Modelagem Matemática e Simulações Computacionais para uma Linha de Produção

Aluno: Abner Fernandes Souza da Silva

Orientadora: Graciele Paraguaia Silveira

T12. Matemática Aplicada.

Introdução

A modelagem matemática é uma forma de representar simplificadamente um problema do mundo real (BASSANEZI, 2012).

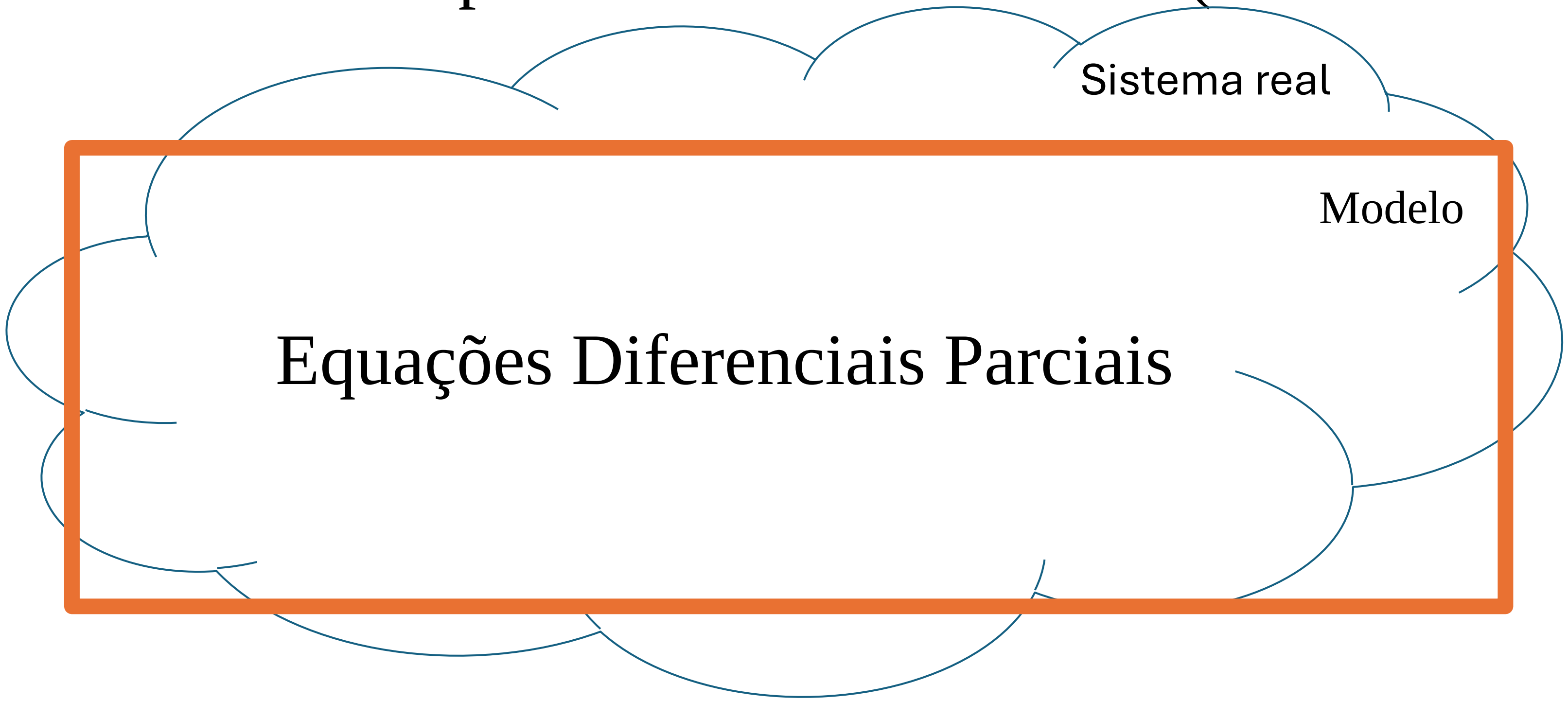

Fig. 1 – Modelo como representação simplificada da realidade

Introdução

A resolução de EDP’s é um desafio dada sua alta complexidade. Por isso, métodos numéricos tem sido estudados para que seja possível obter soluções aproximadas de alta qualidade em um tempo razoável.

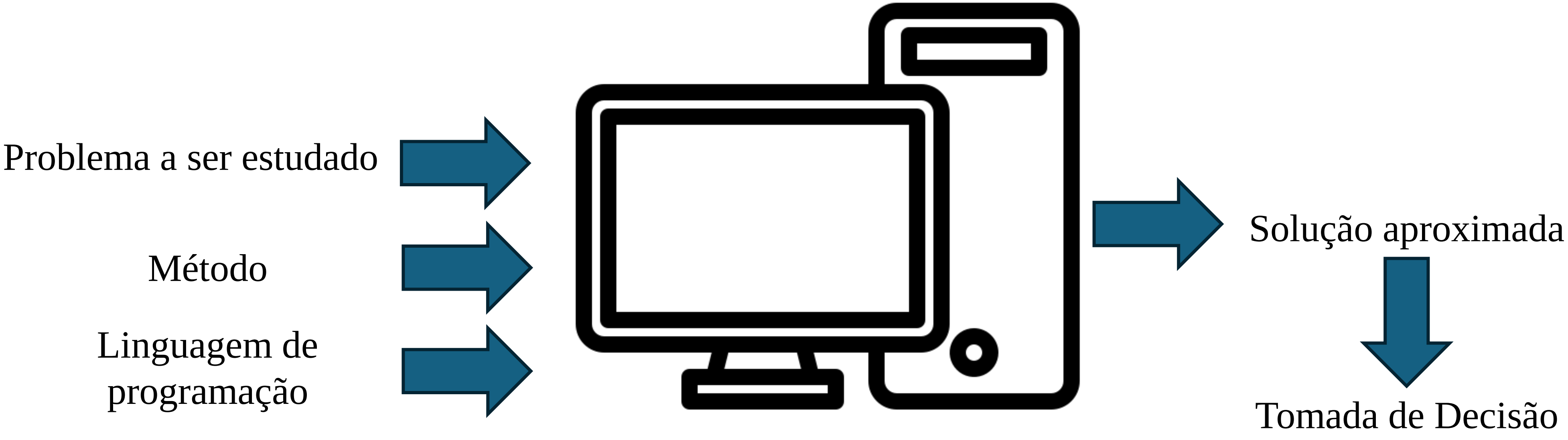

Fig. 2 – A partir de um método computacional, soluções aproximadas são obtidas

Introdução

Uma das possíveis utilizações de modelagem por EDP's é em linhas de produção, a partir de variáveis que impactam os indicadores. (VAN DEN BERG et al., 2008).

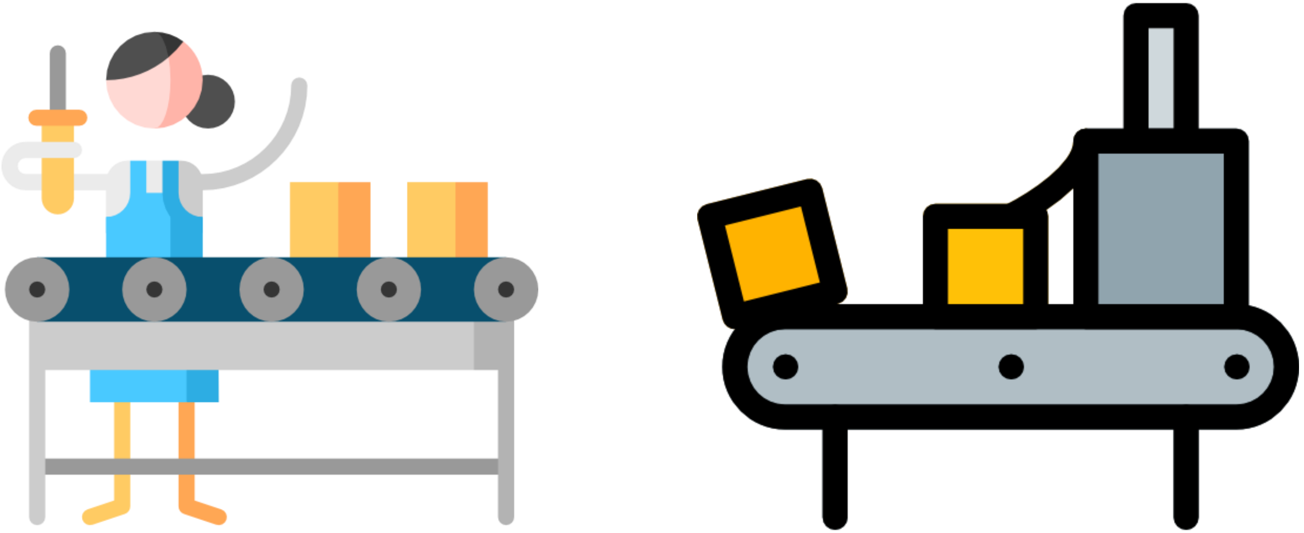

Fig. 3 – Exemplos de linha de produção

Modelagem de sistemas produtivos

- Van den Berg et al. (2008) modelaram uma linha de produção a partir do problema da conservação de massa;
- Densidade da linha produtiva;
- Tempo decorrido entre a entrada e saída de produtos;
- Quantos produtos saem da linha em um intervalo de tempo;
- Simular e entender o impacto da alteração de alguns parâmetros na linha de produção.

Modelagem de Sistemas Produtivos

- Simulação por eventos discretos
- Dinâmica de Sistemas
- Modelagem baseada em agentes
- EDP’s

Fig. 4 – Alguns métodos para modelagem e simulação de situações produtivas

Modelagem de Sistemas Produtivos

Seja $\rho(x,t)$ a densidade de uma linha de produção e $q(x,t)$ o fluxo, que pode ser definido por $q(x,t) = v(x,t) * \rho(x,t)$ e $v(x,t)$ a velocidade da linha. A lei de conservação de massa para essa situação pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} = 0 \ (I)$$

Modelagem de Sistemas Produtivos

Além disso, seja o Work in Process (WIP) de uma linha de produção definido como $w(t) = \int_0^1 \rho(x,t)dx$. Como uma adição à equação de conservação de massa, para representar melhor uma linha de produção, uma relação entre a velocidade e a densidade é definida:

$$v(t) = \frac{u}{m+w} \quad (II)$$

em que μ é a taxa de processamento na linha de produção, m um número de estações de trabalho idênticas e w o WIP.

Objetivo

- Utilizar a modelagem matemática, mais especificamente a Equação Diferencial Parcial da Advecção;
- Implementar em Python o Método de Diferenças Finitas (Up-Wind);
- Simular e estudar o comportamento de uma linha de produção ao longo do tempo e do espaço.

Resultados e Discussões

Na implementação, utilizando 15.000 intervalos para o tempo e 1250 para o espaço, foi necessário um tempo de 1 minuto e 28 segundos em um computador com processador i5 de 10210U, com 8gb de memória RAM.

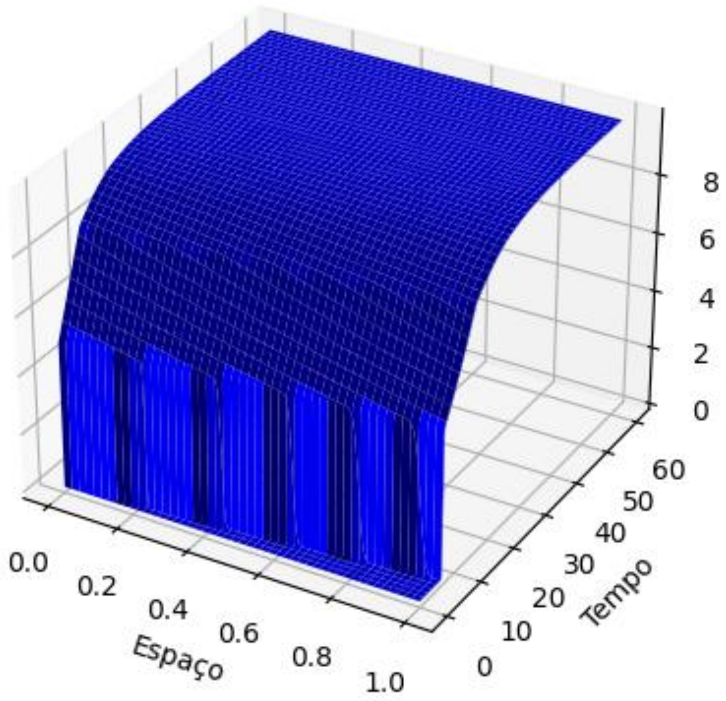

Fig. 5 – Resultado da implementação da lei de conservação de massa

Resultados e Discussões

Percebe-se pelo resultado final, que o sistema inicia o estado transiente com a densidade alta nos pontos mais iniciais da linha de produção, enquanto as demais posições estão zeradas (considera-se que $x = 0$ é o início da linha e $x = 1$ é o final da linha, correspondendo a uma porcentagem).

Resultados e Discussões

Após um determinado tempo, a linha de produção entra no estado estacionário em que a linha tem uma densidade constante em toda a sua extensão. Os resultados de throughput mostram, em média, quantos lotes por hora saem da linha, enquanto o tempo médio de fluxo mostra quanto tempo é transcorrido entre a entrada do lote na linha e sua saída. Essas duas medidas são ilustradas nas Figuras 6 e 7:

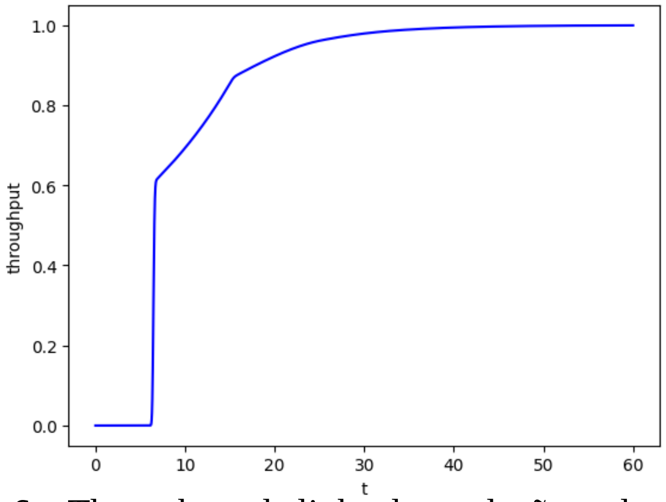

Fig. 6 – Throughput da linha de produção ao longo do tempo

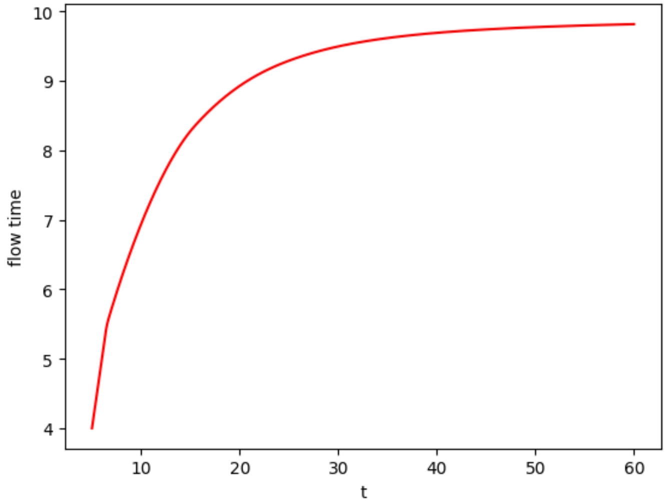

Fig. 7 – Tempo médio de fluxo da linha de produção ao longo do tempo

Resultados e Discussões

Para validação, essa mesma situação produtiva foi modelada através de modelagem por simulação de eventos discretos no software ProModel Student Version 2018. Os resultados estão na figura.

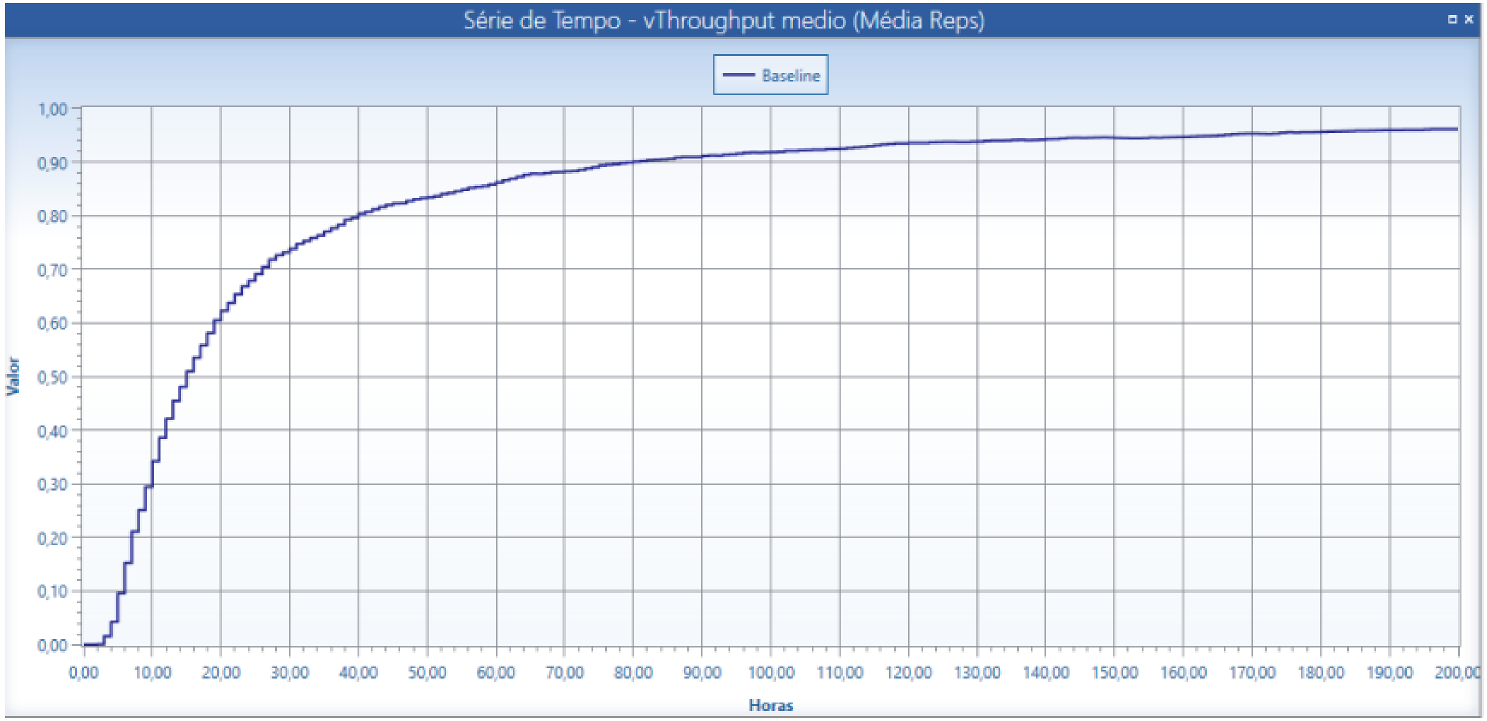

Fig. 7 – Modelo de Validação

Conclusões

- Pelo throughput, foi possível notar que apesar de conter algumas distorções, o método numérico conseguiu uma certa proximidade com o gráfico obtido na validação.
- Potencial das equações diferenciais parciais para a simulação de diversos aspectos de sistemas produtivos.
- Futuramente:
    - Buscar equações que representem sistemas produtivos de forma ainda mais acurada
    - Utilizar outros métodos numéricos para obtenção de soluções.
    - Pode-se utilizar as EDP’s para sistemas em que a utilização de outros métodos possa ser mais custosa em termos monetários e temporais.

Referências

BASSANEZI, R. C. **Temas e Modelos**. Santo André: UFABC, 2012.

VAN DEN BERG, R; LEFEBER, E.; ROODA, K. Modeling and Control of a Manufacturing Flow Line Using Partial Differential Equations. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**. 2008 Jan;16(1):130–6.