

**Questão 1.** (pontuação: 2)

No triângulo isósceles ABC tem-se $AB = AC$. Os pontos M , N e P dos lados AB , BC e CA são tais que $PM = PN$. Sendo $\widehat{PMA} = \alpha$, $\widehat{NPC} = \beta$ e $\widehat{MNB} = \theta$ mostre que

$$\theta = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

Questão 2. (pontuação: 2)

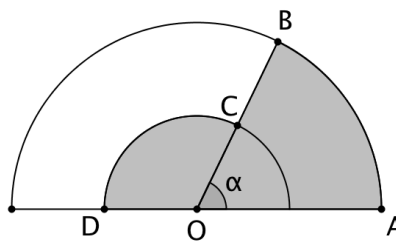
Considere o triângulo ABC , retângulo em A , sendo $BC = a$ e $AC = b$. Seja K_1 a circunferência de centro C que passa por A . A circunferência K_2 tem centro P sobre o lado BC , é tangente externamente à K_1 e é tangente ao lado AB .

- (1,0) Descreva como se pode determinar com régua e compasso o ponto P .
- (1,0) Determine o raio da circunferência K_2 em função de a e b .

Obs.: os itens acima podem ser resolvidos de maneira independente.

Questão 3. (pontuação: 2)

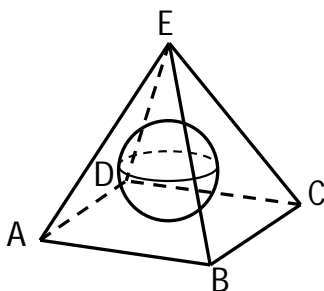
A figura a seguir mostra duas semicircunferências com mesmo centro O e com raios $OD = r$ e $OA = 2r$. Na semicircunferência maior foi assinalado um ponto B e ângulo \widehat{AOB} mede α radianos. O raio OB cortou a circunferência menor em C e a região R é a que está sombreada (delimitada pelo arco AB , segmento BC , arco CD e segmento DA) na figura.



- (1,0) Calcule o perímetro de R em função de r e α .
- (1,0) Calcule a área de R em função de r e α .

Questão 4. (pontuação: 2)

A aresta da base de uma pirâmide reta de base quadrada mede 2 unidades e a esfera inscrita nessa pirâmide tem raio r ($0 < r < 1$).



- a) (1,0) Calcule o volume da pirâmide em função de r .
- b) (1,0) Se, para cada valor de r ($0 < r < 1$), o volume da pirâmide é $V(r)$, faça um esboço do gráfico dessa função.

Questão 5. (pontuação: 2)

Um copo de plástico rígido e espessura muito fina tem a forma de um tronco e cone com 8 cm de diâmetro na boca, 6 cm de diâmetro no fundo e 12 cm de altura.

- a) (1,0) Determine um valor aproximado para o volume do copo (ou seja, o número inteiro de cm^3 que melhor aproxima o volume).
- b) (1,0) Determine um valor aproximado para a área externa total do copo (ou seja, o número inteiro de cm^2 que melhor aproxima a área).