Por uma melhoria da Qualidade do Ensino e da Aprendizagem a matemática

29/07/2024

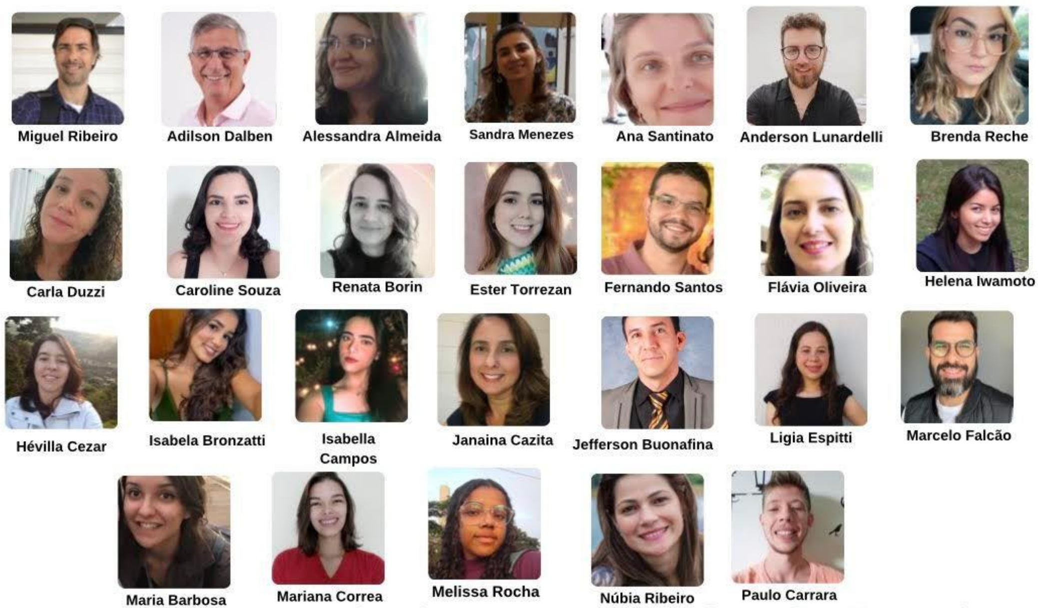
CONHECIMENTO INTERPRETATIVO – UM CONHECIMENTO ESPECIALIZADO ESSENCIAL PARA UMA PRÁTICA ESPECIALIZANTE: um exemplo no tópico composição de transformações geométricas isométricas

Caroline Silva

Miguel Ribeiro

CIEspMat
PESQUISA & FORMAÇÃO

CIEspMat – Grupo de Pesquisa & Formação sobre o Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de e que ensina Matemática



Uma aventura de pensar e implementar uma **(R)Evolução** na formação de professores de e que ensinam Matemática

ciespmat   @ciespmat   @ciespmat_formacao   YouTube CIEspMat

Introdução

- O conhecimento do professor é (necessita ser) especializado para o exercício da sua prática profissional de possibilitar que os alunos entendam;

- Especializado entendido pelas conceitualizações do ***Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* – MTSK** (Carrillo *et al*., 2018) e o **Conhecimento Interpretativo** – CI (Jakobsen; Ribeiro; Mellone, 2014) possibilitam compreender o conteúdo do conhecimento do professor de matemática.

Introdução

MTSK

Elaborado para aprofundar a compreensão dos elementos que compõe o conhecimento especializado do professor para sua prática matemática de proporcionar aos alunos o entendimento da matemática, servindo, também, de ferramenta analítica para investigar esse conhecimento

CI

Une o conhecimento matemático especializado envolvido e necessário para a prática matemática do professor, com o conhecimento da abordagem de erros e raciocínios não usuais, que são entendidos como oportunidades de aprendizagem

Introdução

Conhecimento especializado sustenta as diferentes práticas do professor, como a interpretativa;

Prática Interpretativa é entendida como uma prática especializada, pois é específica e essencial para o trabalho do professor

Envolve entender, interpretar e atribuir significado aos raciocínios e formas de Pensar dos alunos, ainda que sejam incorretos ou inesperados (fora do **espaço solução** do professor), cumprindo ao professor tomar as melhores decisões pedagógicas e propor ***feedback***

Requer do conhecimento especializado e interpretativo para ser realizada

Visa propiciar um entendimento matemático aos alunos

Parte do que e como os alunos revelam conhecer, tomando suas dificuldades e erros como ponto de partida para discussões matemáticas frutíferas

(Jakobsen; Ribeiro; Mellone, 2014).

Introdução

- Um tópico considerado difícil para os alunos é a **composição de transformações geométricas isométricas** diante das dificuldades que os alunos (e professores) revelam – como identificar as diferentes transformações efetuadas em uma composição;

- É o conhecimento especializado e interpretativo do professor que sustenta essas discussões que ajudam os alunos a ultrapassarem dificuldades como essa.

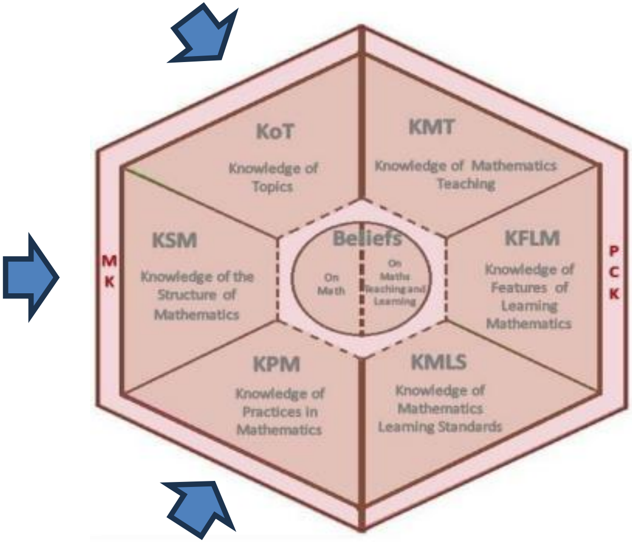
Introdução

- Como o conhecimento interpretativo e especializado não se desenvolvem na prática de sala de aula, necessita-se, portanto, realizar contextos formativos cuja intencionalidade seja desenvolvê-los.

Discutir as conceitualizações do ***Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*** (MTSK) e do **Conhecimento Interpretativo** (CI), bem como as noções **espaço solução** e ***feedback***, para compreender de que forma esse conhecimento especializado fundamenta e é essencial para a prática especializante do professor, tomando como exemplo o tópico composição de transformações geométricas isométricas.

Marco teórico – MTSK

- MTSK considera que todo conhecimento do professor como especializado, organizando-os em dois domínios;



Fonte: Carrillo *et al*. (2018, p. 241)

Marco teórico – MTSK

- Cumpre ao professor o conhecimento especializado para desenvolver sua prática profissional;
- No âmbito da composição de transformações geométricas isométricas (TGI):

KoT

Conhecer o que é a composição de TGI: qualquer par de movimentos como as translações, rotações e reflexões efetuados sucessivamente, em que efetua-se uma transformação primeiro, e a segunda transformação é efetuada à figura transformada

KSM

Conhecer a conexão entre composição de TGI e fração (sentido parte e todo): cada transformação efetuada (parte) mantém uma congruência entre a figura e a imagem, também, considerando a figura e a imagem obtida após todas as transformações (todo)

KPM

Conhecer que a reflexão deslizante é um caso particular de composição de TGI, e envolve efetuar a composição comutativa de uma reflexão e uma translação, na qual a direção do vetor de translação é paralela a direção do eixo de reflexão

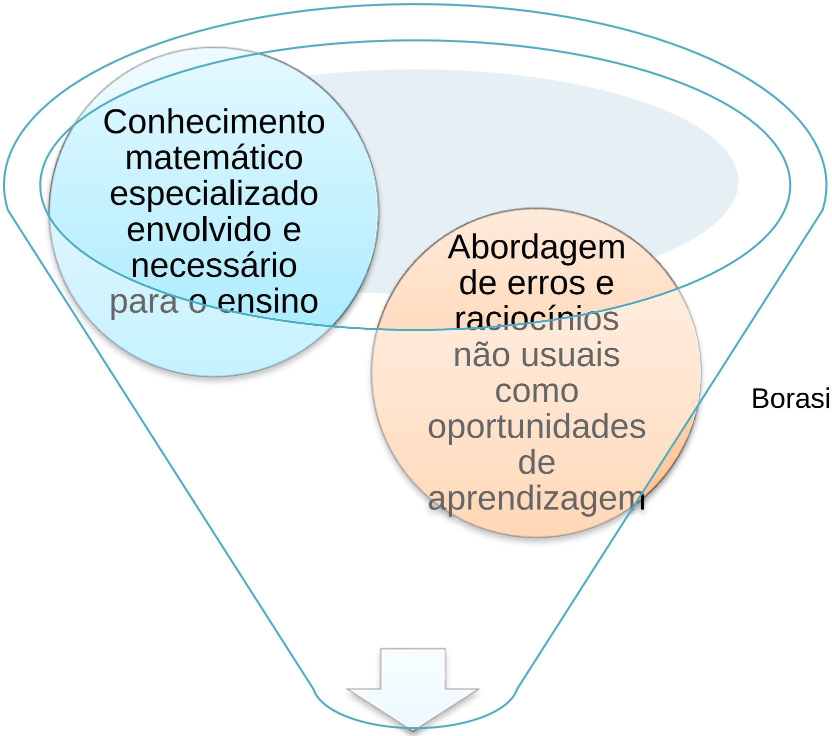
Marco teórico – CI

Segundo a Enciclopédia Springer Nature, o Conhecimento Interpretativo:

Refere-se ao conhecimento matemático amplo e profundo que permite aos professores apoiarem os alunos no desenvolvimento de seu próprio conhecimento matemático tendo como ponto de partida seus próprios raciocínios e produções, independentemente de serem não usuais ou incorretas. O CI complementa o conhecimento de erros típicos ou estratégias dos alunos, com o conhecimento de possíveis origens de erros típicos e atípicos e o conhecimento do uso dos erros como uma efetiva fonte de aprendizagem (Di Martino; Mellone; Ribeiro, 2020, p. 426).

Marco teórico – CI

Enciclopédia Springer Nature (Di Martino; Mellone; Ribeiro, 2019):



Borasi (1996).

Conhecimento Interpretativo

Marco teórico – CI

- CI corresponde ao conhecimento matemático especializado que vai além do mero *saber fazer;*

- Requer todo conteúdo do MK para sustentá-lo e permitir ao professor realizar sua prática interpretativa;

- Tem como premissa para desenvolver o entendimento matemático dos alunos, seus próprios raciocínios e produções, explorando os erros e realizando orientações;

- Compreende ao professor, mobilizar o conhecimento que está em seu espaço solução para realizar sua prática interpretativa.

(Jakobsen; Ribeiro; Mellone, 2014).

Marco teórico – Espaço solução

Espaço solução: refere-se ao conjunto das múltiplas formas que cada indivíduo concebe para alcançar a(s) resposta(s) para determinados problemas – possíveis respostas, diversas maneiras de abordagem e de registros de representação matemáticos para resolver um problema – mesmo que esse problema apresente uma única solução.

- Problemática – espaço solução limitado: composto por apenas um elemento – professor conhece apenas uma única estratégia, uma única forma de representação para resolver um problema (Jakobsen; Ribeiro; Mellone, 2014);
- Implica na decisão pedagógica que o professor tomará para intervir diante das dificuldades e erros dos alunos;
- *Feedback* – instruirá o aluno a como proceder – reproduzir o professor.

Marco teórico – *Feedback*

Feedback corresponde à forma de comunicação entre professor e aluno (Black; William, 1998; Hattie; Timperley, 2007).

- *Feedback* sobre como resolver o problema
- *Feedback* confuso
- Contraexemplo como *feedback*
- *Feedback* superficial
- *Feedback* construtivo

Categorias de *feedback*

(Galleguillos; Ribeiro, 2019; Santos; Pinto, 2009).

Marco teórico – *Feedback*

- No contexto de tarefas de composição de TGI, consideremos, por exemplo, uma tarefa que visa <u>identificar que transformações</u> foram efetuadas para a composição de um mosaico e uma produção de aluno que identifica apenas a translação;

- Se o professor propor esse *feedback*: *Está errado, refaça identificando a composição de duas reflexões de eixos paralelos!*

Feedback sobre como resolver o problema

- *Feedback* que avalia a produção do aluno como incorreta, foca apenas no erro e não no que o aluno já conhece.

Marco teórico – Prática Interpretativa

- A depender do nível de seu CI, o professor realiza determinadas práticas interpretativas (Mellone *et al*., 2017), somente um elevado nível fundamentará o professor realizar uma prática especializante.

- Categorias de práticas interpretativas:

Interpretação avaliativa (Nível 1 de CI)

Interpretação para a prática letiva (Nível 2 de CI)

Interpretação como pesquisa (Nível 3 de CI)

Contexto e método

- Para desenvolver o conhecimento interpretativo e especializado do professor – contexto formativo para coleta das informações




Onde?	Quando?	Com quem?	Como?
Curso de formação contínua (40h)	2.º Semestre de 2023	15 professores de matemática	Foram coletadas as produções dos professores referentes a um conjunto de TI

Tarefas Formativas (TF) – Estrutura

TF

Tarefa Para a Formação (TpF)

Parte preliminar

Parte I
- Tarefa aluno
- Questões professor – MTSK

Parte II
- **Tarefa Interpretativa (TI)**
- Produções de alunos
- **Feedback*

Cinco dimensões fundamentais para implementação da tarefa para o aluno

- (1) objetivos de aprendizagens matemáticas que se persegue com a tarefa;
- (2) recursos necessários e forma de trabalho dos alunos;
- (3) habilidade da BNCC associada à tarefa;
- (4) possíveis maiores dificuldades alunos;
- (5) comentários para a implementação.

Documento do Professor

- Foco no **MK**;
- Introdução: Tópico na BNCC associado ao objetivo - tarefa aluno;
- Conteúdo do KoT – tópico;
- Conteúdo do KSM – tópico;
- Conteúdo do KPM – tópico;
- Com referências da matemáticas.

Documento do Formador

- RQ;
- Objetivo (geral e específicos) da formação;
- Recursos para a formação;
- Discussão para realizar a formação;
- Cronograma;
- Objetivo de cada pergunta da TpF (TI);
- Possíveis respostas e dúvidas dos prof.;
- Revisto.

Contexto e método

- Nosso foco nessa comunicação:

  - TI do encontro 7 que focou na composição de transformações geométricas isométricas;

  - Nesse encontro estavam presentes 12 professores, organizados **três grupos**;

  - A **Parte Preliminar** foi respondida individualmente, e as **Partes I** e **II** em grupo.

Contexto e método – Objetivos da TI

Parte Preliminar

Aceder e desenvolver o conhecimento da fenomenologia e aplicações da composição de transformações geométricas, bem como o conhecimento das possíveis conexões com outros tópicos

Parte I

Tarefa para o aluno

Discutir o conhecimento de: procedimentos para efetuar a composição de TGI e identificar que TGI foram efetuadas; algumas propriedades desse tópico

Questões para o professor

Discutir o objetivo de aprendizagens matemáticas da tarefa aluno e identificar as dificuldades dos alunos – antecipação para identificar e entender melhor as dificuldades e erros – Parte II

Parte II

Situar o professor no contexto de sua prática interpretativa (futura) para aceder seu Conhecimento Interpretativo e por meio das discussões desenvolvê-lo

Contexto e método

Dinâmica da implementação da Parte II:

- Apresentou-se (três vezes) aos professores um vídeo – diálogo entre dois alunos (8.º ano) respondendo a tarefa para o aluno;
- Se colocassem no lugar da professora, ouvissem ao raciocínio matemático presente nas produções dos alunos e fornecessem um *feedback* construtivo;
- A cada vez que assistiram – *feedback*, utilizando cores distintas de caneta, complementando o *feedback*, caso julgassem necessário.

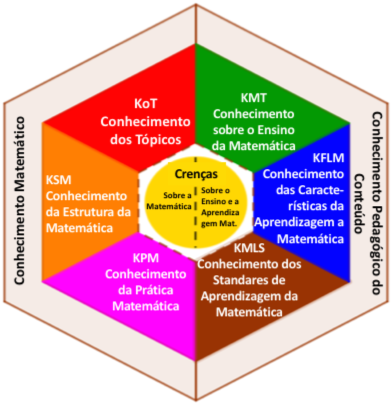
Situar os professores no contexto de sua prática interpretativa, para aceder e desenvolver seu CI

Contexto e método

Método – Procedimentos de análise

- Transcrição das produções – escritas (*ipsis litteris*) e em áudios (com correções da oralidade – informações textualizadas e acrescidas da descrição das expressões gestuais);

- Destacamos (colorimos – cores específicas) o que poderia ser uma evidência de conhecimento matemático (MTSK), CI ou *feedback*;
- Evidências enumeradas (linha a linha).



Contexto e método

- Foco: respostas escritas de dois grupos de professores da Parte II – *feedback*;
- Cada evidência foi identificada com um código – Exemplo: Encontro 7, Grupo 1, Parte II, questão 1 – (E7G1II1).
- O ***feedback*** fornecido (a cada vez) foi categorizado e relacionado com o **conhecimento matemático especializado** revelado e organizado em quadros;
- Análise e discussão em uma perspectiva de integrar os elementos em comum e diferentes em relação à validação matemática efetuada e a atribuição de significado à resolução dos alunos – *feedback* proposto.

Contexto e método

- Exemplo de transcrição:

Quadro 1. Transcrição dos *feedback* propostos pelo G1 no encontro 7

E7G1II1

→ Nas transformações isometricas existe alterações
nas ~~dime~~ medidas ?
V. → Por que você acha que é uma reflexão? → E - Retom Paloma
→ C - 👍
P. → Por que você acha que é uma rotação
→ Ocorre mais de uma ~~transf~~ transformação
isometrica na mesma figura ?
{Vocês conseguem aplicar ~~as~~ duas transformações
nesta parte da ~~fig~~ mosaico ?

1. → Nas transformações isometricas existe alteracões nas ~~dime~~ medidas?
2. V. → Por que você acha que é uma reflexão? → E – Retomar Paloma
3. P. → Por que você acha que é uma rotação? → C – 👍
4. → Ocorre mais de uma ~~trans~~. transformação isometrica na mesma figura?
5. Vocês conseguem aplicar ~~as~~ duas transformações nesta parte do ~~fig~~ mosaico?

Fonte: Arquivo da pesquisa

Análise e discussão

- **Produção de Vitor**: *"Os quadros eram formados por figuras que se repetiam, sendo algumas aumentadas e diminuídas, uma figura ia sendo repetida em diferentes posições, ia sendo girada e outra parecia que ia sendo arrastada (...)";*

Primeira vez que assistem ao vídeo:

Quadro 11. Primeiro *Feedback* proposto por G1 e G2 e conhecimento matemático revelado no encontro 7

Evidências	***Feedback***	**Conhecimento matemático especializado**
E7G1II1. Nas transformações isometricas existe alterações nas ~~dime~~ medidas? V. → Por que você acha que é uma reflexão? → E – Retomar Paloma → C - P. → Por que você acha que é uma rotação?	*Feedback* superficial, pois esses questionamentos não contêm informações suficientes que permitem os alunos visualizarem e entenderem se é possível ou não efetuar uma rotação para se resolver o problema. (perguntas diretas)	Conhecer que nas transformações isométricas todas as medidas da figura se mantêm na imagem (comprimento dos lados, amplitude dos ângulos), logo, figura e imagem são congruentes. Conhecer que se pode obter imagens coincidentes efetuando transformações geométricas isométricas diferentes.
E7G2II1. 1) Quais as transformações geométricas que referem-se ao movimento girar, assim como, arrastar? 2) ~~A~~ Vitor, quando o pintor ~~q~~ realiza a ampliação podemos associar com transformações geometricas isométricas? 3) Se você tivesse apenas um (~~cubo~~) losango qual transformação ou transformações geometricas vocês (~~doi~~) poderiam fazer? 4) Ao fazer mais de um tipo de transformação geométrica as posições da imagem podem coincidirem? Justifique sua resposta.	*Feedback* confuso, pois orienta corretamente o aluno, porém é incompreensível para que conclua que é possível efetuar uma rotação para se resolver o problema.	Conhecer que a ampliação não faz parte da classe de equivalência das isometrias. Conhecer que ao efetuar distintas transformações geométricas isométricas podemos obter imagens coincidentes no plano.

Fonte: Arquivo da pesquisa

Análise e discussão

- Produção dos alunos:

*(...) **Paloma**: Da laranja para azul, não é translação, é?*

***Vitor**: Não, Paloma, é reflexão. (...)*

***Paloma:** Certo, mas não pode ser rotação?*

***Vitor**: Hum...agora lascou! Prô Alexandra?*

Terceira vez que assistem ao vídeo:

Quadro 12. Terceiro *feedback* proposto por G1 e G2 e conhecimento matemático revelado no encontro 7

Evidências	*Feedback*	Conhecimento matemático
E7G1II1. Vocês conseguem aplicar ~~as~~ duas transformações nesta parte do ~~fig~~ mosaico?	*Feedback* superficial, pois as informações não são suficientes para os alunos entenderem que é possível efetuar mais de uma transformação (composição) com uma mesma figura.	Conhecer que é possível efetuar mais de uma transformação com uma mesma figura, consistindo em uma composição de transformações.
E7G2II1. 6) Identifique qual ou quais pontos podemos realizar a rotação da figura azul para chegar na imagem laranja 7) Vitor você expõe que existe uma figura que se repete, você saberia me dizer o nome da figura repetida dentro do conceito de transformações geométricas? 8) Sobre as dimensões (~~das~~) dos losangos você poderia nos dizer se possui algo em comum	*Feedback* sobre como resolver o problema, pois orienta o aluno como proceder para acertar o problema e concluírem que é possível obter a figura azul a partir da rotação da laranja.	Conhecer que é necessário um ponto (centro) de rotação para efetuar a rotação e que as dimensões da figura rotacionada são mantidas na imagem. Conhecer que nas transformações isométricas as dimensões da figura e imagem são conservadas.

Fonte: Arquivo da pesquisa

Algumas considerações

- *Feedback* proposto (primeira e terceira vez que assistiram ao vídeo):

Grupo 1

feedback foi considerado **superficial**

Informações insuficientes que não ajudam os alunos a sanar a dúvida

Grupo 2

Muda de um ***feedback* confuso** para um ***feedback* sobre como resolver o problema**

Informações que instruem ao aluno o que proceder para resolver o problema específico, sem generalizar o entendimento matemático no âmbito da composição de TGI

Algumas considerações

- Apesar de já ser a quinta tarefa – dificuldades em propor *feedback* construtivo;
    - Produções dos alunos a serem interpretadas orais (animação em vídeo) e não escritas ou pictóricas como nos demais encontros do contexto formativo;
    - Requer um nível mais elevado de CI – direcionar sua escuta ao raciocínio matemático dos alunos;
    - Focar no que de fato precisa ser discutido (dúvidas, erros e/ou dificuldades) para contribuir com o desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos;
- *Feedback:* tipo e conteúdo depende diretamente do conhecimento matemático especializado do professor e de seu Conhecimento Interpretativo.

Algumas referências

- CARRILLO, J. *et al*. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.

- JAKOBSEN, A. R. N. E.; RIBEIRO, C. M.; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 19, n. 3-4, p. 135-150, 2014.

- MELLONE, M.; TORTORA, R.; JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, M. Prospective teachers interpret student responses: Between assessment, educational design and research. In: **CERME 10**. Dublin, Ireland, 2017.

- RIBEIRO, M. Conhecimento interpretativo de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais ao atribuírem significado a produções de alunos no contexto de abordagens alternativas ao algoritmo típico da subtração. **Debates em Educação**, v. 16, n. 38, p. e16020, 2024.

- SANTOS, L.; PINTO, L. Lights and shadows of feedback in mathematics learning. In: **Proceedings of the 33rd Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education**. p. 49-56, 2009.

A AVENTURA DE PENSAR E IMPLEMENTAR UMA (R)EVOLUÇÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

caroldesouza86@gmail.com

ciespmat

@ciespmat

@ciespmat_formacao

CIEspMat