Dispositivo prático para desenvolvimento do binômio da forma $(ax+b)^n$

Prof. Carlos Alberto da Silva Junior
Departamento de Matemática e Estatística - UFSJ
carlosdamat@ufsj.edu.br

A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática,

Introdução

A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física,

Introdução

A expansão do binômio $(ax+b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia

Introdução

A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia e outras ciências.

A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia e outras ciências.
São usado em manipulações de polinômios,

Introdução

A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia e outras ciências.
São usado em manipulações de polinômios, cálculos de probabilidades,

Introdução

A expansão do binômio $(ax+b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia e outras ciências.
São usado em manipulações de polinômios, cálculos de probabilidades, séries infinitas, etc.

Introdução

A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia e outras ciências.
São usado em manipulações de polinômios, cálculos de probabilidades, séries infinitas, etc.
Em geral, na expansão desses binômios $(ax + b)^n$ são envolvidos números binomiais

Introdução

A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia e outras ciências.
São usado em manipulações de polinômios, cálculos de probabilidades, séries infinitas, etc.
Em geral, na expansão desses binômios $(ax + b)^n$ são envolvidos números binomiais e suas propriedades[1].

Introdução

A expansão do binômio $(ax+b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia e outras ciências.
São usado em manipulações de polinômios, cálculos de probabilidades, séries infinitas, etc.
Em geral, na expansão desses binômios $(ax+b)^n$ são envolvidos números binomiais e suas propriedades[1].
Esforços para resolução de binômios foram encontrados nos trabalhos de Euclides, para o caso $n=2$,

Introdução

A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia e outras ciências.
São usado em manipulações de polinômios, cálculos de probabilidades, séries infinitas, etc.
Em geral, na expansão desses binômios $(ax + b)^n$ são envolvidos números binomiais e suas propriedades[1].
Esforços para resolução de binômios foram encontrados nos trabalhos de Euclides, para o caso $n = 2$, até os estudos de Newton e de Leibniz,

A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia e outras ciências.
São usado em manipulações de polinômios, cálculos de probabilidades, séries infinitas, etc.
Em geral, na expansão desses binômios $(ax + b)^n$ são envolvidos números binomiais e suas propriedades[1].
Esforços para resolução de binômios foram encontrados nos trabalhos de Euclides, para o caso $n = 2$, até os estudos de Newton e de Leibniz, que melhoram os resultados obtidos por Pascal e Bernoulli,

Introdução

A expansão do binômio $(ax + b)^n$ tem um importante papel em diversas áreas, como matemática, física, engenharia e outras ciências.
São usado em manipulações de polinômios, cálculos de probabilidades, séries infinitas, etc.
Em geral, na expansão desses binômios $(ax + b)^n$ são envolvidos números binomiais e suas propriedades[1].
Esforços para resolução de binômios foram encontrados nos trabalhos de Euclides, para o caso $n = 2$, até os estudos de Newton e de Leibniz, que melhoram os resultados obtidos por Pascal e Bernoulli, sempre partindo da análise combinatória.[2].

Apesar de serem contas simples,

Apesar de serem contas simples, o desenvolvimento de binômios com um valor elevado de expoente pode ser trabalhoso

Apesar de serem contas simples, o desenvolvimento de binômios com um valor elevado de expoente pode ser trabalhoso e, por isso, um dispositivo prático

Introdução

Apesar de serem contas simples, o desenvolvimento de binômios com um valor elevado de expoente pode ser trabalhoso e, por isso, um dispositivo prático que permita a obtenção dos coeficientes de forma mais simples pode ajudar no uso do binômio.

Apesar de serem contas simples, o desenvolvimento de binômios com um valor elevado de expoente pode ser trabalhoso e, por isso, um dispositivo prático que permita a obtenção dos coeficientes de forma mais simples pode ajudar no uso do binômio.
Aqui apresentamos uma alternativa que utiliza técnicas de cálculo diferencial

Introdução

Apesar de serem contas simples, o desenvolvimento de binômios com um valor elevado de expoente pode ser trabalhoso e, por isso, um dispositivo prático que permita a obtenção dos coeficientes de forma mais simples pode ajudar no uso do binômio.
Aqui apresentamos uma alternativa que utiliza técnicas de cálculo diferencial e uma fórmula de recorrência para expandir o binômio $(ax+b)^n$,

Introdução

Apesar de serem contas simples, o desenvolvimento de binômios com um valor elevado de expoente pode ser trabalhoso e, por isso, um dispositivo prático que permita a obtenção dos coeficientes de forma mais simples pode ajudar no uso do binômio.
Aqui apresentamos uma alternativa que utiliza técnicas de cálculo diferencial e uma fórmula de recorrência para expandir o binômio $(ax + b)^n$, sendo esse um dispositivo simples e eficaz.

Introdução

Apesar de serem contas simples, o desenvolvimento de binômios com um valor elevado de expoente pode ser trabalhoso e, por isso, um dispositivo prático que permita a obtenção dos coeficientes de forma mais simples pode ajudar no uso do binômio.
Aqui apresentamos uma alternativa que utiliza técnicas de cálculo diferencial e uma fórmula de recorrência para expandir o binômio $(ax + b)^n$, sendo esse um dispositivo simples e eficaz.
O Dispositivo prático é baseado numa fórmula de recorrência,

Introdução

Apesar de serem contas simples, o desenvolvimento de binômios com um valor elevado de expoente pode ser trabalhoso e, por isso, um dispositivo prático que permita a obtenção dos coeficientes de forma mais simples pode ajudar no uso do binômio.
Aqui apresentamos uma alternativa que utiliza técnicas de cálculo diferencial e uma fórmula de recorrência para expandir o binômio $(ax + b)^n$, sendo esse um dispositivo simples e eficaz.
O Dispositivo prático é baseado numa fórmula de recorrência, onde cada termo é obtido pela derivação do termo anterior,

Introdução

Apesar de serem contas simples, o desenvolvimento de binômios com um valor elevado de expoente pode ser trabalhoso e, por isso, um dispositivo prático que permita a obtenção dos coeficientes de forma mais simples pode ajudar no uso do binômio.
Aqui apresentamos uma alternativa que utiliza técnicas de cálculo diferencial e uma fórmula de recorrência para expandir o binômio $(ax + b)^n$, sendo esse um dispositivo simples e eficaz.
O Dispositivo prático é baseado numa fórmula de recorrência, onde cada termo é obtido pela derivação do termo anterior, dividido por uma correção,

Introdução

Apesar de serem contas simples, o desenvolvimento de binômios com um valor elevado de expoente pode ser trabalhoso e, por isso, um dispositivo prático que permita a obtenção dos coeficientes de forma mais simples pode ajudar no uso do binômio.
Aqui apresentamos uma alternativa que utiliza técnicas de cálculo diferencial e uma fórmula de recorrência para expandir o binômio $(ax + b)^n$, sendo esse um dispositivo simples e eficaz.
O Dispositivo prático é baseado numa fórmula de recorrência, onde cada termo é obtido pela derivação do termo anterior, dividido por uma correção, que está relacionada com a posição que esse termo ocupa na sequência da expansão.

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax + b)^n$

O termo geral do binômio $(ax + b)^n$,

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

O termo geral do binômio $(ax+b)^n$, denotado por T_k,

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax + b)^n$

O termo geral do binômio $(ax + b)^n$, denotado por T_k, pode ser obtido por derivação sucessiva.

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax + b)^n$

O termo geral do binômio $(ax + b)^n$, denotado por T_k, pode ser obtido por derivação sucessiva.

Teorema

Seja $a, b \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$. Assim, temos que o termo geral do binômio $(ax + b)^n$ é dado por

$$T_k = \frac{\frac{d^{(k)}}{dx^{(k)}}(x^n)a^{n-k}b^k}{k!}.$$

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax + b)^n$

Demonstração: Precismos mostrar que o termo geral

$T_k = \dfrac{\dfrac{d^{(k)}}{dx^{(k)}}(x^n)a^{n-k}b^k}{k!}$ tem o mesmo valor que

$T_k = \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} (ax)^{n-k}b^k$, que é o termo geral obtido pelo desenvolvimento do binômio por números binomiais [2]. ■

Demonstração: Observe que

$$\frac{\frac{d^{(k)}}{dx^{(k)}}(x^n)}{k!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (\cdots) \cdot (n-(k-1))x^{n-k}}{k!} =$$

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: Observe que

$$\frac{\frac{d^{(k)}}{dx^{(k)}}(x^n)}{k!} = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(\cdots)\cdot(n-(k-1))x^{n-k}}{k!} =$$

$$= \frac{n!}{(n-k)!}\cdot\frac{x^{n-k}}{k!} = \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array}\right) x^{n-k}.$$

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: Observe que

$$\frac{\frac{d^{(k)}}{dx^{(k)}}(x^n)}{k!} = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(\cdots)\cdot(n-(k-1))x^{n-k}}{k!} =$$

$$= \frac{n!}{(n-k)!}\cdot\frac{x^{n-k}}{k!} = \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array}\right) x^{n-k}.$$

Consequentemente,

$$\frac{\frac{d^{(k)}}{dx^{(k)}}(x^n)a^{n-k}b^k}{k!} = \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array}\right)(ax)^{n-k}b^k, \text{cqd.}$$

∎

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Corolário

Cada termo do desenvolvimento do binômio $(ax+b)^n$ é obtido por

$$T_k = \frac{d}{dx} T_{k-1} \cdot \frac{b}{ak}, \ \text{para } k \geqslant 1.$$

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax + b)^n$

Corolário

Cada termo do desenvolvimento do binômio $(ax+b)^n$ é obtido por

$$T_k = \frac{d}{dx} T_{k-1} \cdot \frac{b}{ak}, \ \text{para } k \geqslant 1.$$

Demonstração: Provemos por indução. ∎

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: Para o segundo temo da expansão temos que

$$T_1 = \frac{d}{dx} T_0 \cdot \frac{b}{a} = \frac{d}{dx} (xa)^n \cdot \frac{b}{a} = n x^{n-1} a^{n-1} b$$

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: Para o segundo temo da expansão temos que

$$T_1 = \frac{d}{dx}T_0 \cdot \frac{b}{a} = \frac{d}{dx}(xa)^n \cdot \frac{b}{a} = nx^{n-1}a^{n-1}b$$

e, por isso, a fórmula de recorrência é válida para o segundo termo da expansão.

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: Para o segundo temo da expansão temos que

$$T_1 = \frac{d}{dx} T_0 \cdot \frac{b}{a} = \frac{d}{dx}(xa)^n \cdot \frac{b}{a} = nx^{n-1}a^{n-1}b$$

e, por isso, a fórmula de recorrência é válida para o segundo termo da expansão.
Agora se a sequência é válida para k, ou seja,

$$T_k = \frac{d}{dx} T_{k-1} \cdot \frac{b}{a(k-1)} = a_{k-1}x^{n-k+1}a^{n-k+1}b^{k-1},$$

Demonstração: Para o segundo temo da expansão temos que

$$T_1 = \frac{d}{dx} T_0 \cdot \frac{b}{a} = \frac{d}{dx} (xa)^n \cdot \frac{b}{a} = n x^{n-1} a^{n-1} b$$

e, por isso, a fórmula de recorrência é válida para o segundo termo da expansão.

Agora se a sequência é válida para k, ou seja,

$$T_k = \frac{d}{dx} T_{k-1} \cdot \frac{b}{a(k-1)} = a_{k-1} x^{n-k+1} a^{n-k+1} b^{k-1},$$

então, para $k+1$ temos que

$$T_{k+1} = \frac{d}{dx} \left(x^{n-k+1} a^{n-k+1} b^k \right) \cdot \frac{b}{ak} = \frac{a_{k-1} \cdot (n-k+1)}{k} x^{n-k} a^{n-k} b^k,$$

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: Para o segundo temo da expansão temos que

$$T_1 = \frac{d}{dx}T_0 \cdot \frac{b}{a} = \frac{d}{dx}(xa)^n \cdot \frac{b}{a} = nx^{n-1}a^{n-1}b$$

e, por isso, a fórmula de recorrência é válida para o segundo termo da expansão.

Agora se a sequência é válida para k, ou seja,

$$T_k = \frac{d}{dx}T_{k-1} \cdot \frac{b}{a(k-1)} = a_{k-1}x^{n-k+1}a^{n-k+1}b^{k-1},$$

então, para $k+1$ temos que

$$T_{k+1} = \frac{d}{dx}\left(x^{n-k+1}a^{n-k+1}b^k\right) \cdot \frac{b}{ak} = \frac{a_{k-1}\cdot(n-k+1)}{k}x^{n-k}a^{n-k}b^k,$$

do Teorema segue que

■

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: $a_k = \dfrac{a_{k-1} \cdot (n-k+1)}{k}$ e, portanto,

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: $a_k = \dfrac{a_{k-1} \cdot (n-k+1)}{k}$ e, portanto,

$T_{k+1} = \dfrac{d}{dx} T_k \cdot \dfrac{b}{ak}$, para $k \geqslant 1$. $\blacksquare$

XI Bienal de Matemática 2024
Universidade Federal de São Carlos - UFSCar
29 de julho a 02 de agosto de 2024

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: $a_k = \dfrac{a_{k-1}\cdot(n-k+1)}{k}$ e, portanto,

$T_{k+1} = \dfrac{d}{dx}T_k \cdot \dfrac{b}{ak}$, para $k \geqslant 1$. ∎

Dispositivo Prático Para expandir o Binômio $(ax+b)^n$:

Bienal de Matemática 2024 · UFSJ · UFSCar · CAPES · CNPq · FAPESP · INCTMat

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: $a_k = \dfrac{a_{k-1}\cdot(n-k+1)}{k}$ e, portanto,

$$T_{k+1} = \frac{d}{dx}T_k \cdot \frac{b}{ak}, \text{ para } k \geqslant 1. \qquad \blacksquare$$

Dispositivo Prático Para expandir o Binômio $(ax+b)^n$:

✓ O primeiro termo da expansão é $a^n x^n$.

Dispositivo Prático para o desenvolvimento do Binômio $(ax+b)^n$

Demonstração: $a_k = \dfrac{a_{k-1} \cdot (n-k+1)}{k}$ e, portanto,

$$T_{k+1} = \frac{d}{dx} T_k \cdot \frac{b}{ak}, \text{ para } k \geqslant 1. \qquad \blacksquare$$

Dispositivo Prático Para expandir o Binômio $(ax+b)^n$:

- ✓ O primeiro termo da expansão é $a^n x^n$.
- ✓ Cada termo é obtido pela derivada do termo anterior multiplicado por $\dfrac{b}{a(k-1)}$, onde k é a posição do termo na expansão.

Exemplo

Desenvolvimento de $(x+1)^7$.

Exemplo

Desenvolvimento de $(x+1)^7$.

Solução:

- ✓ Começamos com x^7;

Exemplo

Desenvolvimento de $(x+1)^7$.

Solução:

- ✓ Começamos com x^7;
- ✓ Assim, o próximo fica dado por

$$x^7 + \frac{\frac{d}{dx}(x^7)}{1} = x^7 + 7x^6;$$

Exemplo

Desenvolvimento de $(x+1)^7$.

Solução:

- ✓ Começamos com x^7;
- ✓ Assim, o próximo fica dado por

$$x^7 + \frac{\dfrac{d}{dx}(x^7)}{1} = x^7 + 7x^6;$$

- ✓ o próximo a entrar é a derivada de $7x^6$ sobre 2,

Solução: Ou seja, $x^7 + 7x^6 + \dfrac{\dfrac{d}{dx}(7x^6)}{2}$

Solução: Ou seja, $x^7 + 7x^6 + \dfrac{\frac{d}{dx}(7x^6)}{2} = x^7 + 7x^6 + 21x^5$;

Solução: Ou seja, $x^7 + 7x^6 + \dfrac{\dfrac{d}{dx}(7x^6)}{2} = x^7 + 7x^6 + 21x^5;$

$$x^7 + 7x^6 + 21x^5 + \frac{\dfrac{d}{dx}(21x^5)}{3} = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4;$$

Aplicação do Dispositivo Prático

Solução: Ou seja, $x^7 + 7x^6 + \dfrac{\dfrac{d}{dx}(7x^6)}{2} = x^7 + 7x^6 + 21x^5;$

$$x^7 + 7x^6 + 21x^5 + \frac{\dfrac{d}{dx}(21x^5)}{3} = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4;$$

$$x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + \frac{\dfrac{d}{dx}(35x^4)}{4} =$$

XI Bienal de Matemática 2024
Universidade Federal de São Carlos - UFSCar
29 de julho a 02 de agosto de 2024

UFSJ ufscar CAPES CNPq FAPESP INCTMat

Solução: Ou seja, $x^7 + 7x^6 + \dfrac{\frac{d}{dx}(7x^6)}{2} = x^7 + 7x^6 + 21x^5;$

$$x^7 + 7x^6 + 21x^5 + \frac{\frac{d}{dx}(21x^5)}{3} = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4;$$

$$x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + \frac{\frac{d}{dx}(35x^4)}{4} =$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3;$$

Solução: Ou seja, $x^7 + 7x^6 + \dfrac{\frac{d}{dx}(7x^6)}{2} = x^7 + 7x^6 + 21x^5;$

$$x^7 + 7x^6 + 21x^5 + \frac{\frac{d}{dx}(21x^5)}{3} = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4;$$

$$x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + \frac{\frac{d}{dx}(35x^4)}{4} =$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3;$$

Solução:

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + \frac{\frac{d}{dx}(35x^3)}{5} =$$

Solução:

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + \frac{\frac{d}{dx}(35x^3)}{5} =$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2;$$

Solução:

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + \frac{\frac{d}{dx}(35x^3)}{5} =$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2;$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + \frac{\frac{d}{dx}(21x^2)}{6} =$$

Solução:

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + \frac{\frac{d}{dx}(35x^3)}{5} =$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2;$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + \frac{\frac{d}{dx}(21x^2)}{6} =$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x;$$

Solução:

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + \frac{\frac{d}{dx}(35x^3)}{5} =$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2;$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + \frac{\frac{d}{dx}(21x^2)}{6} =$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x;$$

■

Solução:

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + \frac{\frac{d}{dx}(7x)}{7} =$$

Solução:

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + \frac{\frac{d}{dx}(7x)}{7} =$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1;$$

Solução:

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + \frac{\frac{d}{dx}(7x)}{7} =$$

$$= x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1;$$

Portanto,

$$(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

$\blacksquare$

Exemplo

Desenvolva $(ax + b)^7$.

Exemplo

Desenvolva $(ax+b)^7$.

Solução:

✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x+1)^7$;

Exemplo

Desenvolva $(ax + b)^7$.

Solução:

- ✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x + 1)^7$;

$$(x + 1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

Exemplo

Desenvolva $(ax + b)^7$.

Solução:

- ✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x + 1)^7$;

$$(x + 1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

- ✓ Multiplicamos o primeiro termo por a^7,

Exemplo

Desenvolva $(ax + b)^7$.

Solução:

- ✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x+1)^7$;

$$(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

- ✓ Multiplicamos o primeiro termo por a^7, e sucessivamente cada um dos termos da expansão por $\frac{b}{a}$,

Exemplo

Desenvolva $(ax+b)^7$.

Solução:

✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x+1)^7$;

$$(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

✓ Multiplicamos o primeiro termo por a^7, e sucessivamente cada um dos termos da expansão por $\dfrac{b}{a}$, ou seja,

$$(ax+b)^7 = a^7x^7$$

Bienal de Matemática 2024 UFSJ ufscar CAPES CNPq FAPESP INCTMat

Exemplo

Desenvolva $(ax + b)^7$.

Solução:

- ✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x + 1)^7$;

$$(x + 1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

- ✓ Multiplicamos o primeiro termo por a^7, e sucessivamente cada um dos termos da expansão por $\frac{b}{a}$, ou seja,

$$(ax + b)^7 = a^7x^7 + 7a^6bx^6 +$$

Exemplo

Desenvolva $(ax + b)^7$.

Solução:

- ✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x + 1)^7$;

$$(x + 1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

- ✓ Multiplicamos o primeiro termo por a^7, e sucessivamente cada um dos termos da expansão por $\frac{b}{a}$, ou seja,

$$(ax+b)^7 = a^7x^7 + 7a^6bx^6 + 21a^5b^2x^5$$

Exemplo

Desenvolva $(ax+b)^7$.

Solução:

✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x+1)^7$;

$$(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

✓ Multiplicamos o primeiro termo por a^7, e sucessivamente cada um dos termos da expansão por $\dfrac{b}{a}$, ou seja,

$$(ax+b)^7 = a^7x^7 + 7a^6bx^6 + 21a^5b^2x^5 + 35a^4b^3x^4$$

Exemplo

Desenvolva $(ax+b)^7$.

Solução:

✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x+1)^7$;

$$(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

✓ Multiplicamos o primeiro termo por a^7, e sucessivamente cada um dos termos da expansão por $\frac{b}{a}$, ou seja,

$$(ax+b)^7 = a^7x^7 + 7a^6bx^6 + 21a^5b^2x^5 + 35a^4b^3x^4 + 35a^3b^4x^3$$

Exemplo

Desenvolva $(ax+b)^7$.

Solução:

✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x+1)^7$;

$$(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

✓ Multiplicamos o primeiro termo por a^7, e sucessivamente cada um dos termos da expansão por $\dfrac{b}{a}$, ou seja,

$$(ax+b)^7 = a^7x^7 + 7a^6bx^6 + 21a^5b^2x^5 + 35a^4b^3x^4 + 35a^3b^4x^3 +$$

$$+21a^2b^5x^2$$

Exemplo

Desenvolva $(ax + b)^7$.

Solução:

✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x + 1)^7$;

$$(x + 1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

✓ Multiplicamos o primeiro termo por a^7, e sucessivamente cada um dos termos da expansão por $\frac{b}{a}$, ou seja,

$$(ax+b)^7 = a^7x^7+7a^6bx^6+21a^5b^2x^5+35a^4b^3x^4+35a^3b^4x^3+$$

$$+21a^2b^5x^2 + 7ab^6x$$

Exemplo

Desenvolva $(ax+b)^7$.

Solução:

- ✓ Primeiro desenvolvemos o binômio $(x+1)^7$;

$$(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1.$$

- ✓ Multiplicamos o primeiro termo por a^7, e sucessivamente cada um dos termos da expansão por $\frac{b}{a}$, ou seja,

$$(ax+b)^7 = a^7x^7 + 7a^6bx^6 + 21a^5b^2x^5 + 35a^4b^3x^4 + 35a^3b^4x^3 +$$

$$+21a^2b^5x^2 + 7ab^6x + b^7.$$

Conclusão

O binômio da forma $(ax + b)^n$ é de grande importância para a matemática. Nesse trabalho apresentamos um dispositivo prático que permite obter os coeficientes da expansão do binômio usando técnicas de cálculo diferencial. Além disso, este dispositivo prático pode ser usado mesmo nos ensinos mais básicos, pois exige definições iniciais do cálculo. Muitos conceitos matemáticos podem ser reapresentados de forma simples e elegante para mostrar a grandiosidade da beleza matemática.

Referências

- GRIMALDI, R. P. Discrete and Combinatorial Mathematics: An Applied Introduction. **Pearson**, 2003.
- MORGADO, A. C. de O.; PITOMBEIRA, J. B.; CARVALHO, P. C. P.; FERNANDEZ, P. Análise Combinatória e Probabilidade. **SBM**, 11ª Ed., 2020.

OBRIGADO!!!!!!!!!!!!!!!