade é inclinada para baixo. Observando as funções abaixo com $(a > 0)$, (Ym) representa o valor mínimo e (Xm) o ponto de mínimo. Por outro lado, com $(a < 0)$, (YM) representa o valor máximo e (XM) o ponto de máximo.

Figura 2: O vértice quando $a > 0$



Fonte: Software GeoGebra

Figura 3: O vértice quando $a < 0$ 

Fonte: Software GeoGebra

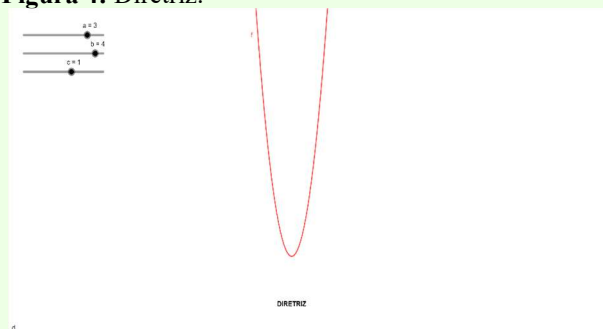
Assim, podemos identificar que a interseção desses dois pontos resulta no vértice da função.

O objetivo é que os estudantes possam analisar e construir a função a partir da sua expressão algébrica, atribuindo valores e observar como os coeficientes influenciam o comportamento das funções, dessa forma, será possível visualizar o gráfico e compreender os pontos críticos da função.

Diretriz:

A diretriz de uma parábola é uma reta fixa no plano cartesiano que está relacionada geometricamente com todos os pontos da parábola. Isso é feito para que cada ponto da parábola esteja a uma distância igual da direção e do foco da parábola.

- A diretriz é uma reta paralela ao eixo x , localizada a uma distância p do vértice, onde $p = \frac{1}{4a}$.
- A equação da diretriz depende da orientação da parábola e pode ser encontrada como $x = h + \frac{1}{4a}$.
- Se a parábola for vertical $y = k + \frac{1}{4a}$ a parábola for horizontal.

Figura 4: Diretriz.

Fonte: Software GeoGebra

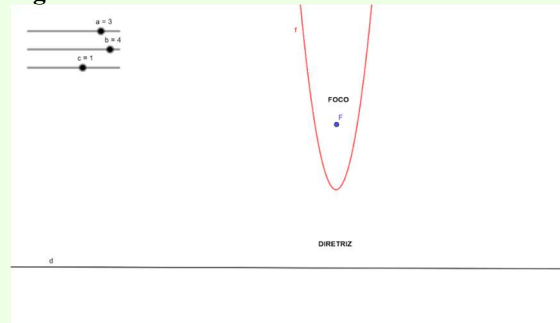
Foco:

O ponto foco de uma parábola é um ponto no plano cartesiano em que todos os outros pontos estão a uma distância igual da diretriz. O ponto de foco ajuda a definir sua forma e posição.

Para parábolas com eixo vertical: As coordenadas do foco são $(h, k + \frac{1}{4a})$.

Para parábolas com eixo horizontal: As coordenadas do foco são $(h + \frac{1}{4a}, k)$.

Figura 5: Foco e diretriz.



Fonte: Software GeoGebra

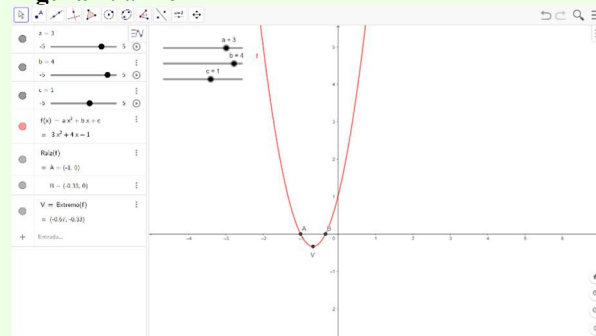
2. Demonstração no GeoGebra

Na segunda etapa, o professor demonstrará o uso do controle deslizante do GeoGebra para variar os valores dos coeficientes da equação quadrática e como as mudanças afetam a posição, orientação e forma da parábola. Os alunos serão convidados a variar os valores dos coeficientes, por sua vez, e observar as suas parábolas correspondentes.

Logo em seguida, examinaremos os coeficientes a , b e c , que irão definir o comportamento da parábola

Coefficiente (a): determina a concavidade e a largura da parábola.

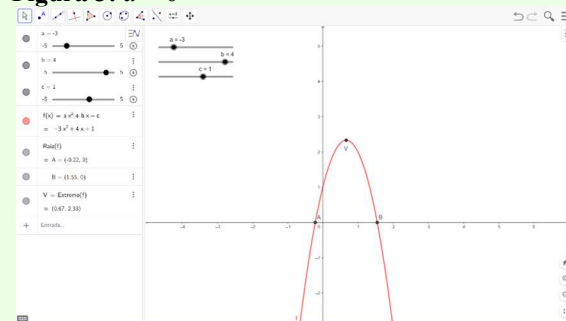
Figura 2: $a > 0$



Fonte: Software GeoGebra

Quando o valor do coeficiente a sendo ($a > 0$) é positivo, logo temos uma parábola com a cavidade voltada para cima.

Figura 3: $a < 0$



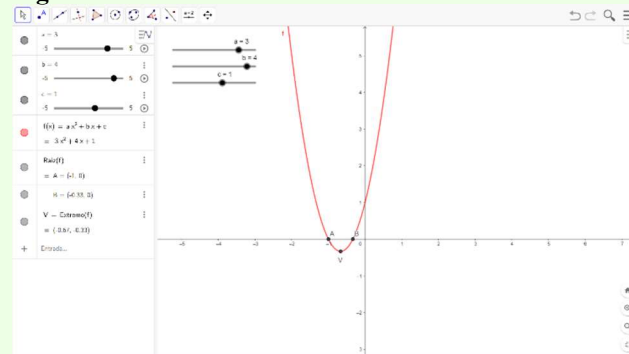
Fonte: Software GeoGebra

Quando o valor do coeficiente a está negativo ($a < 0$) então, temos uma parábola com a cavidade voltada para baixo.

Coefficiente (b): afeta o deslocamento horizontal da parábola.

Agora iremos analisar o coeficiente b e suas mudanças no plano.

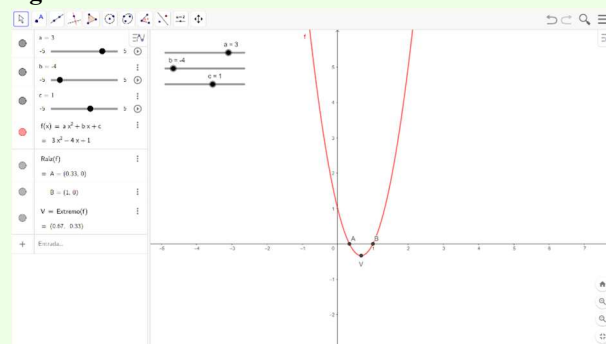
Figura 4: $b > 0$



Fonte: Software GeoGebra

quando b é positivo, a parábola se desloca para a direita;

Figura 5: $b < 0$

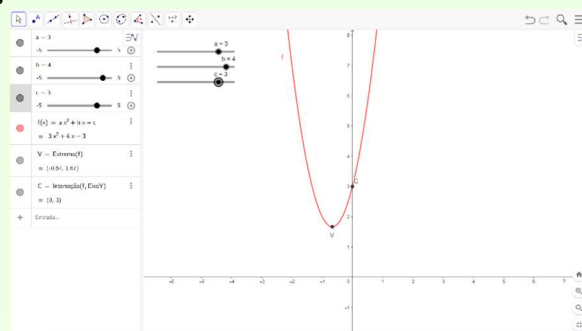


Fonte: Software GeoGebra

Quando b é negativo, a parábola se desloca para a esquerda.

Coefficiente (c): É que determina onde a parábola está no eixo y .

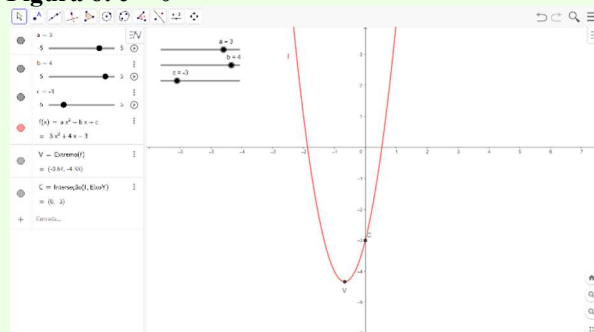
Figura 6: $c > 0$



Fonte: Software GeoGebra

Quando o valor do coeficiente c sendo ($c > 0$) é positivo, a parábola cortará o eixo y acima da origem.

Figura 6: $c < 0$



Fonte: Software GeoGebra

Quando c é negativo ($c < 0$), a parábola cortará o eixo y abaixo da origem.

Deslize os controles em cada coeficiente para observar as variações do gráfico.

3. Atividades de Variação e Análise da Parábola no GeoGebra

Os alunos receberão folhas de atividades com perguntas e instruções para realizar uma exploração guiada das propriedades das funções do segundo grau usando o GeoGebra e seu controle deslizante. Eles serão incentivados a realizar uma série de tarefas, como identificar o vértice, a diretriz e o foco da parábola, variar os coeficientes da equação quadrática e explorar a relação entre os coeficientes e a posição da parábola no plano cartesiano.

4. Discussão em Grupo

Após a finalização das atividades práticas, os alunos devem ser convidados a uma discussão em grupo para debaterem suas descobertas e reflexões a respeito das atividades. Neste sentido, o professor estimulará os alunos a exporem suas observações e a estabelecerem as relações entre os conceitos discutidos teoricamente e as atividades realizadas por meio da função controle deslizante do GeoGebra.

DISCUSSÃO

O controle deslizante do GeoGebra pode ser utilizado para ensinar funções quadráticas, permitindo aos professores demonstrarem como os coeficientes a , b e c afetam a forma do gráfico parabólico. Os alunos podem alterar os valores desses coeficientes da função quadrática e observar instantaneamente no plano cartesiano. Essa atividade proporciona uma oportunidade para os estudantes explorarem a matemática e compreenderem as propriedades das funções quadráticas de maneira dinâmica, sem as limitações das tecnologias estáticas dos métodos tradicionais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio dessa sugestão de atividade, podemos perceber a interatividade que softwares dinâmicos como o GeoGebra promovem no ensino de conteúdos matemáticos. Esse software pode ser utilizado como ferramenta para auxiliar o professor e facilitar o entendimento dos estudos.

As aulas serem realizadas em diferentes momentos é um fator crucial para que assim seja necessário aplicá-las conforme o plano de ensino, e assim seguindo o roteiro pré-estabelecido na proposta. No entanto usar essa metodologia vem proporcionar uma melhor compreensão para o ensino da matemática, com o intuito de desenvolver uma aprendizagem construtiva e um ensino de qualidade.

Ainda que não tenhamos utilizado essa proposta de ensino, consideramos aplicar futuramente em uma turma de primeiro ano do ensino médio para assim verificar as dificuldades que podem vir ser encontradas e também as possibilidades que podem surgir de acordo o desenvolvimento dos alunos. Entretanto esperamos que essa proposta possa vir auxiliar professores do ensino médio sendo assim uma alternativa para facilitar o processo de construção de conhecimento em relação ao conteúdo de função polinomial do segundo grau. Já por outro lado, pode-se adaptar essas aulas para os anos finais do ensino fundamental, quanto ao terceiro ano do ensino médio, para que se possa revisar e aprofundar em alguns conteúdos.

REFERÊNCIAS

CASTRO, AL de. A formação de professores de matemática para uso das tecnologias digitais e o currículo da era digital. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

FONSECA, Elias Antonio Almeida da; BARRÉRE, Eduardo. Possibilidades e Desafios na Utilização e Seleção de TDIC para o Ensino de Matemática em Escolas Públicas. **ULBRA**, Canoas, RS, 2013.

MORELLO, Marcelo. O GeoGebra como ferramenta tecnológica para ensinar função quadrática na 1ª série do Ensino Médio. **Editora Dialética**, 2022.

SOUSA, Reilson Matos. **O uso do geogebra no ensino de função quadrática**. 2014. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Oeste do Pará.

SOUZA, Kennedy; MIRANDA, Deiziane. A FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU SOB A PERSPECTIVA DO SOFTWARE GEOGEBRA. **Anais do XIII Congresso Nacional de Educação**, Maceió, AL, 2022.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática Elementar, Volume 1, Funções**, São Paulo: Editora Atual, 8ª Edição, 2004 2. IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos.