

2012/2 semestre

NOME:

Questão 1 (valor: 2 pontos)

Mostre que na representação na base 10 de um número da forma $a^5 - a$, em que $a \in \mathbb{N}$, o algarismo das unidades é sempre igual a 0.

Questão 2 (valor: 2 pontos)

Mostre que, para todo $n \in \mathbb{N}$, é irredutível a fração

$$\frac{21n + 4}{14n + 3}.$$

Questão 3 (valor: 2 pontos)

Denotando por (x, y) e por $[x, y]$, respectivamente, o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de dois números naturais x e y , resolva o sistema de equações

$$\begin{cases} (x, y) = 6 \\ [x, y] = 60 \end{cases}$$

Questão 4 (valor: 2 pontos)

Uma terna de números primos da forma $(a, a + 2, a + 4)$ é chamada de terna de *primos trigêmeos*.

- Mostre que dados três números inteiros a , $a + 2$ e $a + 4$, um e apenas um deles é múltiplo de 3.
- Mostre que a única terna de primos trigêmeos é $(3, 5, 7)$.

Questão 5 (valor: 2 pontos)

Um grupo de 30 pessoas entre homens, mulheres e crianças foram a um banquete e juntos gastaram 30 patacas. Cada homem pagou 2 patacas, cada mulher meia pataca e cada criança um décimo de pataca. Quantos homens, quantas mulheres e quantas crianças havia no grupo?