MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Avaliação 3 - MA11 - 2015.1

Questão 01 **[2,00 pts]**

Dadas as progressões artiméticas $(a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots)$ e $(b_1, b_2, \ldots, b_n, \ldots)$, mostre que existe uma, e somente uma, função afim $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(a_1) = b_1,\ f(a_2) = b_2,\ \ldots, f(a_n) = b_n,\ \ldots$.

Questão 02 **[2,00 pts]**

Sejam f e g funções reais cujas expressões são $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4}$. Determine o maior subconjunto de $\mathbb{R}$ para o qual a função composta $g \circ f$ está bem definida e determine sua regra de definição.

Questão 03 **[2,00 pts]**

A expressão $M(t) = 200 \cdot e^{-\frac{t \ln 2}{30}}$ dá a massa em gramas do césio 137 que restará de uma quantidade inicial após t anos de decaimento radioativo.

(a) Quantos gramas havia inicialmente?

(b) Quantos gramas permanecem depois de 10 anos? Use, caso pense ser necessário, $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} \approx 0,794$.

(c) Quantos anos levará para reduzir pela metade a quantidade inicial de césio 137?

Questão 04 **[2,00 pts]**

Determine, no conjunto dos reais, os valores máximo e mínimo de

$$f(x) = 9\cos^4 x - 12\cos^3 x + 10\cos^2 x - 4\cos x + 1.$$

Sugestão: Observe que $9a^4 - 12a^3 + 10a^2 - 4a + 1 = \left(3a^2 - 2a + 1\right)^2$.

Questão 05 **[2,00 pts]**

Sejam m e n números naturais.

(a) Mostre, usando o princípio da indução finita, que $\sqrt[n]{n} \leq \sqrt[3]{3}$, para $n \geq 2$.

(b) Mostre então que um dos números $\sqrt[m]{n}$ e $\sqrt[n]{m}$ é sempre menor do que ou igual a $\sqrt[3]{3}$.