

1 Introdução

O grupo especial ortogonal $SO(n)$ das transformações lineares de $\mathbb{R}^n$ com determinante unitário e que preservam o produto escalar euclidiano encontra diversas aplicações em várias áreas da Matemática. Esse grupo identifica-se naturalmente com o subgrupo de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ formado pelas matrizes reais $n \times n$, satisfazendo $A^t A = I_n$ e $\det(A) = 1$.

Neste trabalho, estudamos a geometria de $SO(n)$, mais especificamente o invariante algébrico de sua topologia conhecido como grupo fundamental. O estudo desse ilustra o uso de diversas técnicas de Topologia Algébrica, as quais generalizam-se e permitem calcular grupos de homotopia de outros grupos de Lie clássicos, como $SU(n)$ e $Sp(n)$.

2 Preliminares

Um grupo de homotopia de um espaço topológico X é um dos seus mais importantes invariantes algébricos, sendo suficiente a existência de um homeomorfismo entre dois espaços topológicos para que tenham grupos de homotopia isomorfos. Considere I^n , o cubo n -dimensional unitário. Define-se $I^0 = \{0\}$, $\partial I^0 = \emptyset$, e tem-se $I^{n-1} = \{t \in I^n : t_n = 0\} \subset I^n$, dita face inicial de I^n . Define-se, para o espaço topológico $X \ni x_0$, $\Omega_{x_0}^n(X) = \{\phi \in \mathcal{C}^0(I^n, X) : \phi(\partial I^n) \subset \{x_0\}\}$, e para $n = 0$, convencionam-se identificar $\phi : I^0 \rightarrow X$ com $\phi(0)$, logo $\Omega_{x_0}^0(X) = X$.

Definição 1 Se X, Y são espaços topológicos, duas aplicações $f, g \in \mathcal{C}^0(X, Y)$ são ditas homotópicas se existe uma aplicação contínua $H : X \times I^1 \rightarrow Y$, tal que $H(x, 0) = f(x)$, $H(x, 1) = g(x)$, $\forall x \in X$. Então denota-se $H : f \simeq g$ a existência da homotopia H , ou $H_t(x) \doteq H(x, t)$, e ademais, a relação $f \simeq g$ é uma relação de equivalência.

3 Superfícies mínimas

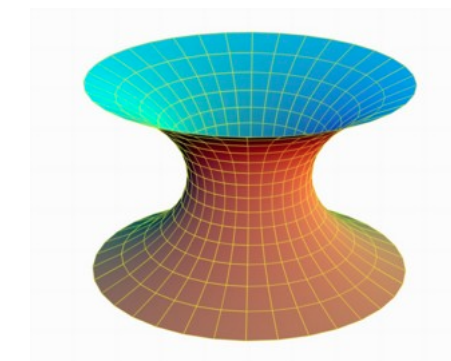


Figura 1: Catenóide

Teorema 1 Além do plano, o catenóide é a única superfície mínima rotacional no espaço Euclidiano $\mathbb{R}^3$.

4 Resultados principais

O resultado central deste projeto

Teorema 2 ([3]) Se a integral $\int_M |K|$ é finita, então M tem tipo topológico finito, i.e., M é homeomorfa a $N \setminus \{p_1, \dots, p_k\}$, onde N é uma superfície compacta.

Corolário 1

Referências

- [1] do Carmo, Manfredo P., *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2016.
- [2] Lima, Elon Lages, *Curso de Análise vol. 2*. IMPA, 2020.
- [3] White, Brian, *Complete surfaces of finite total curvature*. J. Differential Geom. **26** (1987), no. 2, 315–326.

Agradecimentos

Este trabalho de Iniciação Científica teve apoio financeiro da FAPESP, processo 2026/xxxxx-x.

