

O mundo nada chato de Eratóstenes



Lisandra Sauer

Marcia Lupi

ILUSTRAÇÕES DE
STELA KUBIAKI

Autoras: Lisandra de Oliveira Sauer e Márcia Estela Argüelles Lupi

Ilustrações de Stela Kubiaki

Edição e diagramação: Márcia Lupi

Revisão do texto em português: Gilda Satte Alam Severi Cardoso

Colaborador para assuntos históricos: Francisco Marshall

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Sauer, Lisandra

O mundo nada chato de Eratóstenes [livro eletrônico] / Lisandra Sauer, Marcia Lupi ; ilustração Stela Kubiaki. -- Rio de Janeiro : Sbm, 2024.

PDF

Bibliografia.

ISBN 978-85-8337-238-7

1. Eratóstenes 2. Matemática - História
3. Matemáticos - Biografia I. Lupi, Marcia.
II. Kubiaki, Stela. III. Título.

24-243820

CDD-510.92

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemáticos : Biografia e obra 510.92

Aline Grazielle Benitez - Bibliotecária - CRB-1/3129

Para todas, todos e todes que gostam de experiências.

Ou que vão gostar.

NOSSOS ESPECIAIS AGRADECIMENTOS

A Francisco Marshall pela consultoria em história e cultura grega.

A Jeane de Fátima Branco e Anne Sauer Nunes pelo relato da experiência sobre a medição de sombras no meio-dia solar.

A Gilberto Dumont pela consultoria em relação a lua.

E aos alunos da EMEF Bibiano de Almeida (Pelotas - RS) por sua curiosidade abundante e que nos leva sempre à busca contínua de conhecimentos e aprendizados.

Apresentação

Este livro foi feito especialmente para crianças e jovens de 8 a 80 anos, com muito carinho, amor e respeito pela ciência. Nele trazemos uma história sobre o filósofo, matemático e pai da Geografia Eratóstenes. Ele foi o primeiro a realizar um experimento que demonstrou que a terra não é plana (olha que bacana!). Essa experiência, lá na antiguidade, exigiu muita observação, concentração e raciocínio.

Então, neste livro, apresentaremos a explicação e os fundamentos para que você consiga realizar a experiência sem precisar sair do seu planeta (ops!) digo, da sua casa.

Na primeira parte do livro (Parte I) será apresentada uma parte histórica que é bem interessante e objetiva sobre o experimento que levou Eratóstenes a chegar a conclusão de que a terra não é plana.

Na segunda parte (Parte II) apresentaremos uma série de atividades que mostram que a Matemática é divertida, interessante, desafiadora e muito útil.

Esperamos que gostem da leitura e aproveitem bastante o experimento!

Sumário

Parte I

A história de Eratóstenes e de seu experimento	pág. 10
Parte II - Para ir além...	pág. 38
Descubra o formato	pág. 39
Caixa de investigação	pág. 40
Jogo Petteia	pág. 43
Tangram	pág. 47
Compasso caseiro	pág. 53
Determinação do meio dia solar	pág. 57
Conectando sombras	pág. 60
Ângulo solar e o Projeto Eratóstenes	pág. 62
Referências	pág. 66

Lista de Figuras

Figura 1: Ânfora mostrando Ajax e Aquiles durante uma partida de jogo de tabuleiro	pág. 11
Figura 2: Pergaminho	pág. 26
Figura 3: Lâmpadas representando ideia	pág. 28
Figura 4: Experimento de observação das sombras de Eratóstenes	pág. 33
Figura 5: “Fatia” do experimento de observação das sombras de Eratóstenes	pág. 34
Figura 6: Exemplo de sólidos geométricos	pág. 39
Figura 7: Prof ^a . Lisandra Sauer tentando alcançar o objeto para identificá-lo	pág. 39
Figura 8: Caixa de investigação	pág. 40
Figura 9: Passo 0 – Anotação do que contém cada caixa	pág. 41
Figura 10: Simulação das sugestões de 4 participantes (ou 4 grupos)	pág. 42
Figura 11: Foguete V2	pág. 42
Figura 12: Tabuleiro do jogo Petteia	pág. 44
Figura 13: Captura de peça do adversário	pág. 45
Figura 14: Captura de peça do adversário	pág. 45
Figura 15: Captura de peças (toda a linha) do adversário	pág. 46
Figura 16: Captura de peças (toda a linha) do adversário	pág. 46
Figura 17: Possíveis finais de partida onde não há vencedor	pág. 46
Figura 18: Possíveis finais de partida onde não há vencedor	pág. 46
Figura 19: Passos 1 e 2 da construção do Tangram	pág. 48
Figura 20: Passos 3 e 4 da construção do Tangram	pág. 49
Figura 21: Passos 5 e 6 da construção do Tangram	pág. 50
Figura 22: Passos 7 e 8 da construção do Tangram	pág. 51
Figura 23: Barco Tangram	pág. 52
Figura 24: Casa Tangram	pág. 52
Figura 25: Gato Tangram	pág. 52

Figura 26: Pessoa Tangram	pág. 52
Figura 27: Foguete Tangram	pág. 52
Figura 28: Compasso fechado	pág. 53
Figura 29: Compasso aberto	pág. 53
Figura 30: Circunferência	pág. 54
Figura 31: Material para construir o compasso caseiro	pág. 54
Figura 32: Passo 1 da construção do compasso caseiro	pág. 55
Figura 33: Passo 2 da construção do compasso caseiro	pág. 55
Figura 34: Passo 3 da construção do compasso caseiro	pág. 55
Figura 35: Uso do compasso caseiro	pág. 56
Figura 36: Determinando o meio dia solar	pág. 58
Figura 37: Dias com sol a pino	pág. 59
Figura 38: Imagem de Wandeclyt Martins de Melo em São José dos Campos no meio dia solar	pág. 61
Figura 39: Medição da sombra de um rolo de papel toalha	pág. 62
Figura 40: Triângulo retângulo formado pelo rolo de papel e a sombra projetada.	pág. 62
Figura 41: Calculo de ângulo cuja tangente aproximadamente 0,48181818	pág. 63
Figura 42: A estudante Anne Sauer Nunes participante do Projeto, na cidade de Pelotas, no Brasil	pág. 64
Figura 43: Imagens das medições e das sombras, no Rio de Janeiro, Brasil	pág. 64
Figura 44: Imagens das medições e das sombras, na Argentina	pág. 65
Figura 45: Imagens das medições e das sombras, na Colômbia	pág. 65



O Mundo nada chato de Eratóstenes

Parte I

A história de Eratóstenes e de seu experimento

Vou contar uma história que aconteceu em 276 a.C. na cidade de Cirene, que atualmente fica na região da Líbia.

Lá um menino de origem humilde, como a maioria de nós que não é príncipe, nem princesa, nem barão ou coisa assim, cheio de pensamentos, chamado **Eratóstenes** nasceu e durante o seu crescimento passou a se interessar bastante pelo formato dos objetos.

Ele gostava de pensar e deduzir como as coisas do mundo funcionavam.



Gosto de pensar que Eratóstens, além de excelente pensador, gostava também de jogar.
E como conseguia armar jogadas interessantes!



Figura 1: Ânfora mostrando Ajax e Aquiles durante uma partida de jogo de tabuleiro.
Fonte: Ludosofia, 2021

Naquela época a maioria dos gregos gostavam de jogos de tabuleiro, especialmente um chamado Petteia que dependia da estratégia de pensamento, e não da sorte, para vencer o adversário. Este jogo era tão popular no território grego que até em vasos cerâmicos foi retratado.



Na figura ao lado temos uma ânfora preta mostrando Ajax e Aquiles jogando um jogo de tabuleiro.

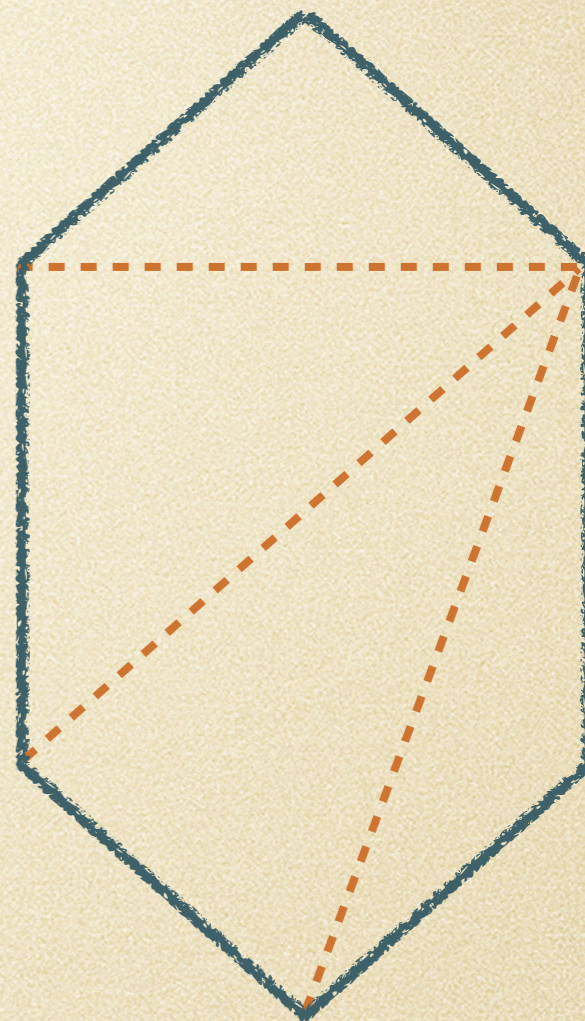
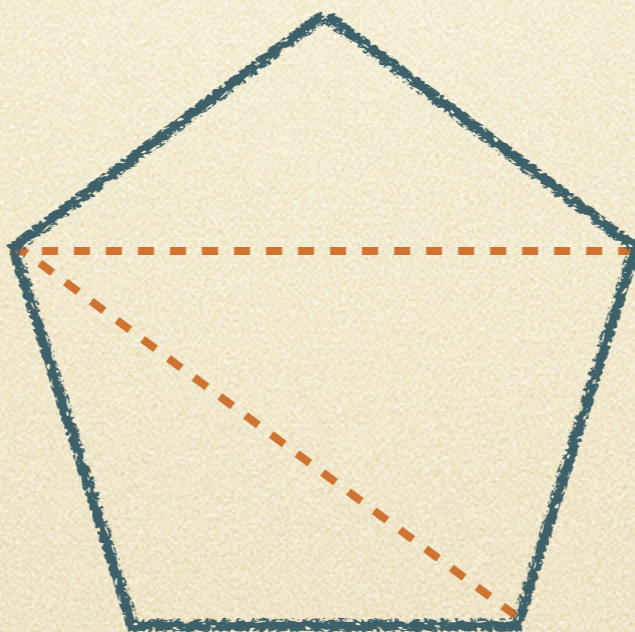
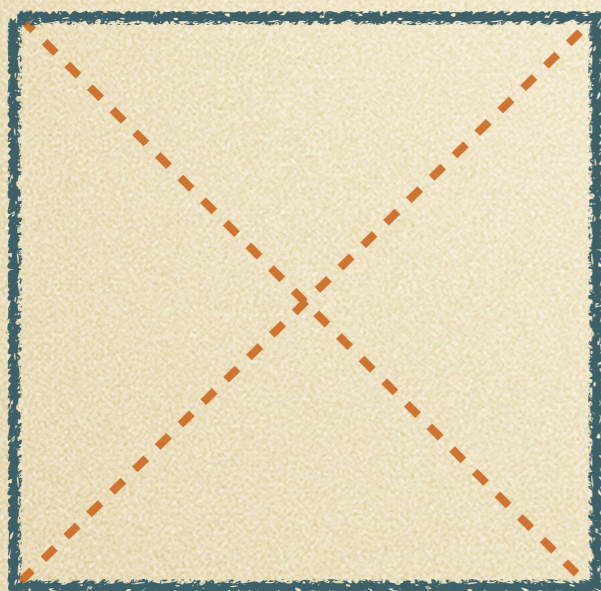
Artista: Lysippides, Otica (Grécia), por volta de 530 a.C. Esta peça pertence, hoje, ao Museu Britânico.

Por volta dos 16 anos Eratóstenes foi estudar na capital da Grécia. E ele ficou impressionado com a quantidade de locais em que se poderia aprender algo novo. Estudou filosofia (arte de pensar), matemática e astronomia e mais um montão de assuntos. Também adorava ler. Lia um pouco sobre tudo.

Nessa época, um dos assuntos estudados era a Geometria, área da matemática que significa medida da terra e uma das coisas mais importantes em geometria era o estudo do triângulo que é uma figura plana com três lados.



Os triângulos são figuras importantes, pois, qualquer figura desenhada em um papel, com lados formados por segmentos de retas, pode ser decomposto em triângulos.



Existem três coisas bem interessantes ao construirmos um triângulo (seja desenhando ou construído com palitos):

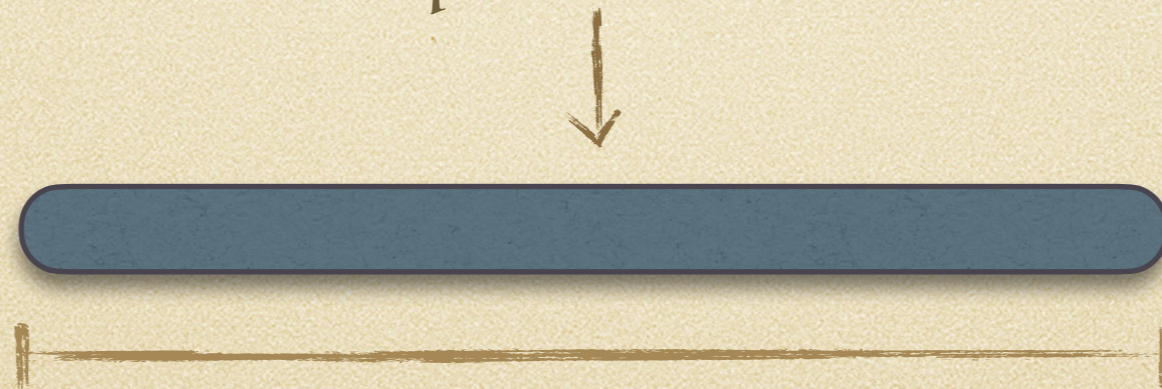
A primeira é que, para construir um triângulo, precisamos que a medida de dois lados seja maior que a medida do terceiro lado. Observem a imagem abaixo.

Se formos medir com uma régua, a medida do palito amarelo mais a medida do palito vermelho, o resultado será maior que a medida do palito azul.

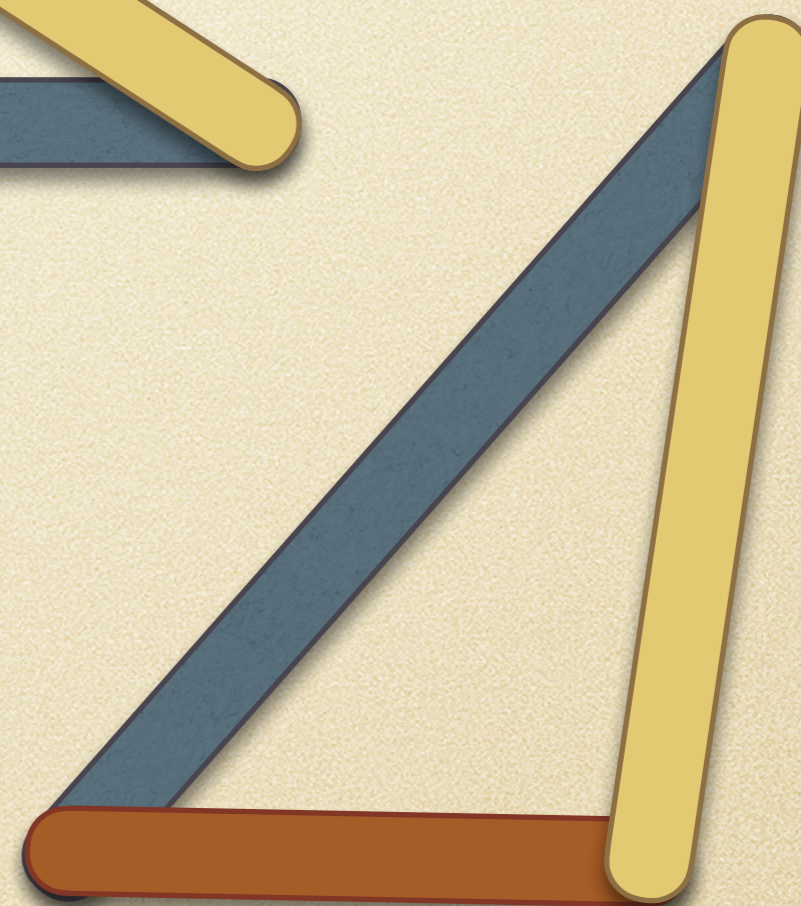
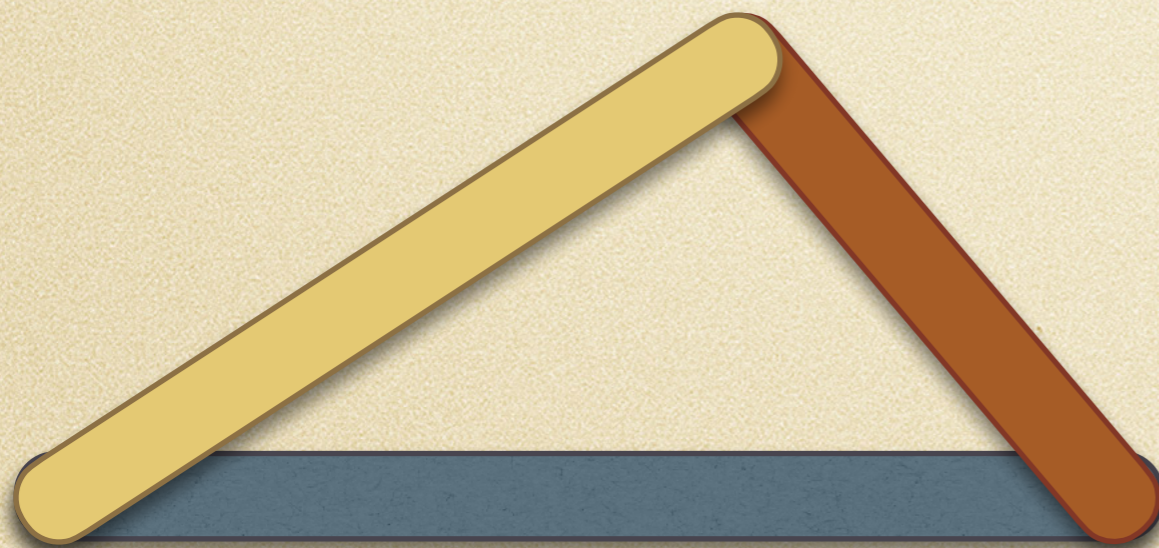
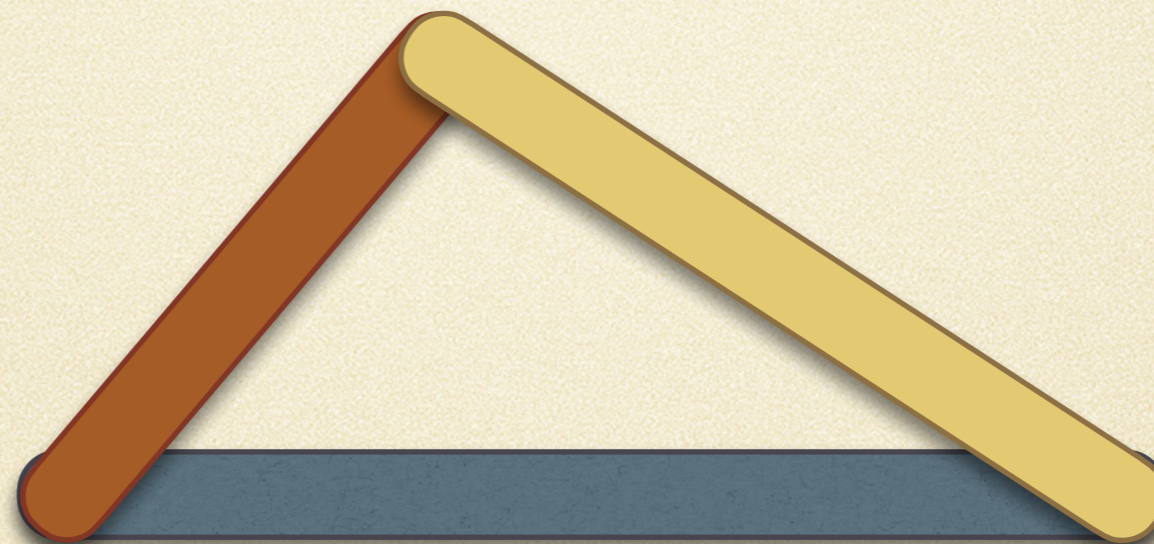
A soma da medida de dois lados,



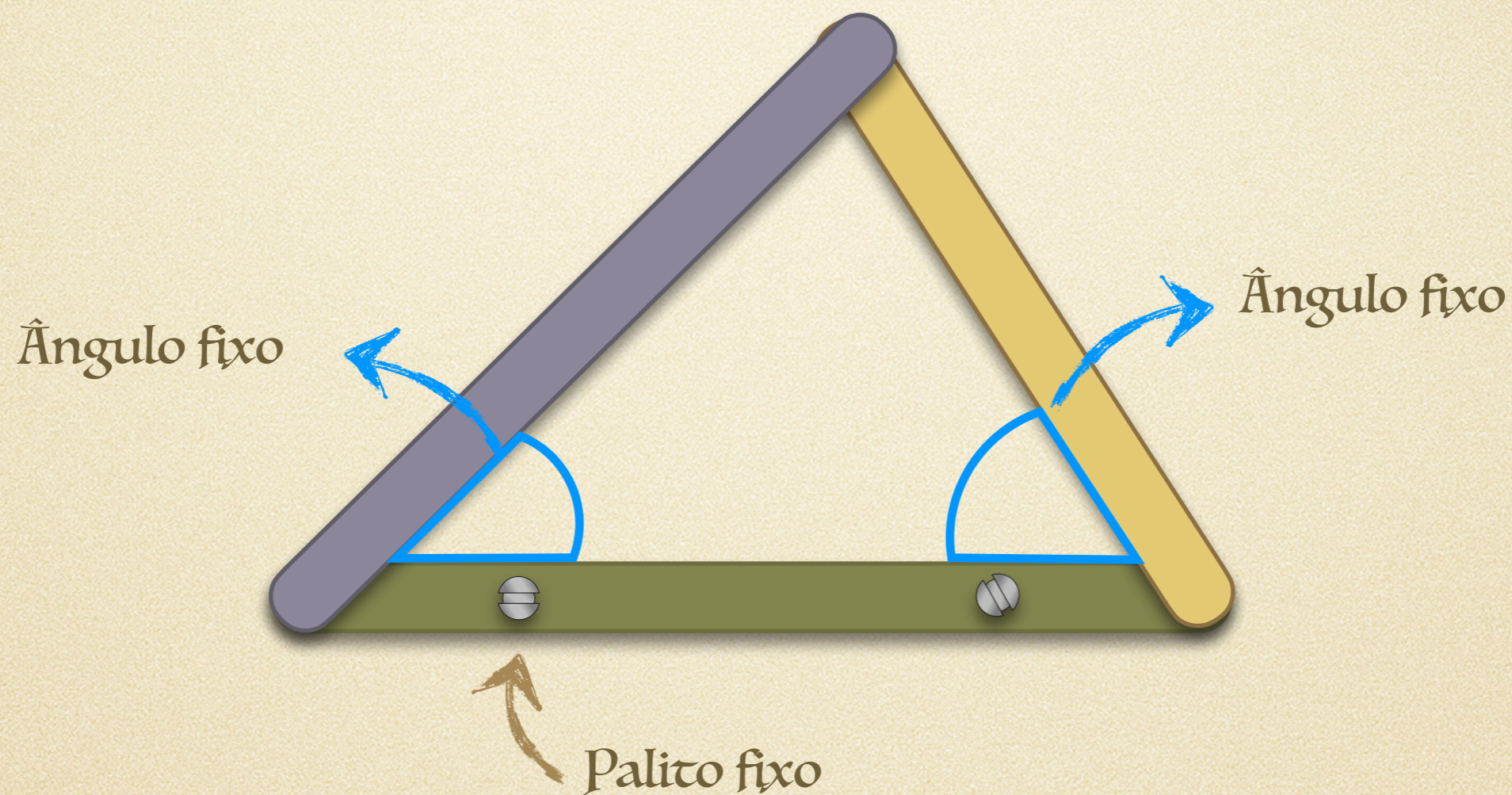
... deve ser maior que a medida do terceiro lado.



Com essas três medidas conseguiremos construir somente um determinado tipo de triângulo (na escola vais aprender sobre todos eles!) e mesmo que mudemos a posição do triângulo, ele será sempre o mesmo triângulo.



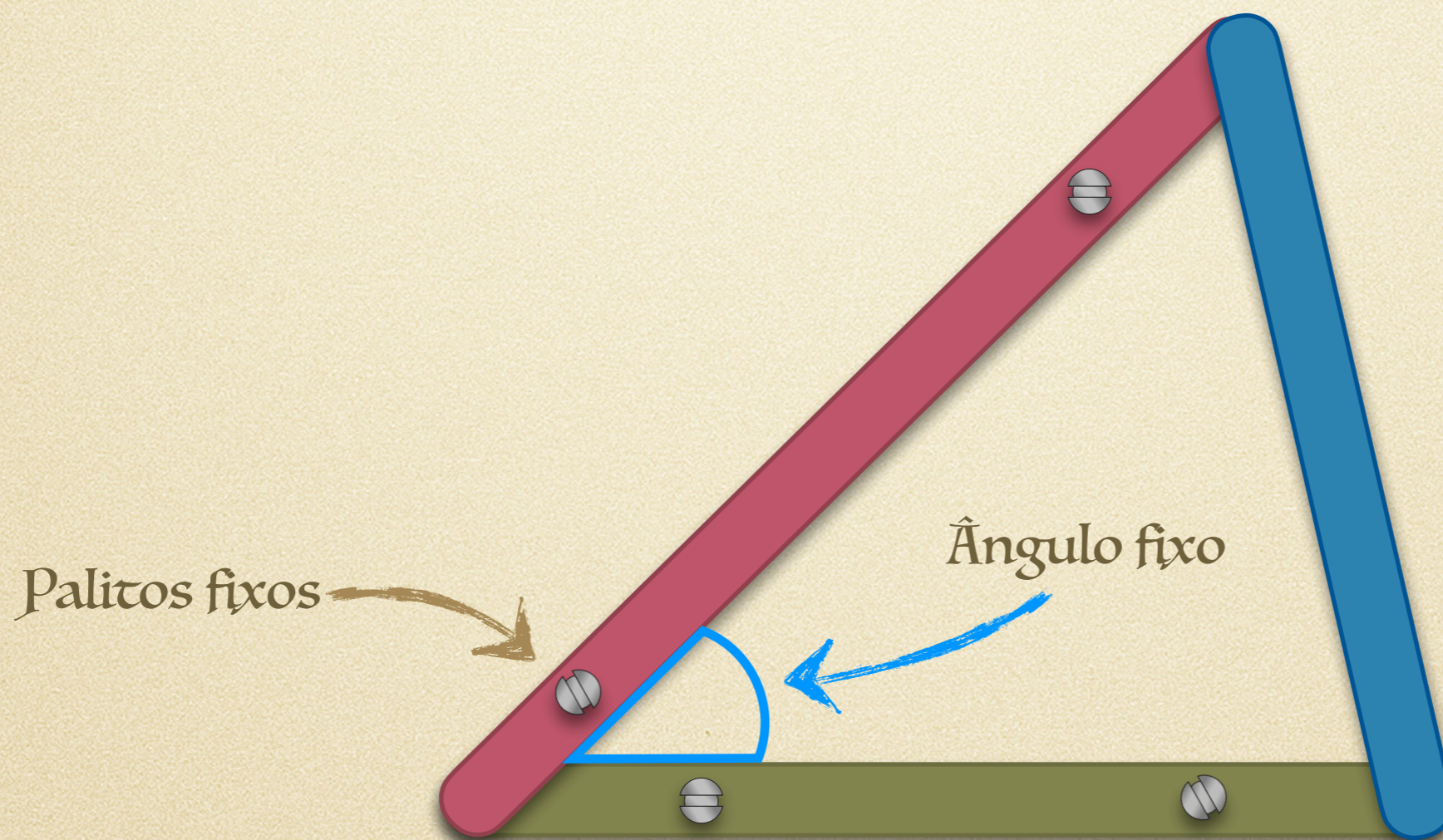
A segunda coisa interessante sobre construção de triângulos é que se fixarmos o tamanho de um dos palitos e a abertura dos ângulos que estão apoiados nesse mesmo palito, somente conseguiremos um tipo de triângulo.



Para quem ainda não aprendeu, ângulo é a abertura entre duas retas.

Exemplos: - a abertura de uma tesoura; a abertura de uma escada; a inclinação de um telhado, e por aí vai... são tantos exemplos que não caberiam neste livro!

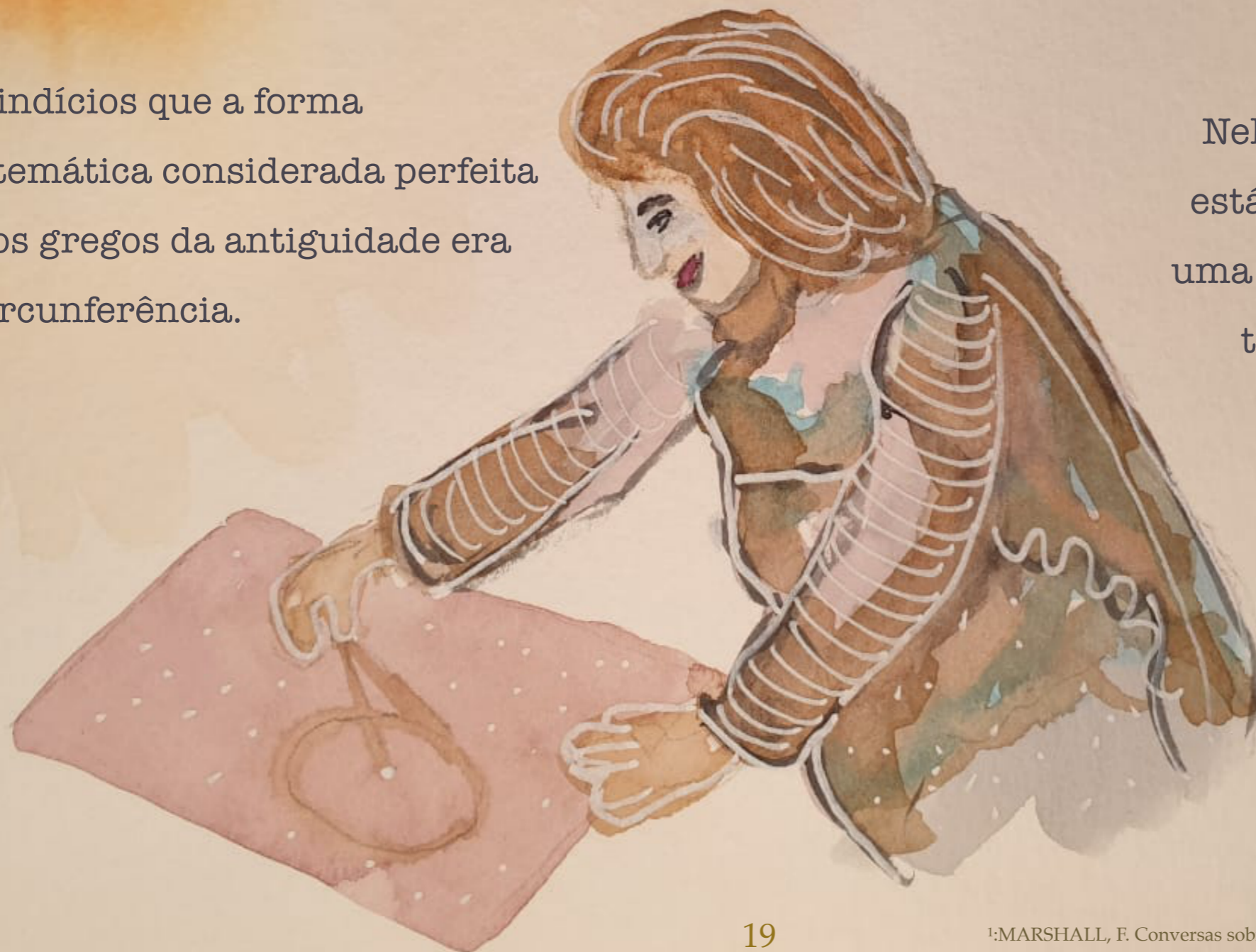
A terceira coisa interessante sobre a construção de triângulos é que ao fixarmos o tamanho de dois palitos e a abertura dos ângulos formada entre eles, somente conseguiremos um tipo de triângulo.



Observando as artes gregas da época em que Eratóstenes viveu, há indícios de que os gregos procuravam a perfeição. Tudo que era realizado pretendia atingir um resultado perfeito¹.

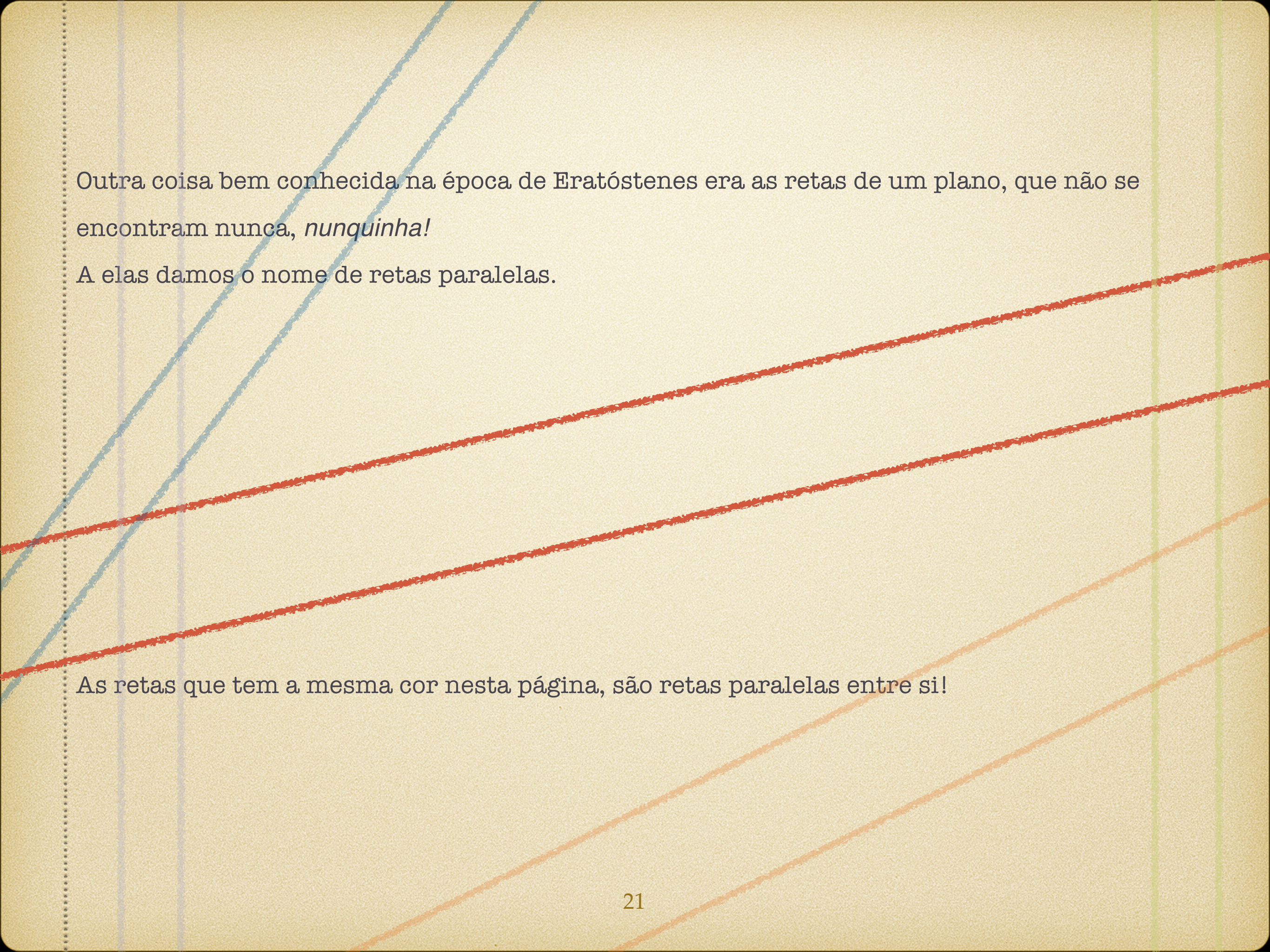
Há indícios que a forma matemática considerada perfeita pelos gregos da antiguidade era a circunferência.

Nela temos um ponto que está no centro e traçamos uma curva com pontos que tem a mesma distância desse centro.





Acredito que os gregos também consideravam a esfera um objeto perfeito! Nela temos um ponto que está no centro e traçamos a superfície com pontos que tem a mesma distância desse centro.

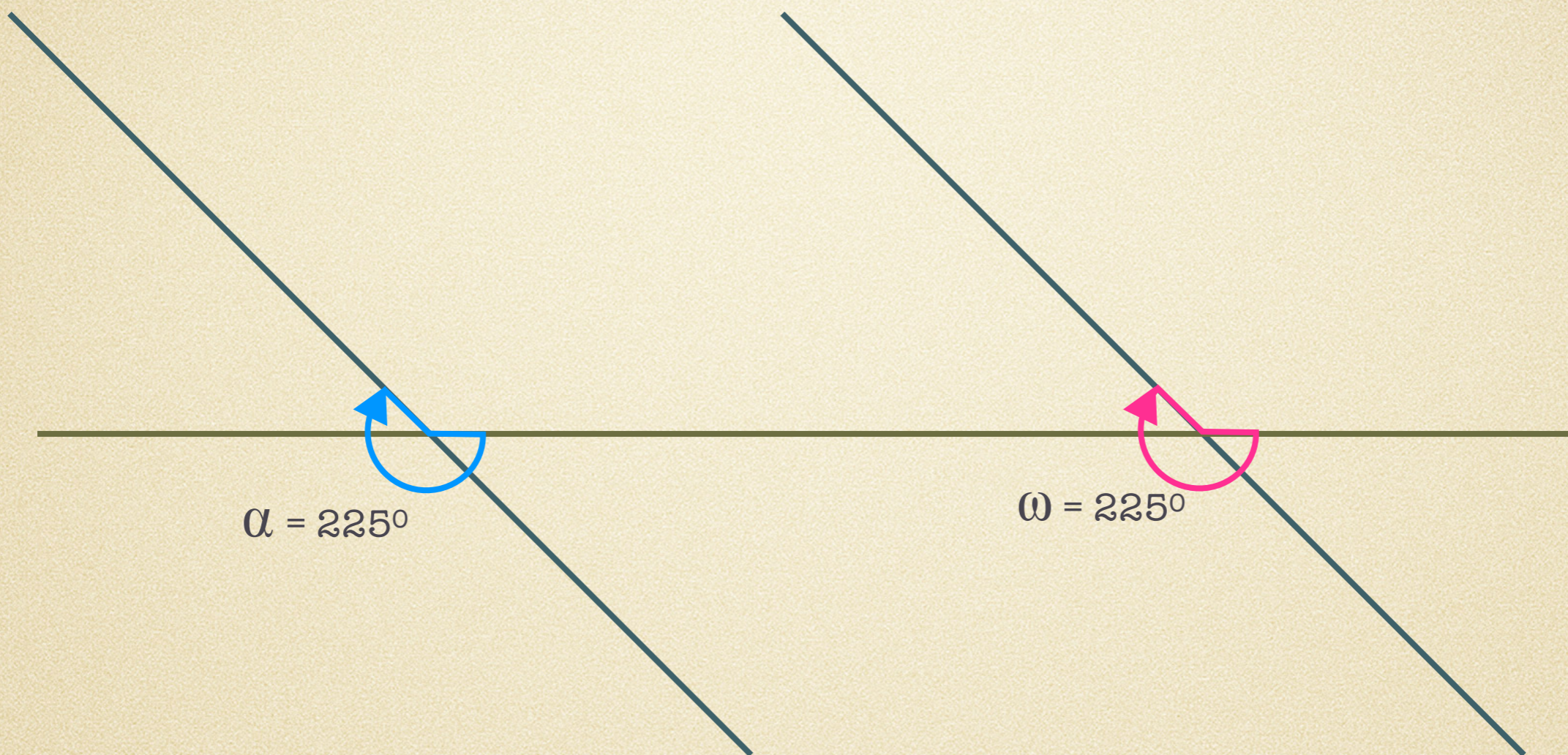


Outra coisa bem conhecida na época de Eratóstenes era as retas de um plano, que não se encontram nunca, *nunquinha!*

A elas damos o nome de retas paralelas.

As retas que tem a mesma cor nesta página, são retas paralelas entre si!

As retas paralelas acabam formando ângulos quando cortam outra reta, como na figura abaixo:



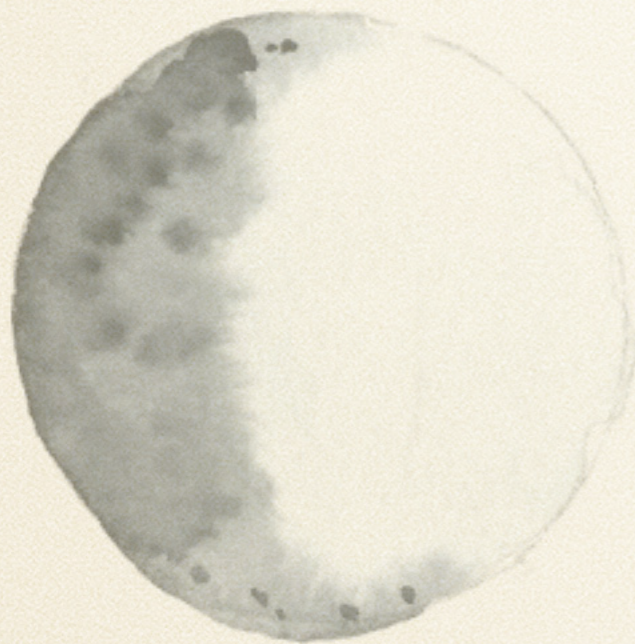
Os ângulos que estão na mesma posição tem medidas iguais.

Utiliza-se letras gregas para nomear os ângulos. No caso acima, utilizamos α (alfa) e ω (ômega).

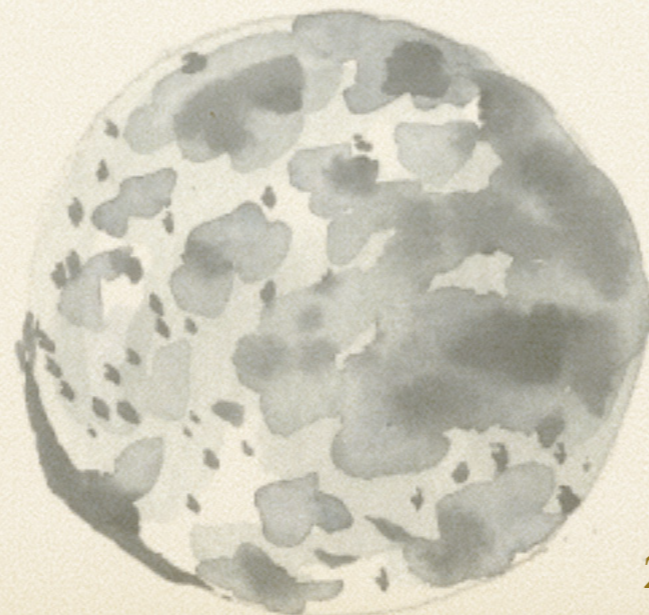
Os gregos também eram fascinados pelas estrelas e pela lua.



Através da observação da lua, os gregos perceberam que ela tem 4 fases:

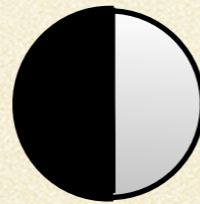


nova, crescente, cheia e minguante.

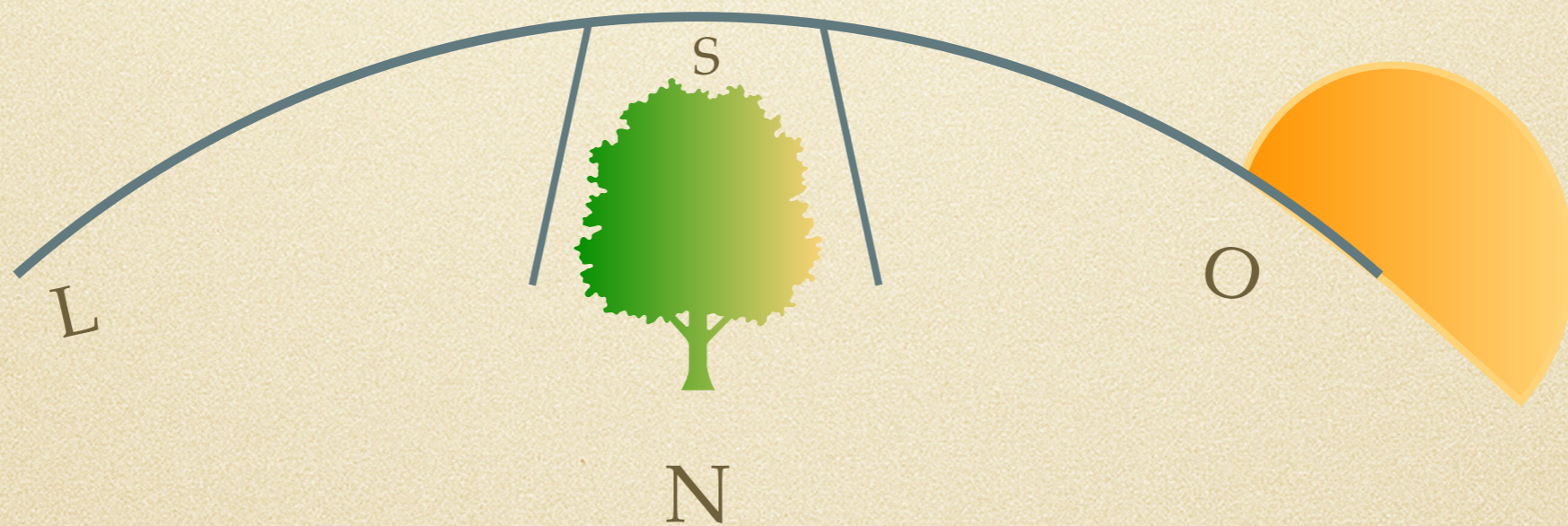


Cada fase da lua tem um horário de surgir no céu.

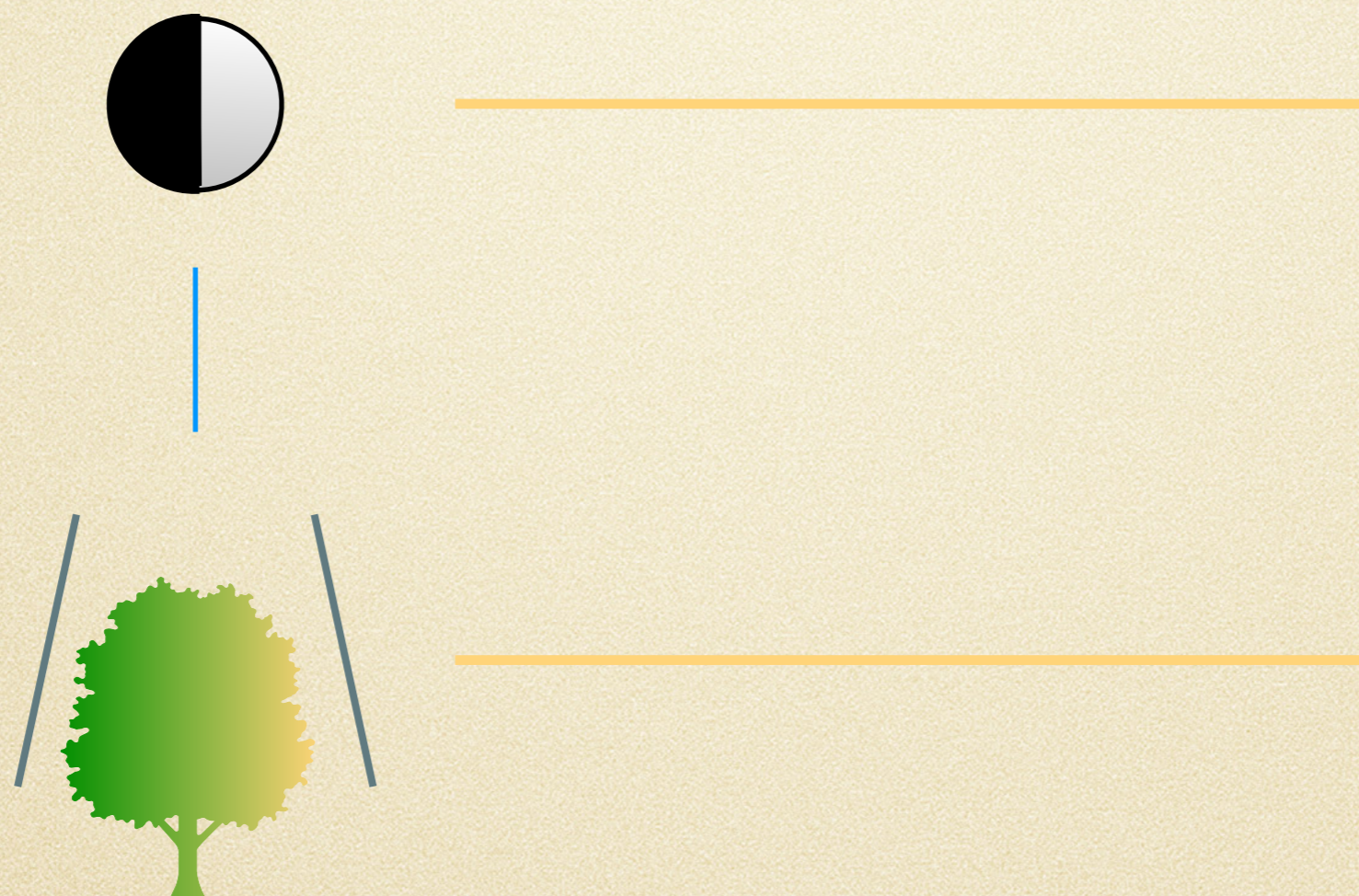
Como exemplo, vamos nos deter no que ocorre com a lua crescente.



A lua crescente sempre tende a nascer ao meio-dia, atingindo seu ponto mais alto ao pôr do sol.



O sol ilumina um lado da lua quando ela está a pino no céu e ilumina a terra na mesma hora no horizonte. Veja na ilustração abaixo:



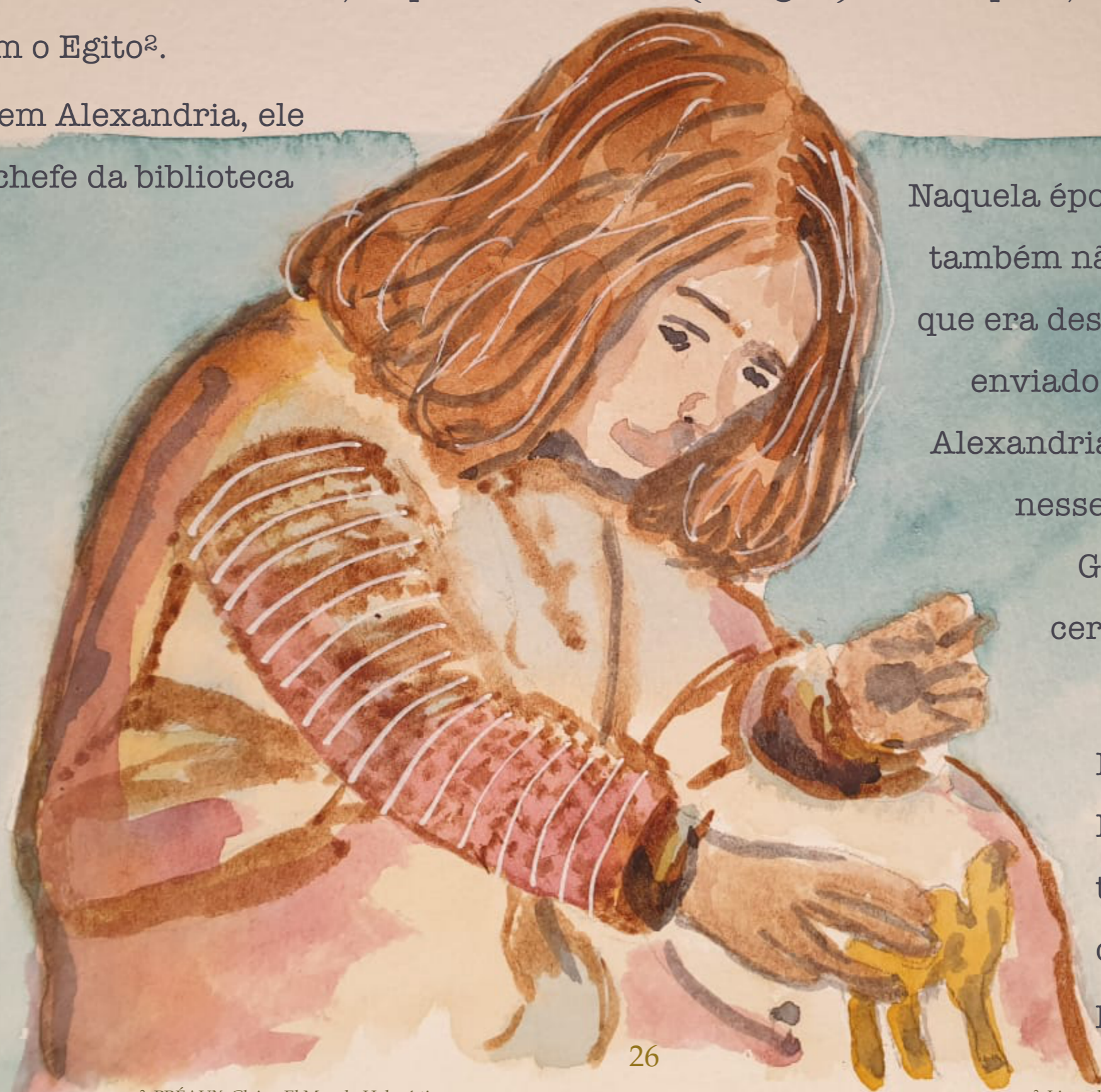
A partir dessa observação, os gregos concluíram que os raios solares chegam praticamente paralelos na terra, ou seja, o ângulo formado pelos raios solares e a lua e o ângulo formado pelos raios solares e a terra, têm a mesma medida.

Com isso tudo na cabeça e muita vontade de conhecer o funcionamento do mundo, Eratóstenes, que já não era mais um adolescente, foi para Alexandria (no Egito). Nesta época, os gregos também dominavam o Egito².

Chegando em Alexandria, ele se tornou chefe da biblioteca de lá.

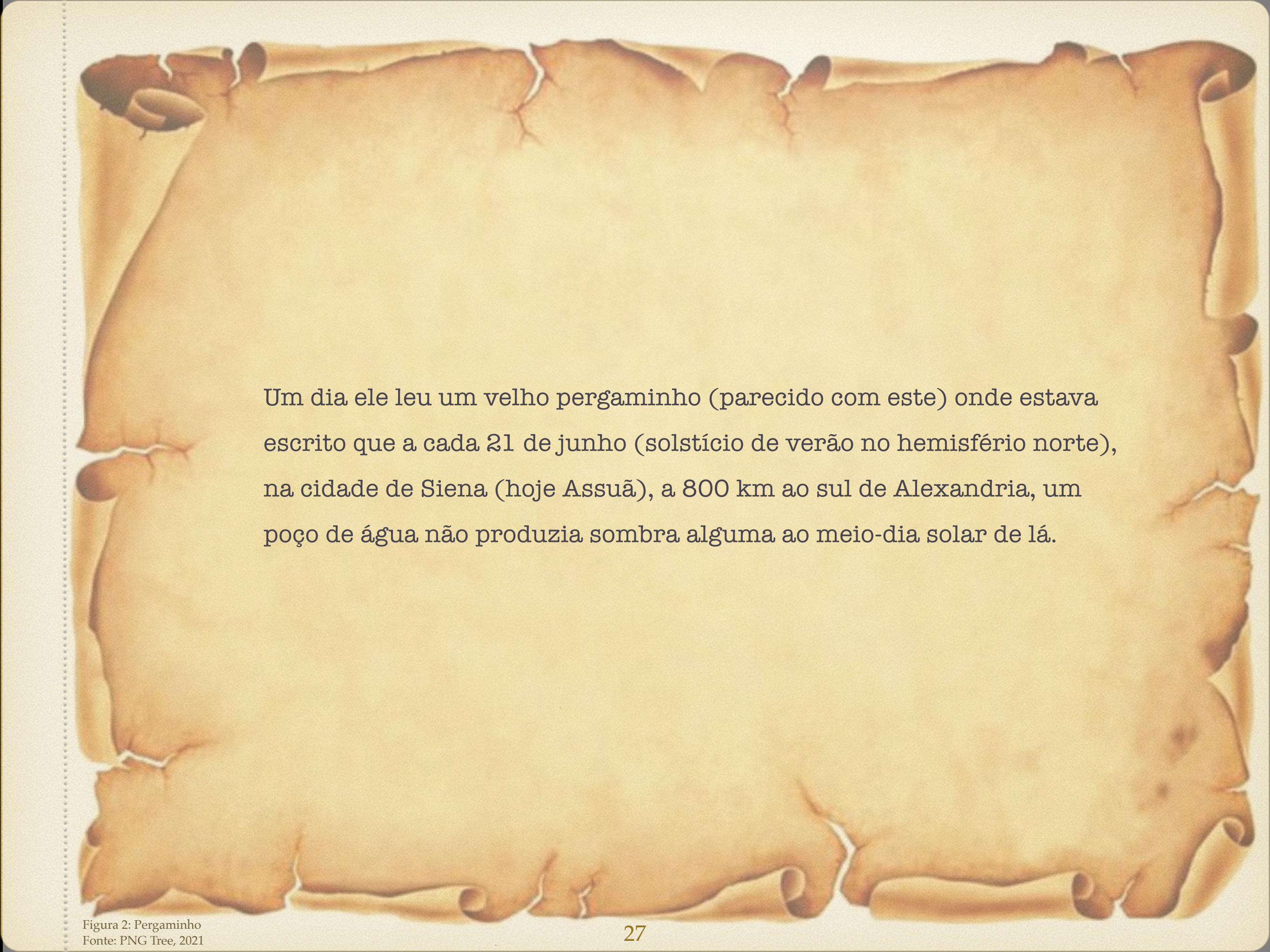
Naquela época não havia internet e também não havia livrarias. Tudo que era descoberto por alguém era enviado para a biblioteca e a de Alexandria era a maior do mundo nesse período! Se existisse o GUINNESS³ em 200 a.C., certamente a biblioteca de Alexandria estaria lá.

Mas, voltando a Eratóstenes, ele tinha todas as informações que precisava, na palma da mão.



²: PRÉAUX, Claire. El Mundo Helenístico.

³: Livro de recordes mundiais



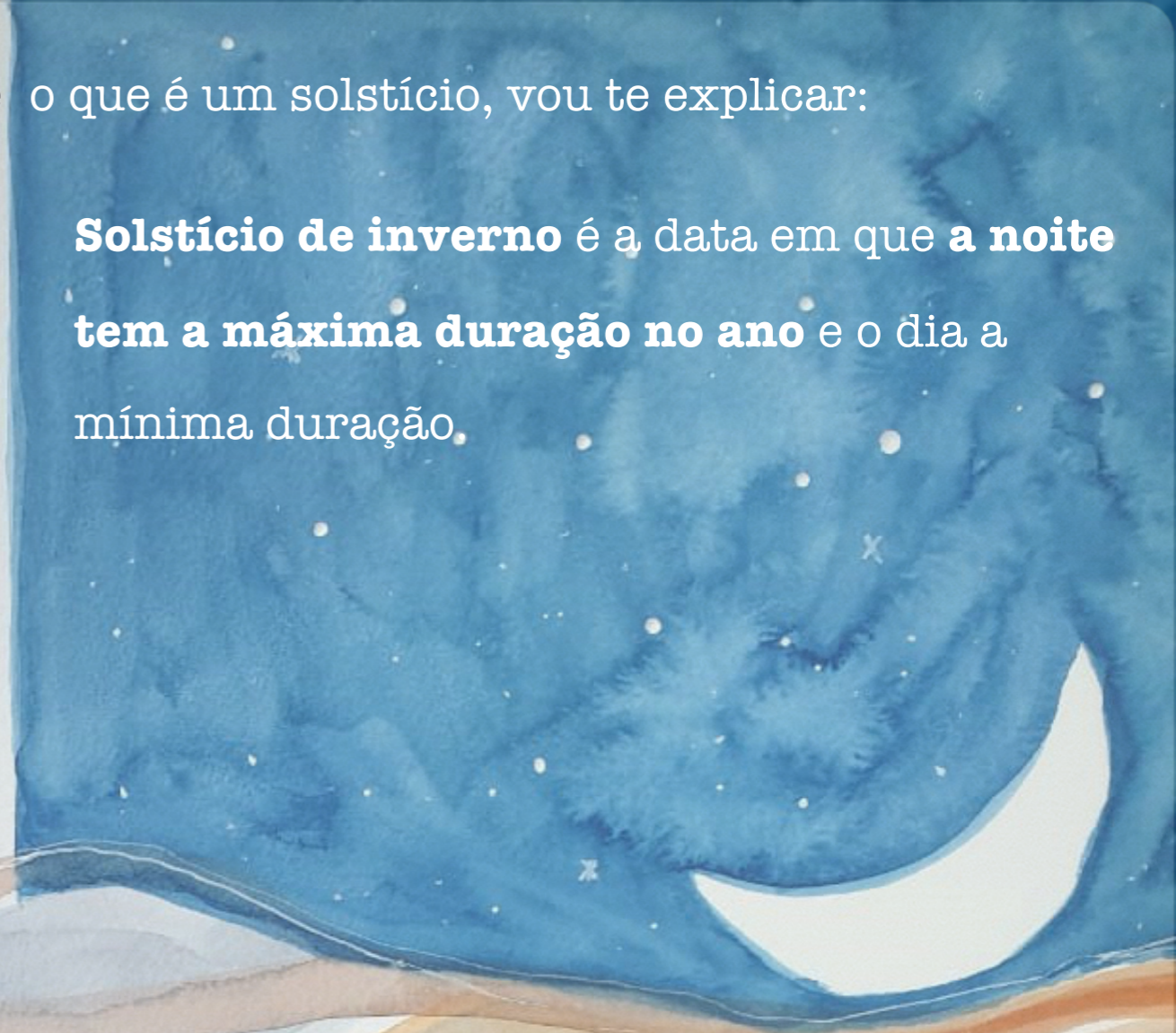
Um dia ele leu um velho pergaminho (parecido com este) onde estava escrito que a cada 21 de junho (solstício de verão no hemisfério norte), na cidade de Siena (hoje Assuã), a 800 km ao sul de Alexandria, um poço de água não produzia sombra alguma ao meio-dia solar de lá.

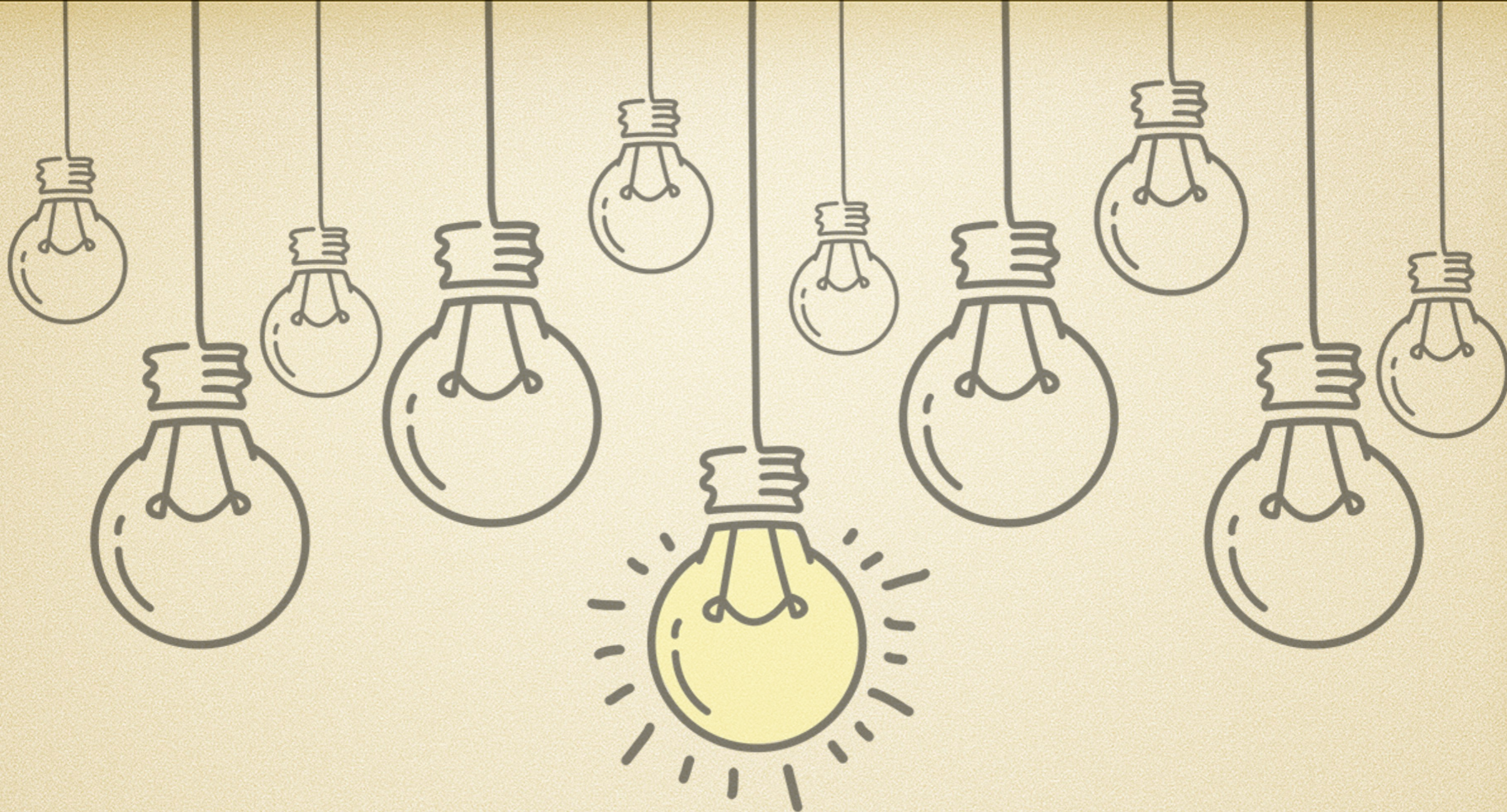
Para não fazer você “dar um Google” sobre o que é um solstício, vou te explicar:



Solstício de verão é a data em que **o dia tem a máxima duração no ano** e a noite a mínima duração.

Solstício de inverno é a data em que **a noite tem a máxima duração no ano** e o dia a mínima duração.





Voltando ao Eratóstenes...

Pensando no solstício, ele teve uma **BAITA** ideia!

Ele mediu o comprimento da sombra de um bastão em Alexandria, ao meio-dia de 21 de junho (solstício de verão no hemisfério norte), quando o bastão em Siena, ao Sul do Egito, não produzia sombra e confirmou que em Alexandria qualquer objeto possuía sombra.

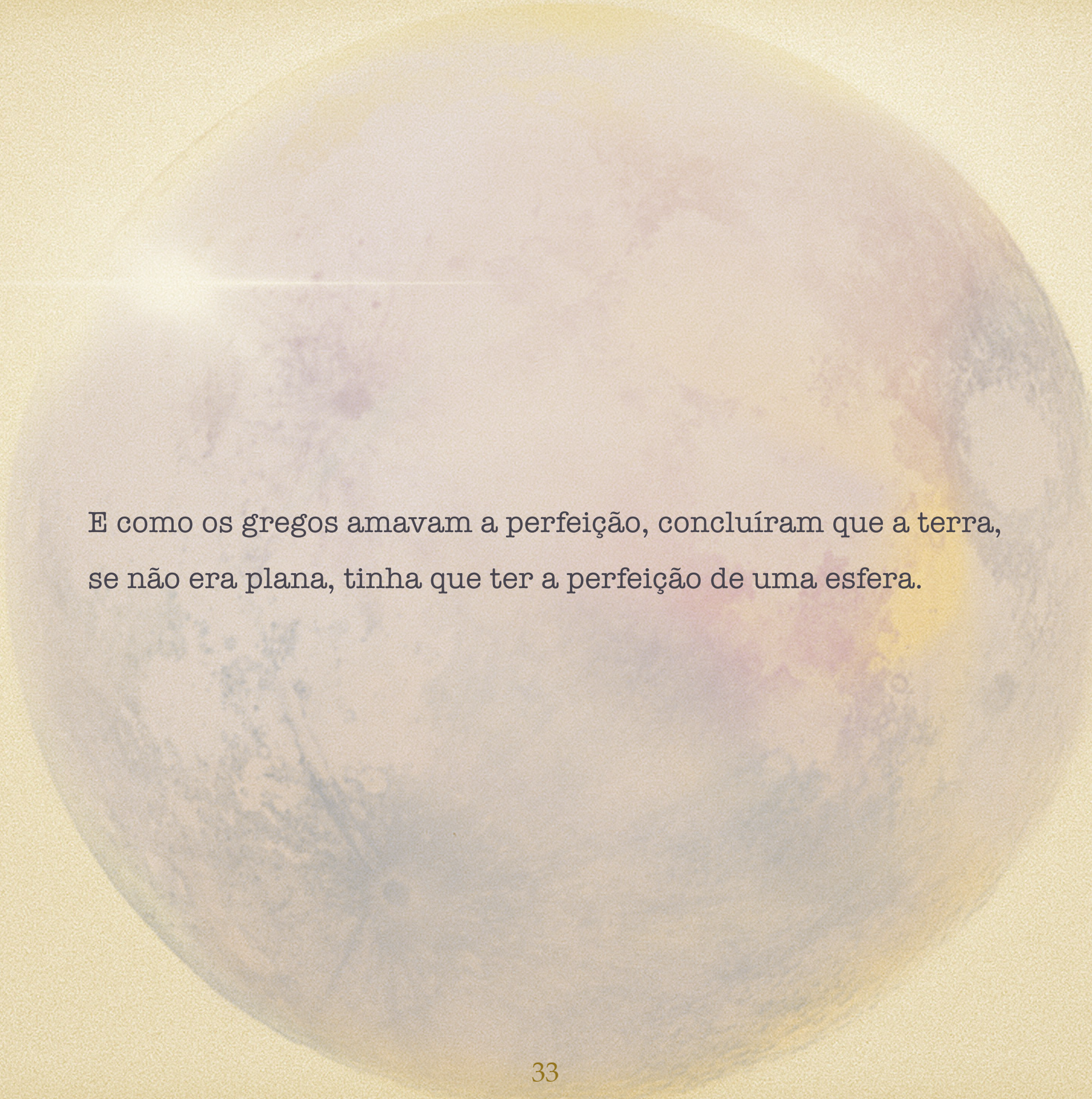
Se vivêssemos em um mundo plano, as sombras produzidas com estacas do mesmo tamanho e em um mesmo horário seriam de mesmo tamanho já que os raios do sol são paralelos e triângulos com mesma medida de ângulo-lado-ângulo são idênticos (faça uma pesquisa o que são medida de ângulo-lado-ângulo de um triângulo!). Daí, como dizia um amigo de Eratóstenes chamado Arquimedes:

Eureka

Mas esta é outra história...

Como foi verificado que as sombras eram de tamanhos diferentes, então se pode concluir que o mundo não é chato, logo...

O mundo não é plano!



E como os gregos amavam a perfeição, concluíram que a terra, se não era plana, tinha que ter a perfeição de uma esfera.

Eratóstenes ainda calculou o raio da terra com uma margem de erro muito pequena (para quem não tinha instrumentos aprimorados) sempre impulsionado pela ideia de que o planeta era perfeitamente uma esfera e ele fez isso da seguinte forma:

Ele mediu o comprimento da sombra de um bastão em Alexandria, ao meio-dia de 21 de junho, quando um bastão em Siena não produzia sombra. Assim, ele obteve o ângulo **A**, conforme a figura.

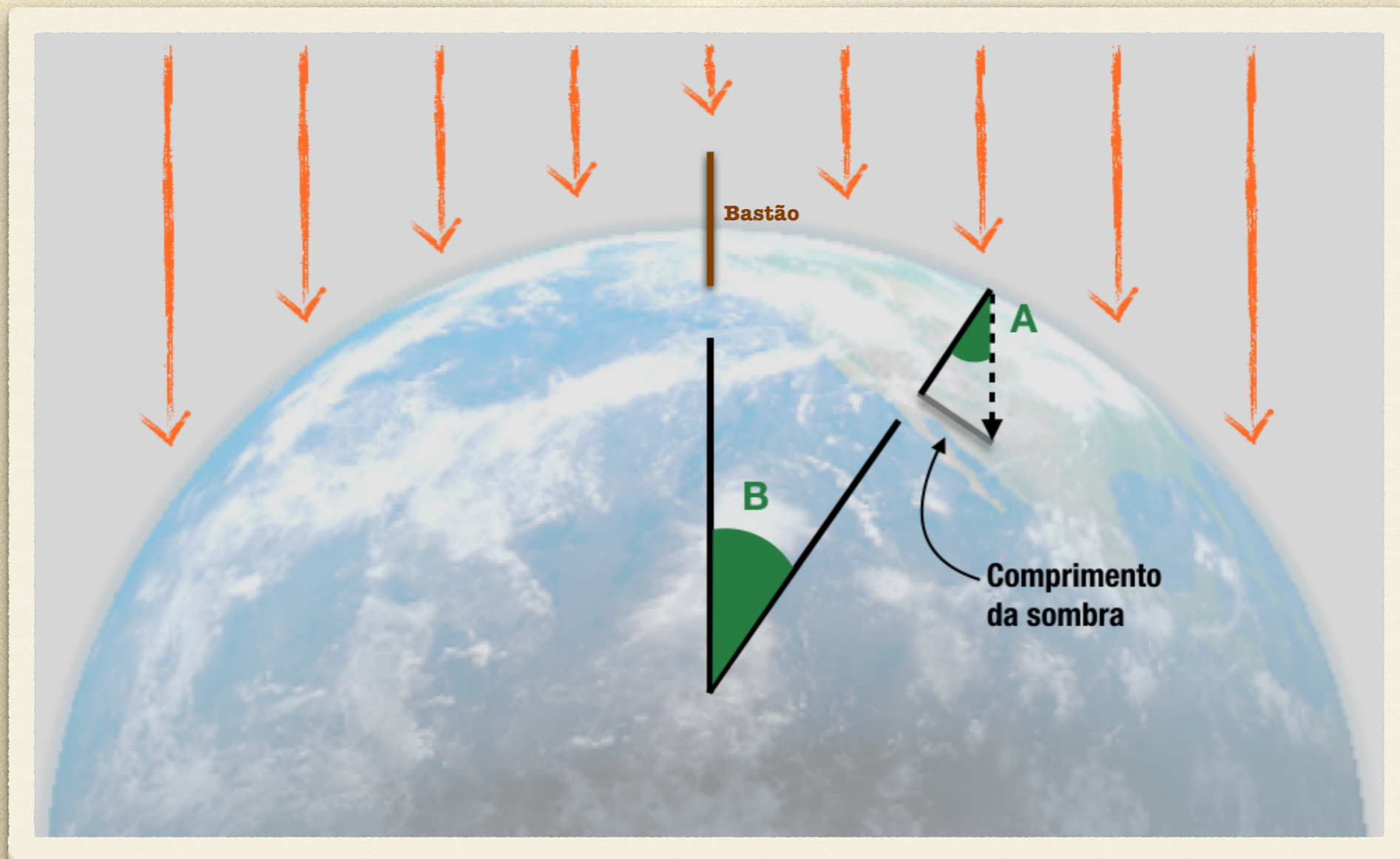


Figura 4: Experimento de observação das sombras de Eratóstenes
Fonte: Autoras, 2021

Ele mediu o ângulo A, da figura 4 e encontrou 7,2 graus.

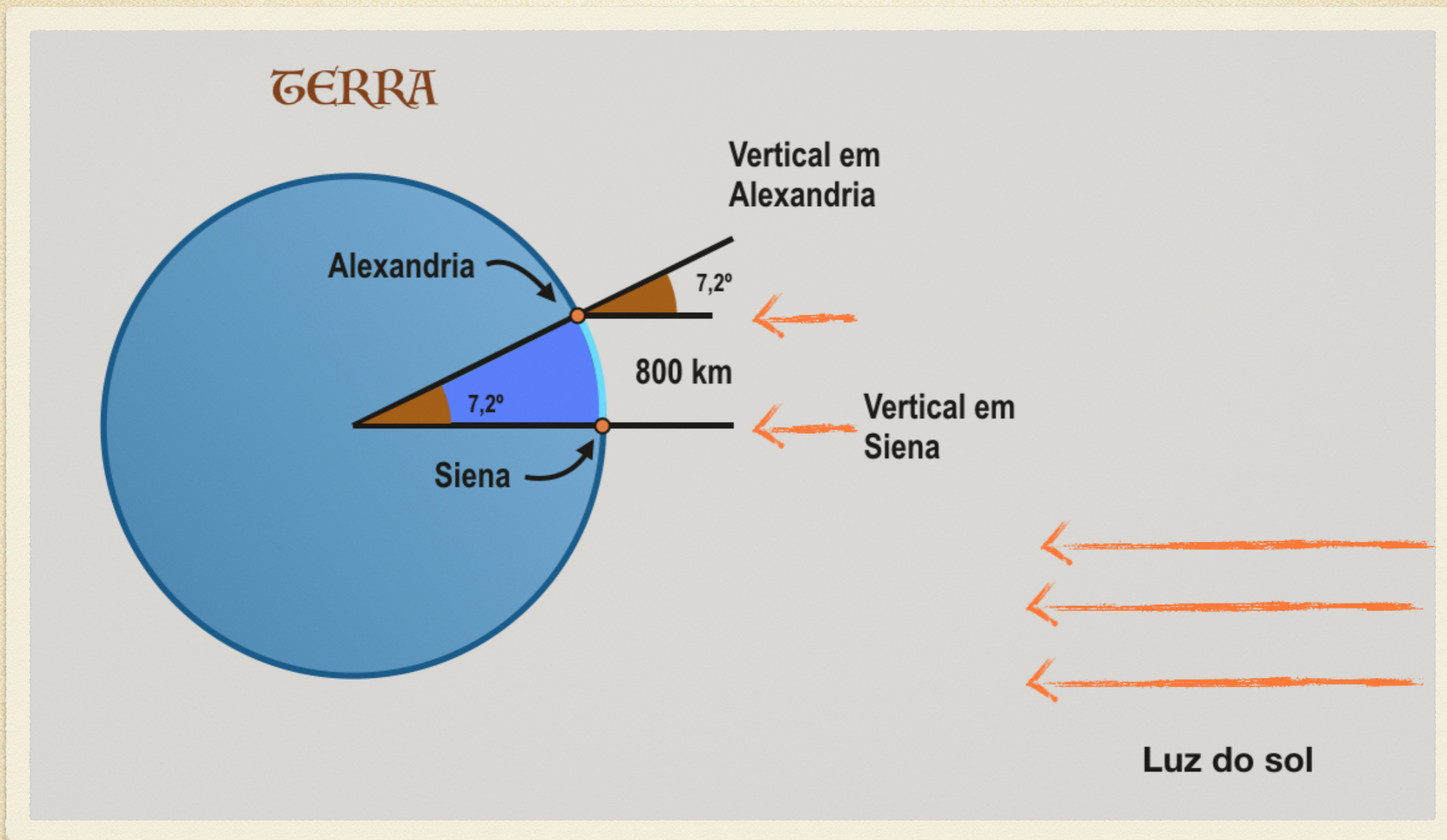


Figura 5: "Fatia" do experimento de observação das sombras de Eratóstenes
Fonte: Autoras, 2021

Como o bastão que forma o ângulo A é paralelo ao bastão que forma o ângulo B (figura 4), então a medida de B também é 7,2 graus. Isso, por causa dos ângulos das retas paralelas!!!!!! (ver figura da pág. 21)

Utilizando uma proporção, ele concluiu que o ângulo de 7,2 graus está para uma volta completa (360 graus) como a distância de Alexandria a Siena (800 km) está para a volta completa da Terra:

$$\frac{7,2}{360} = \frac{800}{x}$$

$$7,2x = 288.000$$

$$x = \frac{288.000}{7,2}$$

$$x = 40.000 \text{ km}$$

Isso significa que se alguém saísse de Alexandria em direção a Siena e continuasse o percurso até retornar a Alexandria, teria percorrido 40.000 km.



A perfeição do formato da terra não existe...

**A terra não tem o formato completamente esférico,
mas pode ser pensada como uma esfera (sim!).**

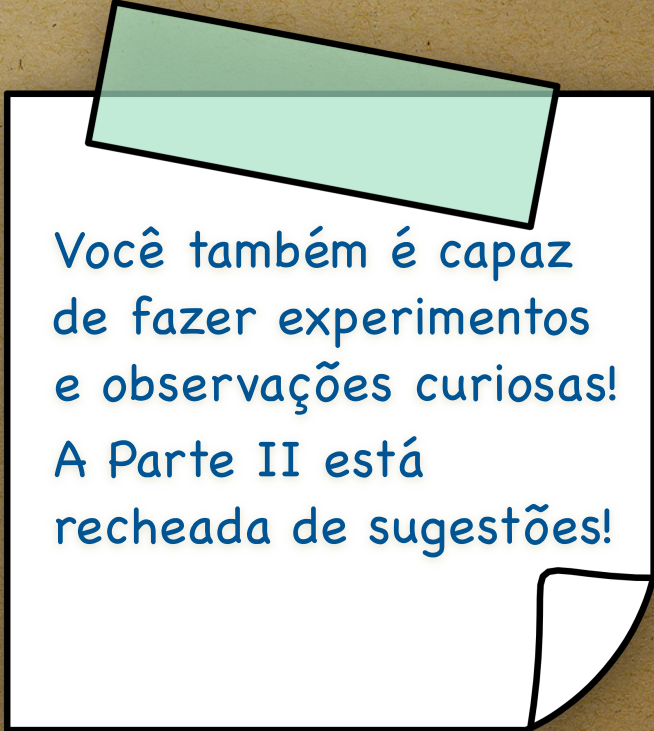
**Este fato só foi comprovado dois milênios depois
de Eratóstenes, quando o homem foi para o
espaço e viu a terra "de fora" da terra⁴!**

Ilustração de Stela Kubiaki



Parte II

Para ir além...



Você também é capaz
de fazer experimentos
e observações curiosas!
A Parte II está
recheada de sugestões!

Descubra o formato

Você pode fazer um pouco como Eratóstenes desenvolvendo essa atividade. Os objetos podem ser classificados, segundo o seu formato geométrico, em: cubo, prisma, pirâmide, esfera, cone, cilindro. Aqui ao lado você pode ver alguns exemplos dos formatos.

Para esta atividade você precisará:

- ✓ de uma faixa para cobrir os olhos;
- ✓ vários objetos de sua casa, como por exemplo: copo, caixa de leite, chapéu de aniversário, etc
- ✓ um ou mais colegas!



Figura 7: Profª. Lisandra Sauer tentando alcançar o objeto para identificá-lo
Fonte: Autoras, 2021

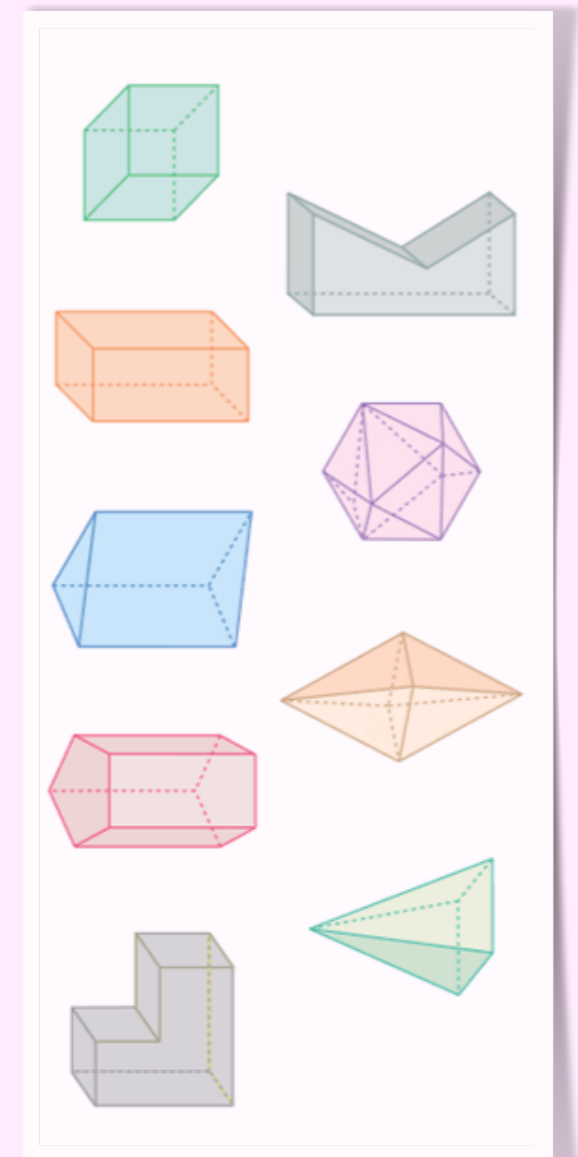


Figura 6: Exemplo de sólidos geométricos
Fonte: ALVES, Natália, 2023

Com os objetos em mãos, coloque a faixa em seu rosto e peça para um colega alcançar um dos objetos. Você terá duas tentativas para determinar o objeto apenas tocando nele.

Não acertou qual era o objeto? Então, coloque a faixa nos olhos do colega e deixe-o tentar acertar!

Boa atividade!



Caixa de investigação

Figura 8: Caixa de investigação
Fonte: Autoras, 2021

Achamos a atividade com as caixas de investigação (ou misteriosas) muito interessante, pois elas servem para entendermos um pouco como os cientistas investigam algo, utilizando-se do chamado Método Científico.

Para fazer esta atividade será necessário que alguém faça o primeiro passo em segredo. Chamaremos essa pessoa de "Misteriosa". Os passos que apresentamos aqui são baseados em uma atividade desenvolvida por Brian Matthews⁵. Ela pode ser mais interessante se for realizada com 4 ou mais pessoas ou em grupos de alunos.

Para esta atividade você precisará (veja o exemplo na figura acima):

- 6 caixas contendo diferentes objetos (algodão, pedras, grão de feijão, café, etc,) . Os participantes não poderão saber previamente quais são os objetos;
- planilha contendo uma tabela escrita: caixa 1, caixa 2, até a caixa 6 e com espaço para o grupo escrever as características e qual o objeto (Figura 10, na página 42);
- lápis ou caneta;
- um temporizador.

O passo a passo está
na próxima página!

⁵: Mystery Boxes Activity. Disponível em http://platon.ea.gr/sites/default/files/MysteryBoxes_Instruction_Booklet.pdf Acesso em 2021

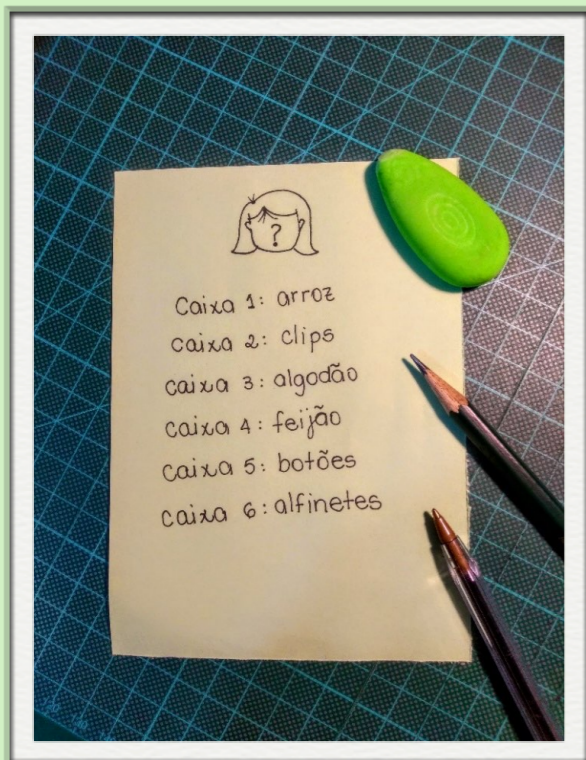


Figura 9: Passo 0 – Anotação do que contém cada caixa

Fonte: Autoras, 2021

Passo a passo:

Passo 0: a pessoa Misteriosa monta as caixas previamente, sem que nenhum outro participante veja. Esta montagem consiste em colocar o objeto dentro da caixa, lacrar e numerar a caixa. É conveniente que o misterioso anote em segredo o que cada caixa contém.

Passo 1: Cada participante (ou grupo) recebe uma Caixa Misteriosa e uma planilha. Eles têm de 2 a 3 minutos com cada caixa para decidir o que pode estar dentro da caixa sem abri-la. Esse tempo será cronometrado no temporizador. O grupo fará anotações em sua planilha, justificando sua decisão, apresentando a melhor ideia com base em suas observações do que há na caixa.

Passo 2: Quando os 2-3 minutos acabarem, os grupos trocam de caixa e repetem o passo 1 até terem investigado as 6 caixas. Após isso, será realizada uma conferência. Cada participante (ou grupo) terá 5 minutos para expor suas ideias sobre cada caixa. No final, o grupo todo tem que decidir o que há em cada caixa. Lembre que tudo isso sem abrir as caixas ou olhar o que existe dentro de cada uma delas.

Esta atividade funciona como o Método Científico.

Na comunidade científica um grupo expõe suas ideias e, por meio de debates, procura entrar em um consenso.



Figura 10: Simulação das sugestões de 4 participantes (ou 4 grupos)
Fonte: Autoras, 2021

Como afirmou, Dr. Bruce Railsback, da Universidade da Geórgia (MATTHEWS, Brian):

*A maioria dos cientistas vai admitir que, embora busquem a verdade, eles não sabem ou geram a verdade. Eles propõem e testam teorias, sabendo que evidências futuras podem causar refinamento, revisão, ou mesmo rejeição das teorias de hoje... No entanto, podemos chegar à melhor conclusão possível com base nas evidências mais completas e modernas disponíveis.
(tradução livre)*



Figura 11: Foguete V2
Fonte: Julio, Rennan A., 2021.

A ideia é mostrar que na maioria das vezes, na ciência, não é possível abrir a caixa para ver o que há no interior.



Jogo Petteia

Este jogo, que apareceu na história do Eratóstenes (pág. 11), é um desafio jogado na antiguidade pelos gregos. Como esse jogo aparece em algumas obras de arte e é mencionado por alguns filósofos como Platão e Aristóteles deu-nos a impressão de ser popular na época de Eratóstenes.

Mesmo que não existam provas conclusivas de que Eratóstenes jogou Petteia, é interessante observarmos um jogo de estratégia em que o fator sorte não existe.

O objetivo do jogo é capturar todas as peças do adversário ou deixá-lo sem jogadas possíveis.

Veja bem! Recuperar completamente todas as regras de um jogo de tabuleiro a partir livros e artefatos da Antiguidade não é uma tarefa fácil, então, apresentaremos aqui uma dedução das regras proposto por Wally J. Kowalski⁶ e com materiais adaptados.

Em nossa proposta, você precisará:

- ☑ Construir um tabuleiro (pode ser em papel mesmo!) com oito linhas e oito colunas, como na figura;
- ☑ De dezesseis (16) tampas de garrafas PET (8 de cada cor). Você pode substituir as tampas por botões ou outro material disponível.

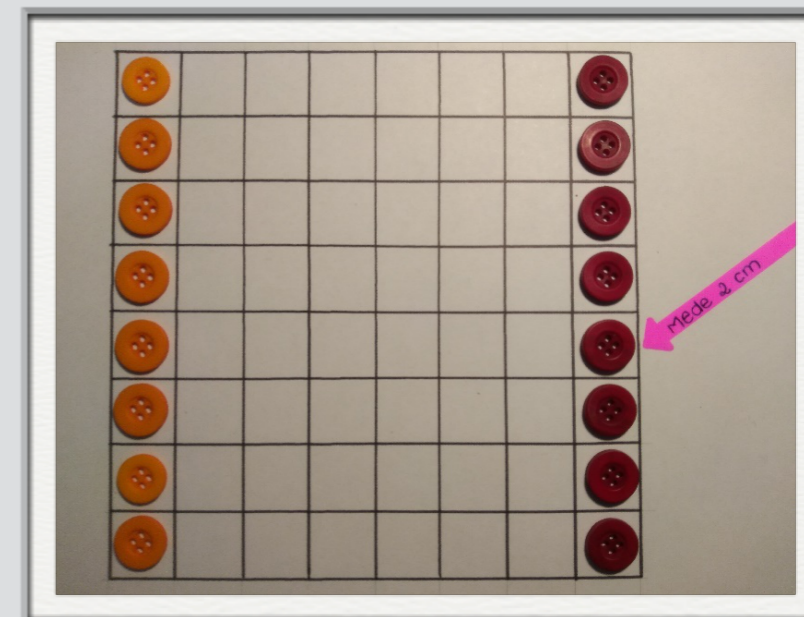


Figura 12: Tabuleiro do jogo Petteia
Fonte: Autoras, 2021.

Lembre-se!

O objetivo do jogo é capturar todas as peças do adversário, ou deixá-lo sem jogadas possíveis.

Cada jogador receberá oito peças de uma mesma cor dispostas na sua respectiva primeira coluna (ver figura 12).

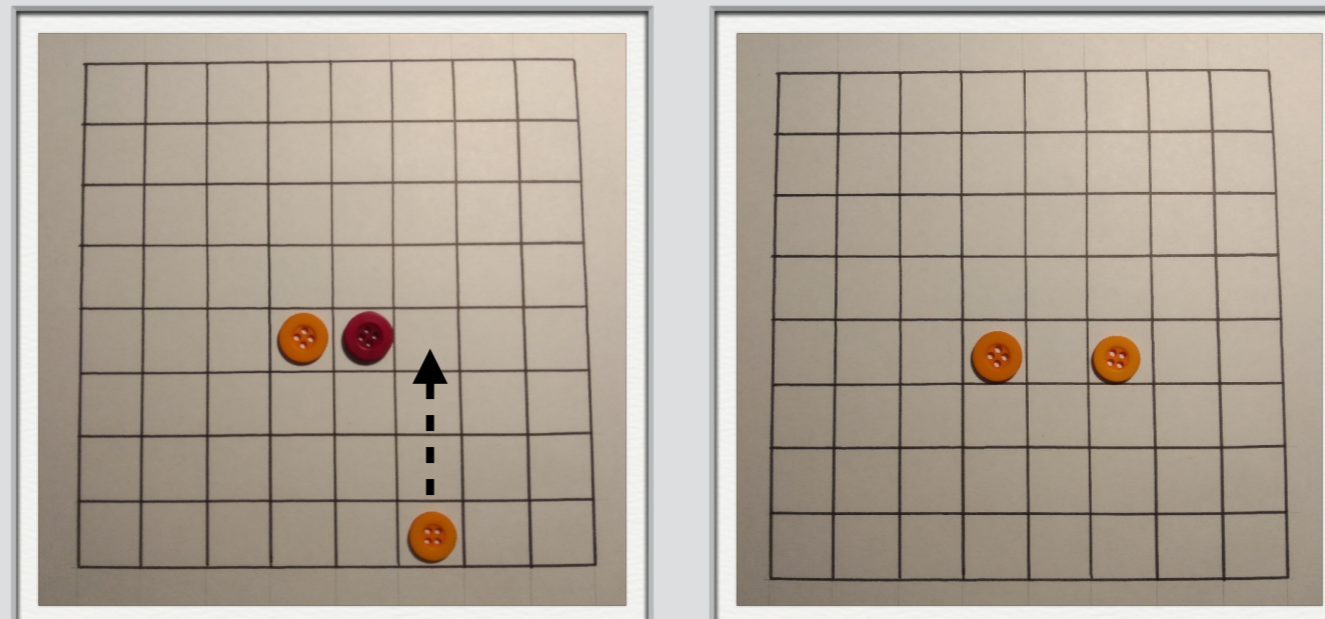
⁶: SANTOS, C.P.; NETO, J.P.; SILVA, J.N. 10 Livros, 10 Regiões, 10 Jogos para aprender e divertir-se. Disponível em jnsilva.ludicum.org/hm2008_9/1grecia.pdf

Em cada jogada, as peças deslocam-se na vertical ou na horizontal e nunca na diagonal, movendo-se por casas vazias, quantas desejar.

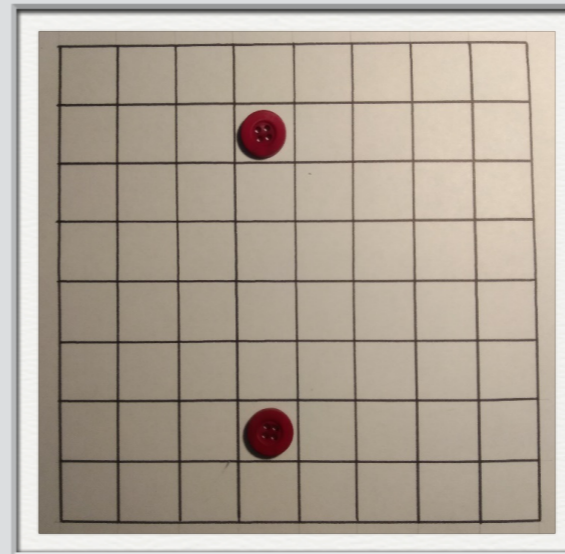
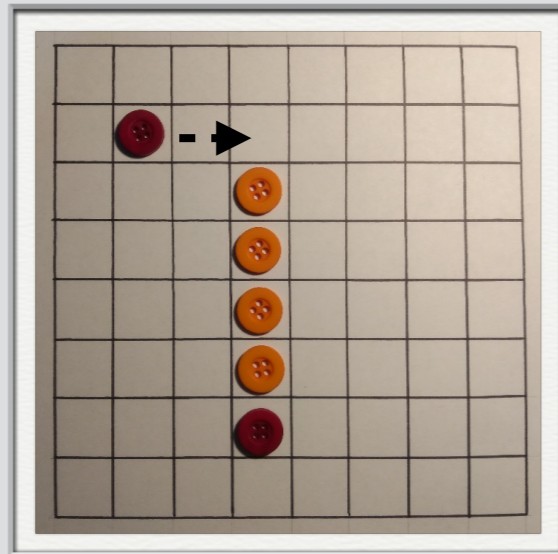
Não é permitido saltar ou parar numa casa ocupada por outra peça.

Uma peça é capturada se, após a jogada do outro jogador, esta peça estiver posicionada entre duas peças do adversário tanto na direção vertical quanto na horizontal.

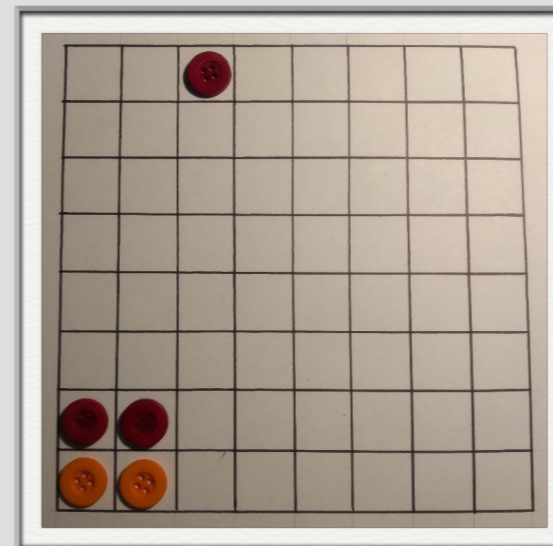
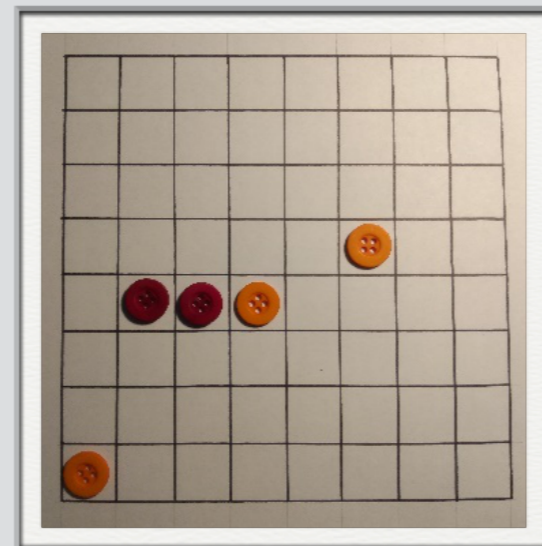
Podem ser capturadas quantas peças do adversário que tenham ficado “presas”, incluindo uma linha inteira. Na figura abaixo, podemos ver a captura de uma peça:



Figuras 13 e 14: Captura de peça do adversário
Fonte: Autoras, 2021.



Figuras 15 e 16: Captura de peças (toda a linha) do adversário
Fonte: Autoras, 2021.



Figuras 17 e 18: Possíveis finais de partida onde não há vencedor
Fonte: Autoras, 2021.

Assim um possível final de partida é:

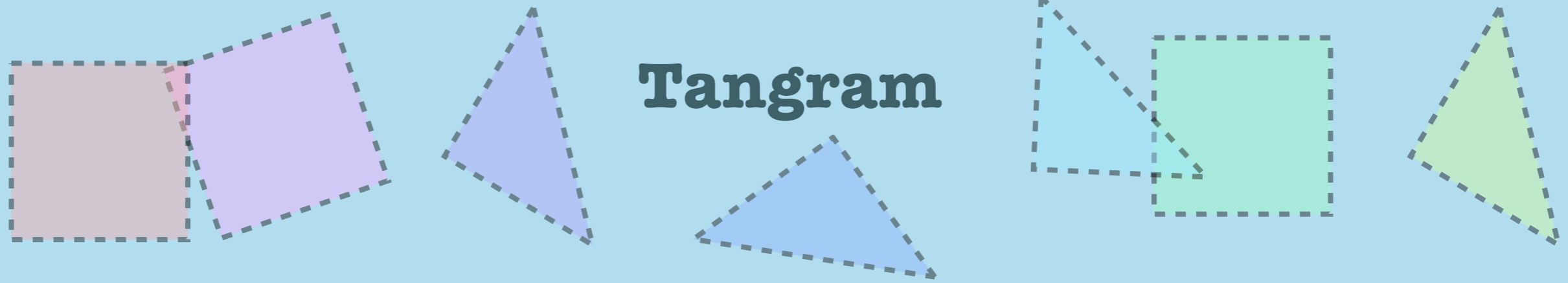
Este jogo nem sempre possui um ganhador.

Existem situações de empate em que ambos são impossibilitados de concluir a partida, porque ninguém consegue mais capturas ou bloquear o adversário.

Você pode assistir a uma partida de Peteteia no vídeo do Canal Валентин Челноков⁷.

Agora que você conhece as regras. Que tal chamar os seus amigos ou familiares e jogar uma partida?

⁷: Canal Валентин Челноков: https://youtu.be/cGxX4OTLK_k



Na primeira parte do livro, durante a história de Eratóstenes, você leu sobre a decomposição de figuras. Essa decomposição pode ser explorada por meio do Tangram.

Como surgiu o tangram?

Existe uma lenda muito, muito antiga (assim como todas as lendas...) e, sendo tão antiga, já existem várias versões dela. A versão que conhecemos nos diz que num antigo reino chinês existia um mestre muito idoso. Esse mestre tinha um discípulo e, juntos, eles compartilhavam curiosidades sobre o mundo, seus fenômenos, suas paisagens, enfim, sobre tudo o que existia. Certo dia o discípulo decidiu viajar mundo afora para ver com seus próprios olhos tudo o que havia no mundo. Assim que soube da viagem o mestre o chamou e o presenteou com um espelho quadrado falando assim:

- Vá, registre neste espelho e o traga de volta para que eu possa ver as maravilhas do mundo.
- Mas como farei isso? perguntou o discípulo.

Nesse momento, num descuido, o espelho caiu de suas mãos e foi ao chão se quebrando em sete pedaços.

Disse então o seu mestre:

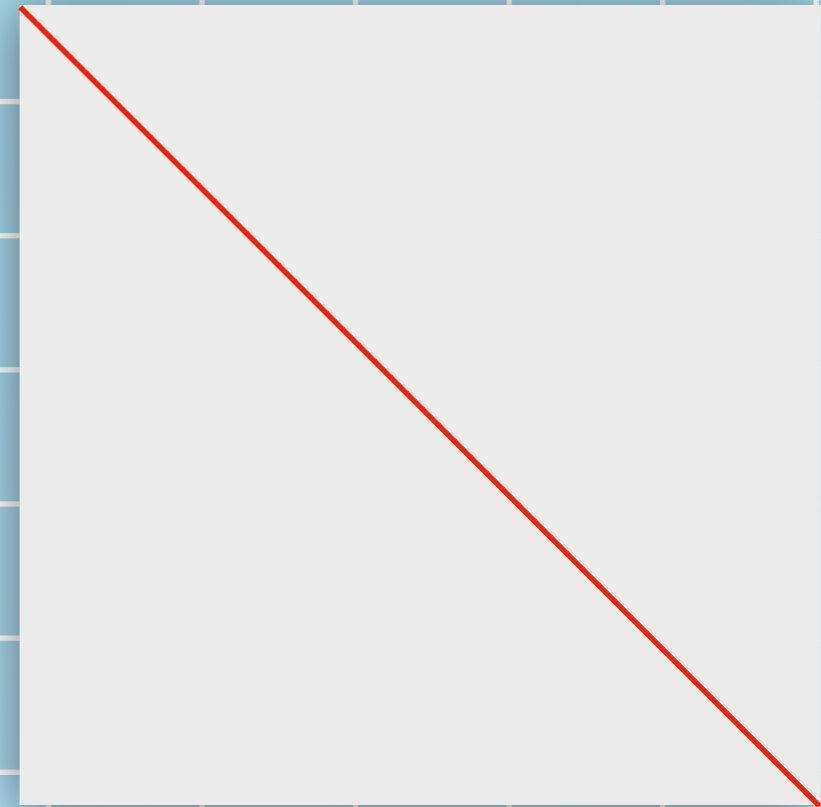
- Vá e no seu retorno monte com essas sete figuras tudo o que você viu pelo mundo”.

Essa é uma das lendas que sei sobre o Tangram, mas existem muitas outras.

Vamos fabricá-lo? Siga o passo a passo a seguir:

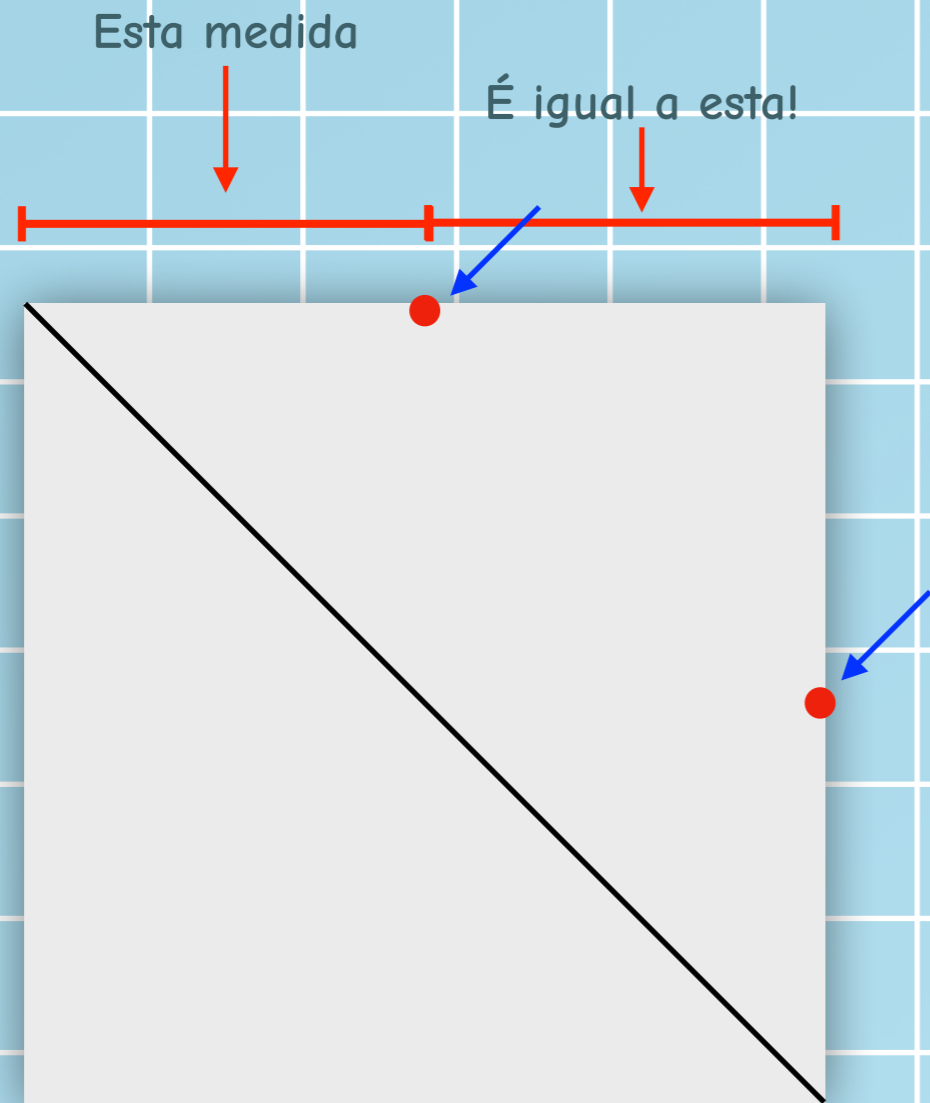


Passo 1: corte um quadrado de 20 x 20 cm.

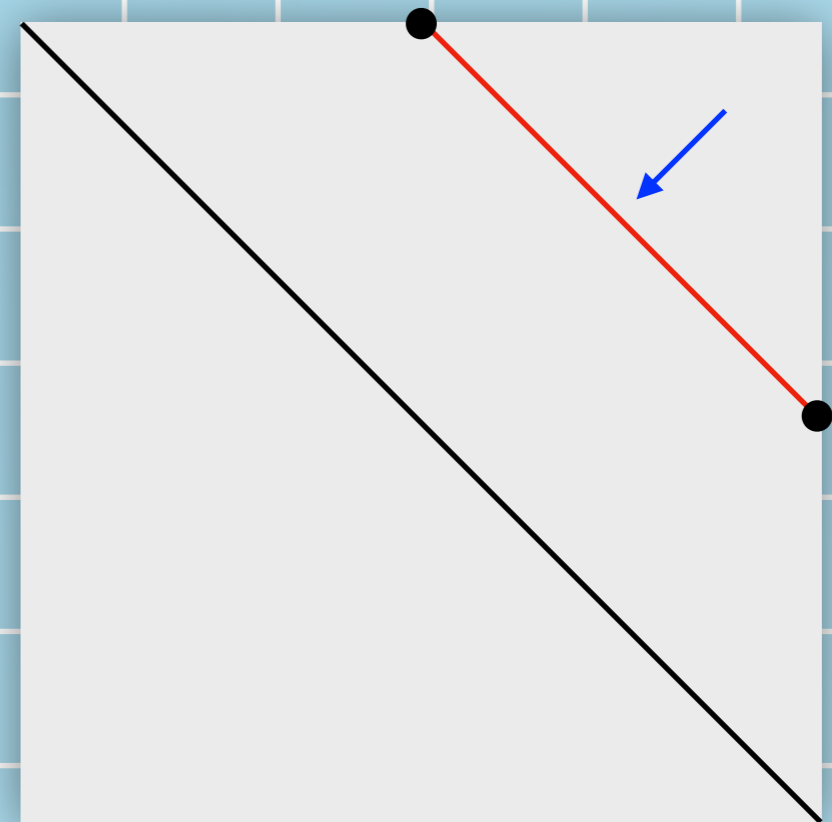


Passo 2: com a ajuda de uma régua trace uma diagonal no quadrado.

Figura 19: Passos 1 e 2 da construção do Tangram
Fonte: Autoras, 2021.

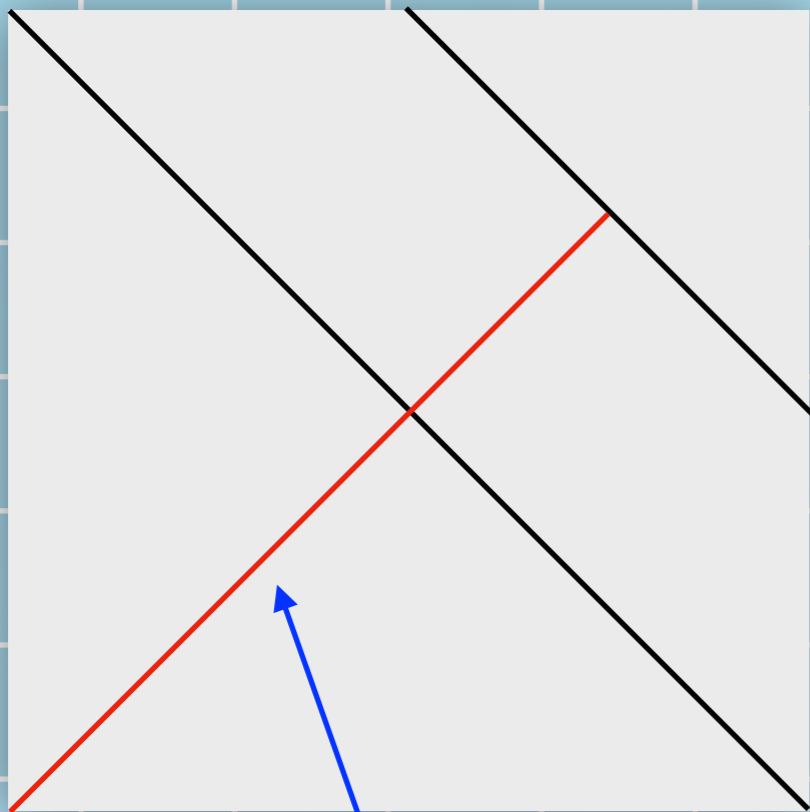


Passo 3: faça uma marca nos pontos médios⁸ do quadrado.

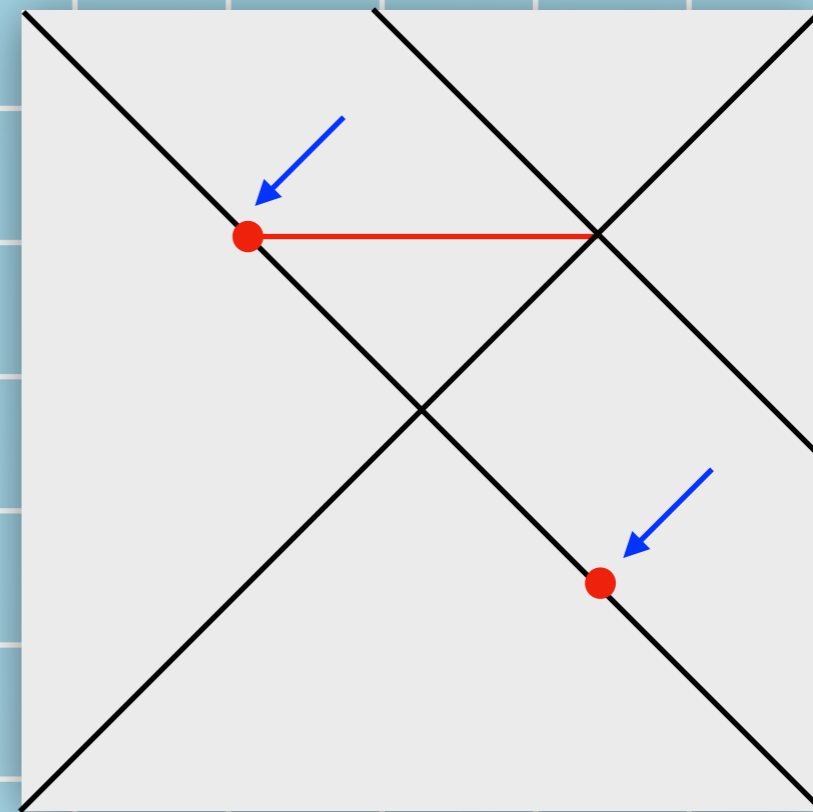


Passo 4: com a ajuda de uma régua e lápis una esses pontos.

Figura 20: Passos 3 e 4 da construção do Tangram
Fonte: Autoras, 2021.

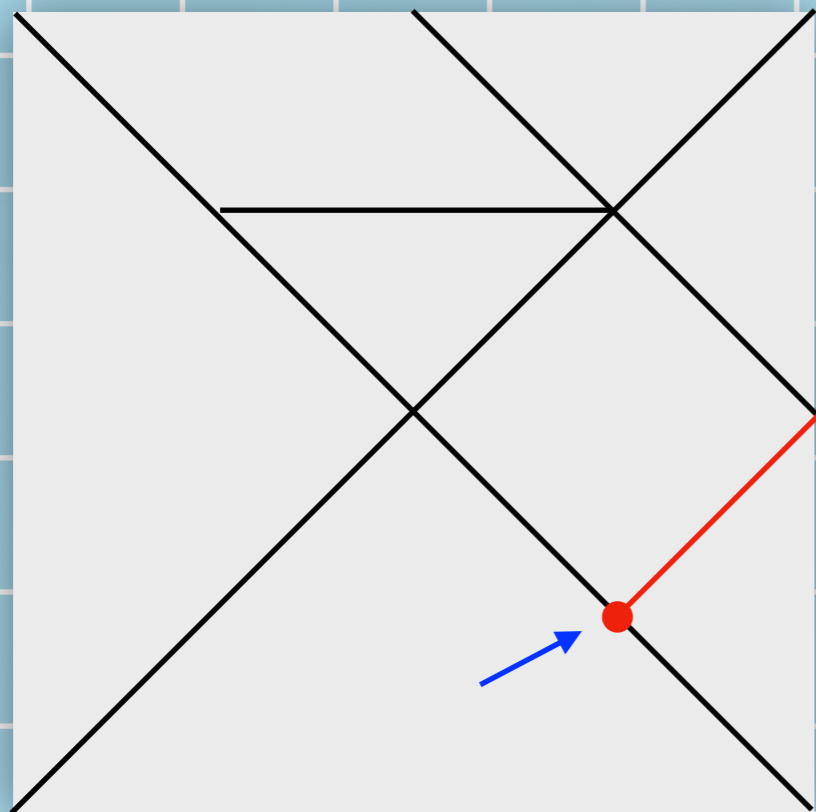


Passo 5: trace uma parte da outra diagonal, que está riscada em vermelho.

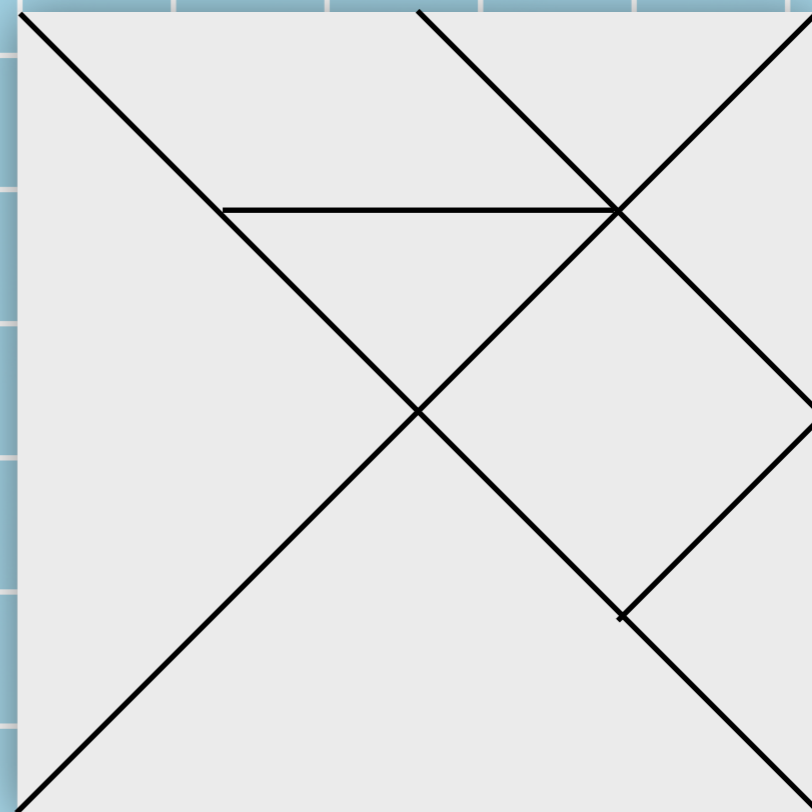


Passo 6: Marque um ponto médio na parte superior da diagonal (está em vermelho na figura). Faça o mesmo na parte inferior como mostra a figura. No ponto da parte superior, trace uma reta horizontal (está em vermelho na figura).

Figura 21: Passos 5 e 6 da construção do Tangram
Fonte: Autoras, 2021.



Passo 7: do segundo ponto marcado, trace uma reta paralela à segunda diagonal.



Passo 8: com uma tesoura, recorte nas linhas riscadas. Solte sua criatividade e monte figuras!

Figura 22: Passos 7 e 8 da construção do Tangram
Fonte: Autoras, 2021.

Bom, agora que o seu Tangram já está recortado, o desafio é formar figuras com as sete peças ao mesmo tempo, não pode ficar nenhuma peça de fora! Veja os exemplos que montamos (barco, casa, gato, pessoa, foguete).

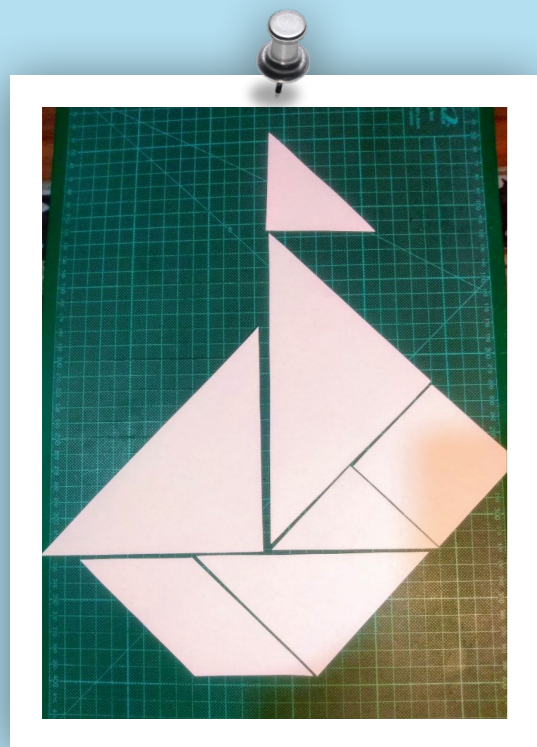


Figura 23: Barco Tangram
Fonte: Autoras, 2021.

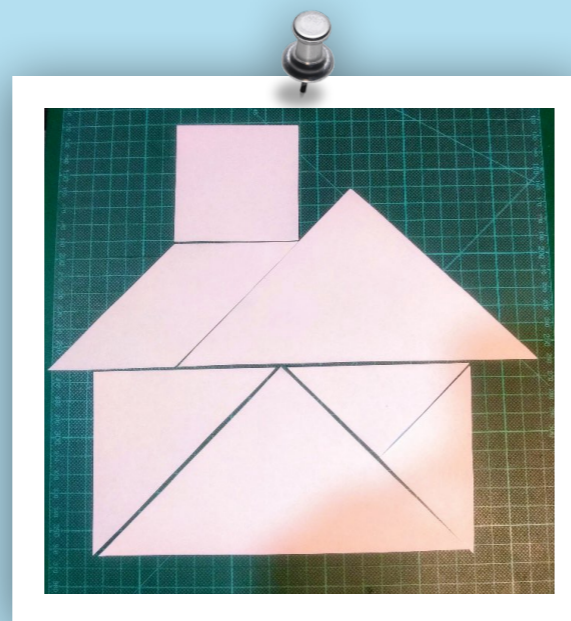


Figura 24: Casa Tangram
Fonte: Autoras, 2021.

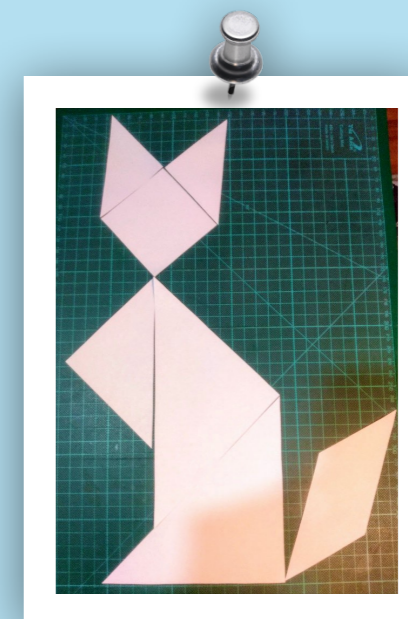


Figura 25: Gato Tangram
Fonte: Autoras, 2021.

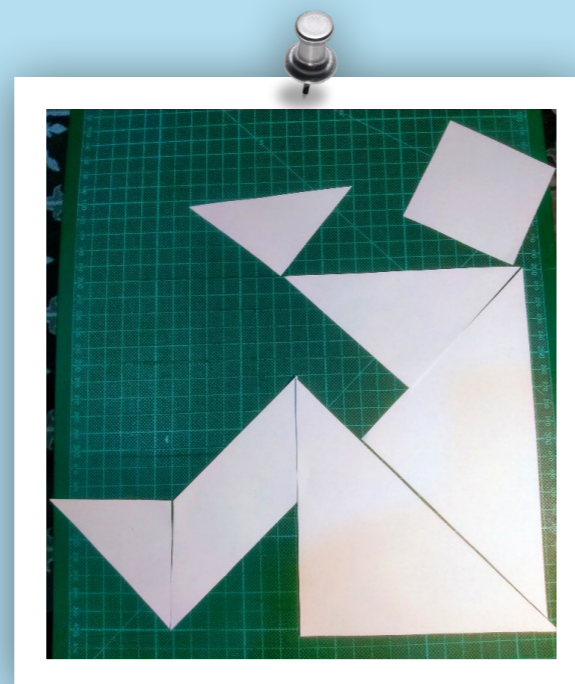


Figura 26: Pessoa sentada Tangram
Fonte: Autoras, 2021.

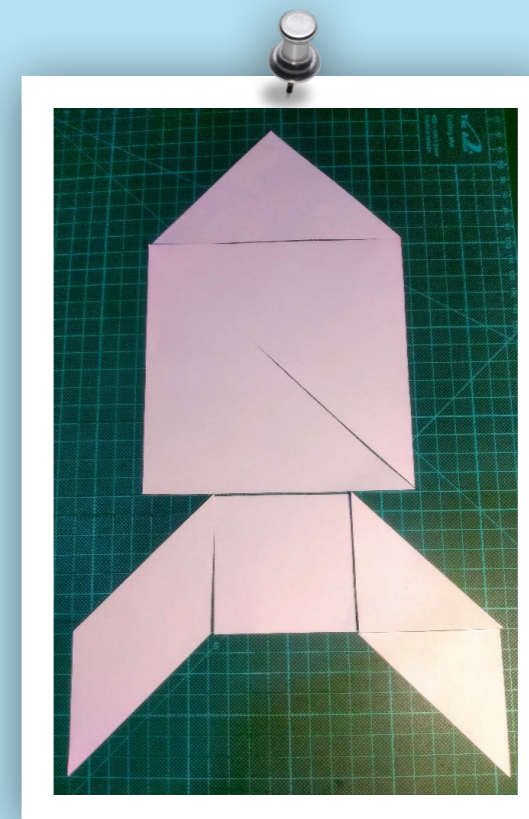


Figura 27: Foguete Tangram
Fonte: Autoras, 2021.

Como construir um compasso caseiro

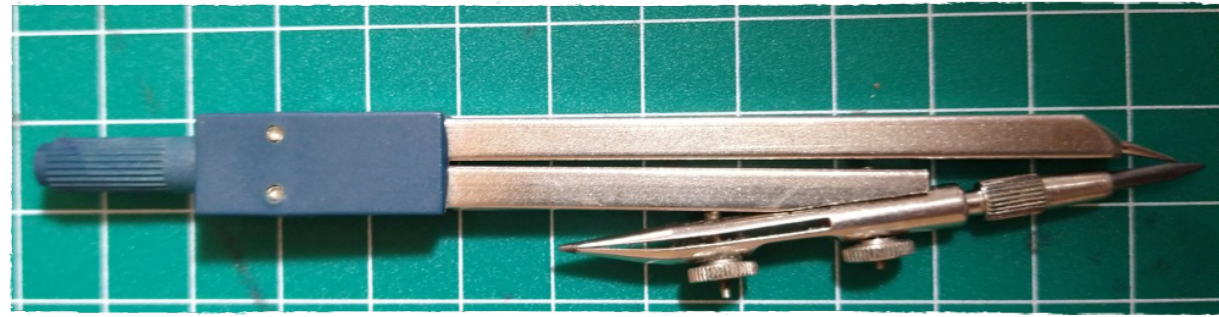


Figura 28: Compasso fechado
Fonte: Autoras, 2021.

O **compasso** é um instrumento utilizado para fazer desenhos de circunferências ou de arcos de circunferências.

Normalmente é vendido em papelarias. Com algumas diferenças de acordo com cada fabricante, ele é semelhante ao das figuras 28 e 29.



Figura 29: Compasso aberto
Fonte: Autoras, 2021.

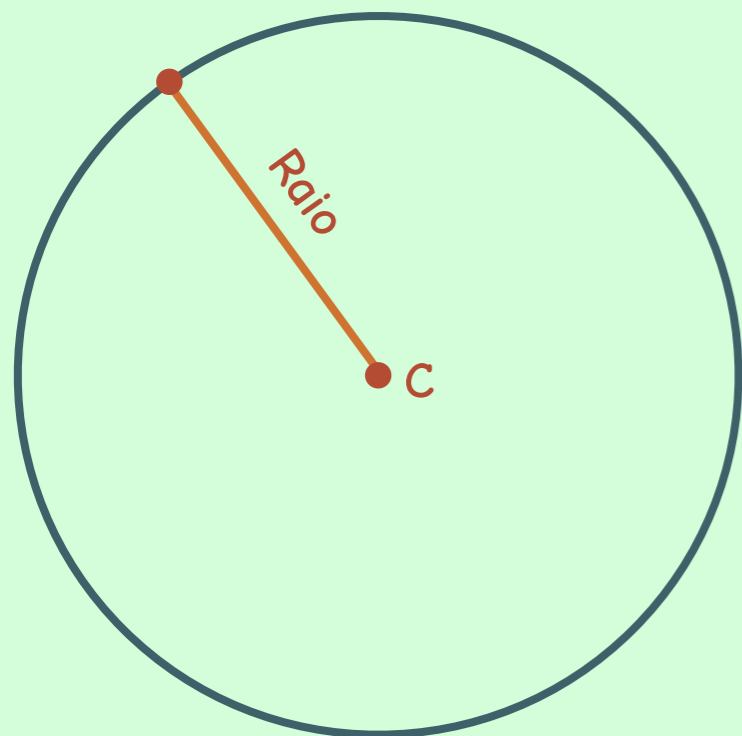


Figura 30: Circunferência
Fonte: Autoras, 2021.

Assim que, para construirmos uma circunferência utilizamos um compasso.

Quando não temos esse instrumento, podemos utilizar vários artifícios para construirmos uma circunferência. Aqui vamos mostrar como, por exemplo, podemos fazer um compasso com caixa de leite (ou papelão).

Lembre-se que uma circunferência possui um centro (C) e um raio.

Para construir o compasso caseiro você precisará dos seguintes materiais:

- pedaço de papelão ou caixinha de leite aberta;
- 1 tesoura;
- 1 régua;
- 2 canetas esferográficas;
- um objeto para perfurar o papelão (sugere-se uma das canetas).



Figura 31: Material para construir o compasso caseiro
Fonte: Autoras, 2021.

Passo a passo para a construção de seu compasso caseiro:

Passo 1: abra, lave a caixa de leite e deixe secar bem! Depois que estiver seca, construa, usando a caixa, um retângulo de 3 cm por 16 cm como mostrado na figura 32 e recorte-o com o auxílio da tesoura.

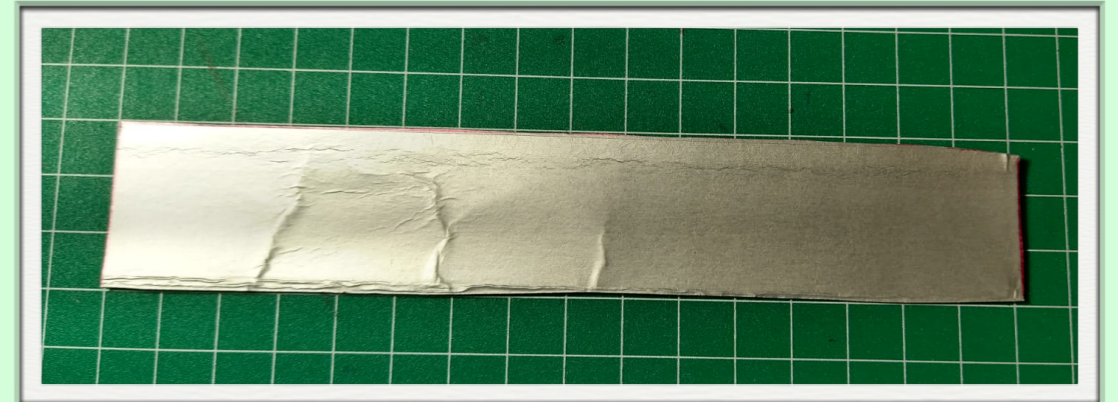


Figura 32: Passo 1 da construção do compasso caseiro
Fonte: Autoras, 2021.

Passo 2: marque uma reta no centro desse retângulo (pode ser “mais ou menos” no centro) como mostra a Figura 33.



Figura 33: Passo 2 da construção do compasso caseiro
Fonte: Autoras, 2021.

Passo 3: Com o auxílio da régua marque segmentos consecutivos de 1 cm sobre a reta construída no passo 2. Faça furos utilizando a ponta da caneta esferográfica ou outro material pontudo.

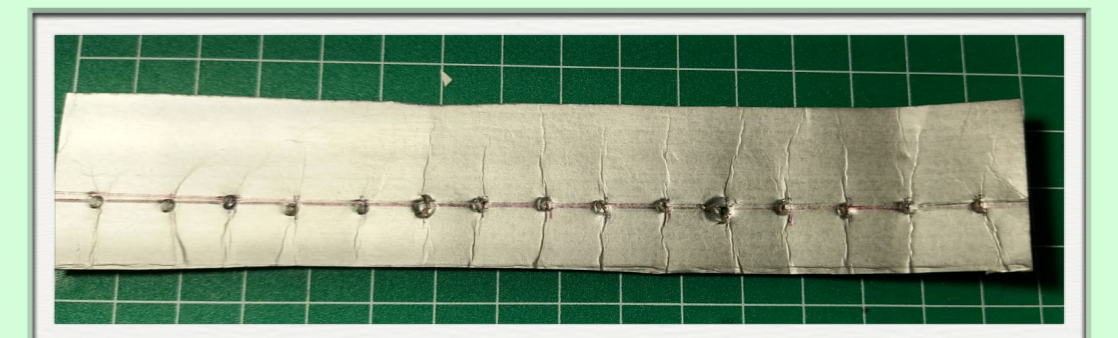


Figura 34: Passo 3 da construção do compasso caseiro
Fonte: Autoras, 2021.

Seu compasso está pronto para o uso! Você precisa segurar o papelão sobre uma folha onde será traçada a circunferência e colocar a caneta no primeiro furo (este será o centro) de acordo com o tamanho do raio da circunferência coloque a outra caneta e deslize o papelão. Assim você obtém uma circunferência.

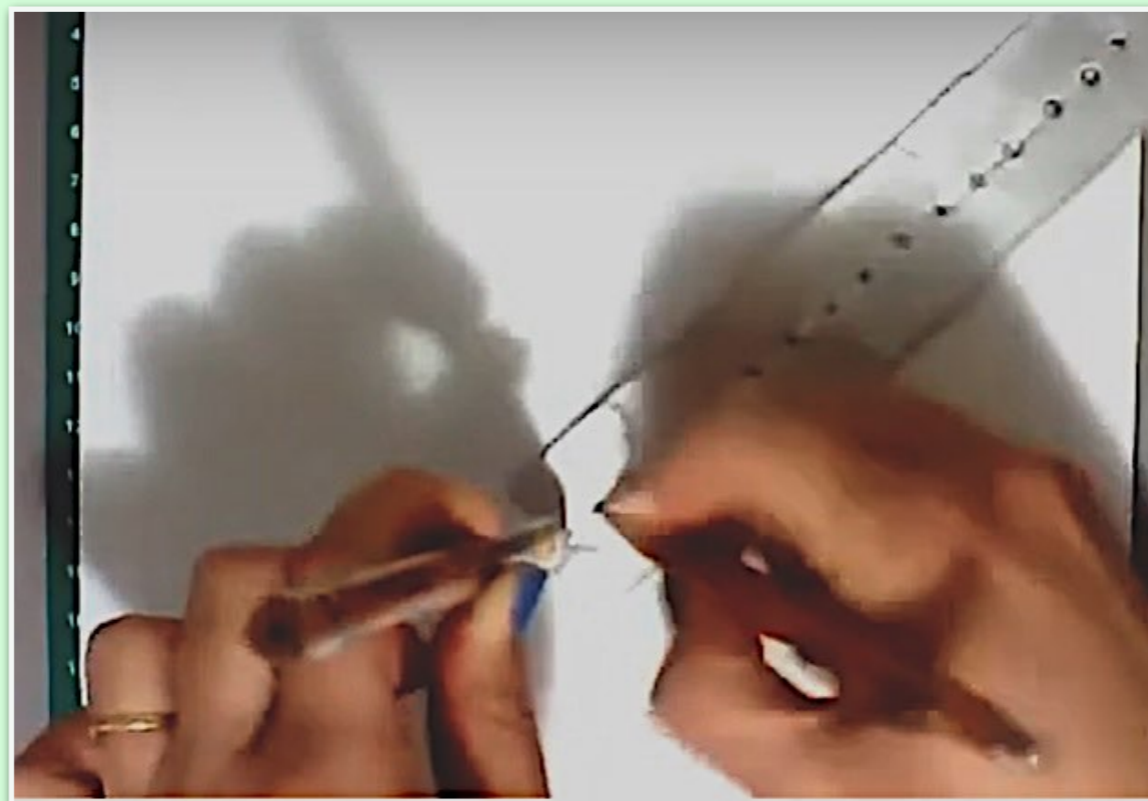


Figura 35: Uso do compasso caseiro
Fonte: Autoras, 2021.

Determinação do meio dia solar

Você sabia que o horário do meio-dia solar nem sempre coincide com o meio-dia do relógio?

O meio-dia solar é o momento que objetos perpendiculares ao solo produzem a menor sombra do dia. No Brasil, por exemplo, ele ocorre entre 11:00 e 13:00, dependendo de onde está localizada a sua cidade.

Para determinar o horário do meio-dia solar em sua cidade você precisará de:

- pedaço de papelão ou 1 pedaço de madeira (com dimensões maiores que 30 cm x 30 cm);
- 1 palito de churrasco;
- 1 rolo de fita adesiva grossa ou uma barra de sabão;
- 1 régua;
- 1 relógio;
- 1 lápis e papel para anotações;
- 1 lindo dia de sol 🌞❤️

Vamos montar o equipamento?

☀️ Coloque a madeira (ou o papelão) no chão.

☀️ Na Figura 36 podemos observar os dois instrumentos construídos para a determinação do meio-dia solar.

☀️ Coloque o sabão (ou a fita adesiva grossa) no seu pedaço de madeira e espete ou prenda o palito de churrasco.



☀️ Num dia de sol posicione seu equipamento na rua

☀️ No intervalo das 11:30 às 13:00 mediremos, a cada 5 minutos a sombra que o palito de churrasco projeta na base de madeira. Anote o horário e a medida.

☀️ O horário que tiver a menor medida será **o seu meio dia solar!**

O vídeo com a explicação e de como posicionar os objetos estão em nosso canal Tributo a Geometria, Instrumento para medição da sombra solar⁹.

Figura 36: Determinando o meio dia solar
Fonte: Autoras, 2021.

⁹ <https://www.youtube.com/watch?v=OfDN7ZEYOH0>

O legal é fazer este experimento pelo menos quatro vezes ao ano para perceber que a sombra vai variando de tamanho em cada época do ano.

Vários locais do mundo apresentam sombra zero, isto é, os objetos que formam um ângulo de 90 graus com o solo não produzem sombra no meio-dia solar em algumas épocas do ano. Se você está localizado entre os trópicos de câncer e de capricórnio em algum dia do ano você terá sombra zero. Tente descobrir!

Além do experimento, existe um aplicativo chamado Zero Shadow Day (ZSD), em português Dia com Sol a Pino.

Ele é um aplicativo gratuito que foi elaborado por Alok Mandavgane para ajudar na divulgação pública e educação da Sociedade Astronômica da Índia. O aplicativo foi traduzido para o português por José Roberto Vasconcelos Costa do site Astronomia no Zênite¹⁰ e para o espanhol por Alvaro Jose Cano Mejia da Colombia.

Lá você pode encontrar informações sobre o meio-dia local no mundo inteiro e também busca locais de sombra zero. Ah e tem uma animação muito interessante sobre os locais de sombra zero de acordo com a época do ano.

Vamos explorar esse site?



Figura 37: Dias com sol a pino
Fonte: Zênite, 2021.

¹⁰: Zênite: www.zenite.nu

Conectando sombras

Nos dias atuais podemos utilizar vídeo chamadas ou plataformas de reuniões para “conectarmos sombras” de diferentes locais do mundo. É possível combinar encontros online com pessoas do mundo inteiro para cada uma mostrar como está a sombra de objetos do mesmo tamanho em um mesmo horário. Foi o que o grupo de estudiosos fez no evento : “Eratóstenes na vida” no dia 21 de dezembro de 2020 (solstício de verão no hemisfério sul e solstício de inverno no hemisfério norte).

A equipe foi formada por pessoas que fazem parte de escolas, universidades e observatórios que merecem ser destacadas: Universidade Federal de Pelotas (UFPel) – EMEF Jeremias Fróes – EMEF Bibiano de Almeida – CENOM (RJ) – Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Universidade do Vale da Paraíba - Projeto Céu Profundo/Instituto de Aeronáutica e Espaço – UFFS - Campus Erechim – Universidade Eduardo Mondlane (UEM) – Centro de Aprendizagem e Formação Escolar em Timor-Leste.

Basicamente, o instrumento utilizado para determinação do meio-dia solar foi posicionado pelos participantes em cidades no Brasil - Natal, Rio de Janeiro, São José dos Campos, Maringá, Erechim, Pelotas - e também na cidade de Lautém em Timor-Leste e Maputo em Moçambique.

No meio-dia solar de cada lugar do Brasil foi mostrado, ao vivo, o tamanho das sombras e feita a comparação dos tamanhos delas em vários locais. Quem estava assistindo pôde verificar que as sombras são de tamanhos diferentes.

Se já existisse internet na época de Eratóstenes ninguém precisaria ter viajado 800 km para verificar que em Siena não havia sombra do bastão!

Os participantes das cidades de Lautém e Maputo gravaram um vídeo mostrando como foi a sua sombra. Não deu para ser ao vivo em função da grande diferença de horário. Esse encontro pode ser assistido no vídeo Eratóstenes na vida¹¹.

Com certeza aprendemos muitas coisas neste encontro!



Figura 38: Imagem de Wandeclyt Martins de Melo em São José dos Campos no meio dia solar.
Fonte: Tributo a Geometria, 2020.

O que você acha de convidar alguns amigos e amigas virtuais e explorar como estão as sombras no local onde eles moram?

¹¹: Eratóstenes na vida: <https://youtu.be/M3GkUEKSNR8>

Ângulo solar e o Projeto Eratóstenes

Por meio da observação da medida de um bastão e da sombra que ele produz em um dia de sol, quando o objeto está perpendicular ao solo, podemos determinar a medida do ângulo que os raios solares formam com o ele.

O ângulo que os raios solares formam com o bastão será chamado de **ângulo solar**.



Figura 39: Medição da sombra de um rolo de papel toalha
Fonte: Autoras, 2021.

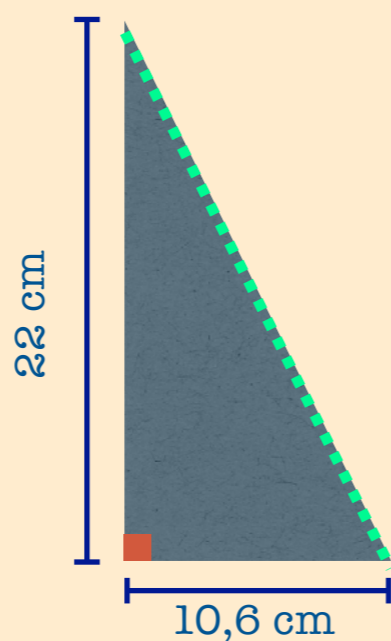


Figura 40: Triângulo retângulo formado pelo rolo de papel e a sombra projetada.
Fonte: Autoras, 2021.

O ângulo que os raios solares formam com o bastão será chamado de ângulo solar.

Na Figura 39 temos um rolo de papel toalha com 22 cm de altura e a sombra de medida 10,6 cm. Se imaginarmos um segmento unindo o topo do rolo à ponta da sombra, formaremos um triângulo retângulo (ver Figura 40).

Felizmente, no triângulo retângulo sabemos as relações entre a medida de lados e a medida de ângulo que chamamos de Relações Trigonométricas do triângulo retângulo.

Para esse caso da determinação do ângulo solar utilizaremos a tangente que pode ser obtida com a ajuda de uma calculadora.

$$\tan \alpha = \frac{10,6}{22} \approx 0,48181818$$

Também utilizaremos a calculadora para nos informamos qual ângulo entre 0° e 90° possui tangente de, aproximadamente **0,48181818**

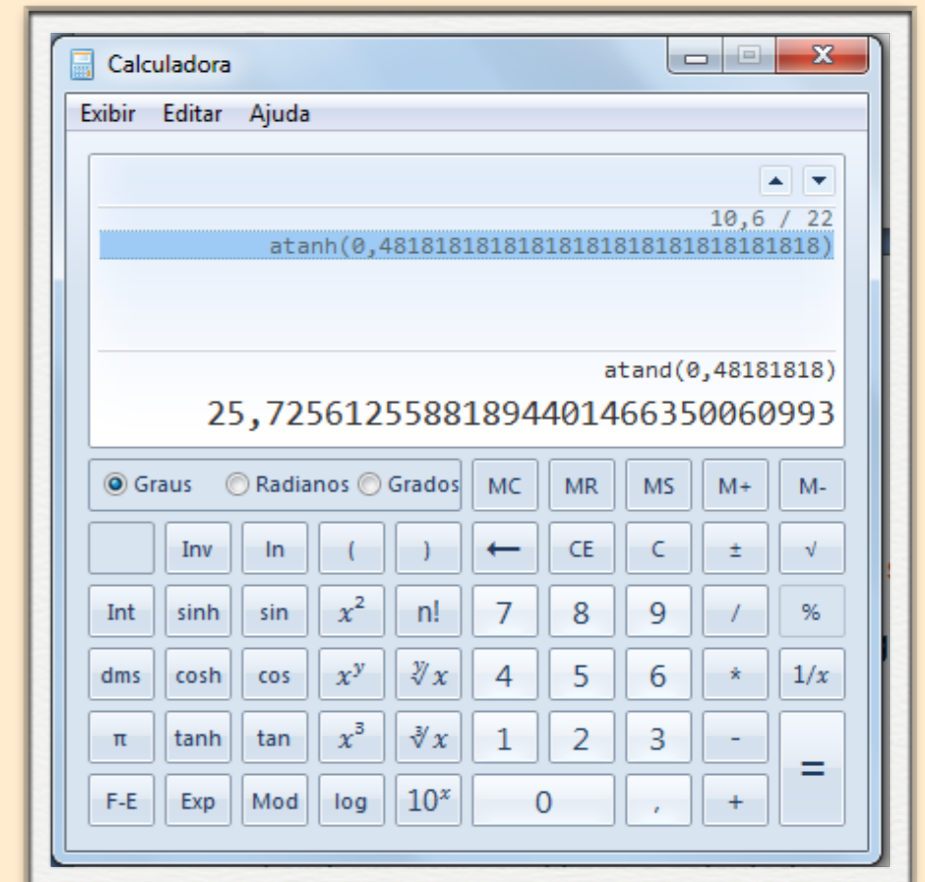


Figura 41: Calculo de ângulo cuja tangente aproximadamente 0,48181818
Fonte: Autoras, 2021.

Note que o ângulo solar muda com o passar das horas e também com a mudança de estações do ano.

Que tal você medir como está o ângulo solar em sua cidade?

Também existe um projeto chamado *Eratos Project*¹² ue reúne pessoas do mundo inteiro para medir e divulgar o ângulo solar e a circunferência da terra. É uma medição colaborativa. Você pode se quiser visitar o site do projeto. Participe! É gratuito.

A professora Jeane de Fátima Branco do Rio de Janeiro trabalha há mais de dez anos com crianças na divulgação de ciências, participando do projeto Eratóstenes. Nesse projeto, todos os dias, pessoas no mundo todo medem a sombra de algum objeto e disponibilizam suas medições. Essas informações são divulgadas mensalmente em um jornal do projeto.

Abaixo apresentamos algumas imagens do jornal de junho de 2021 do Projeto Eratóstenes.

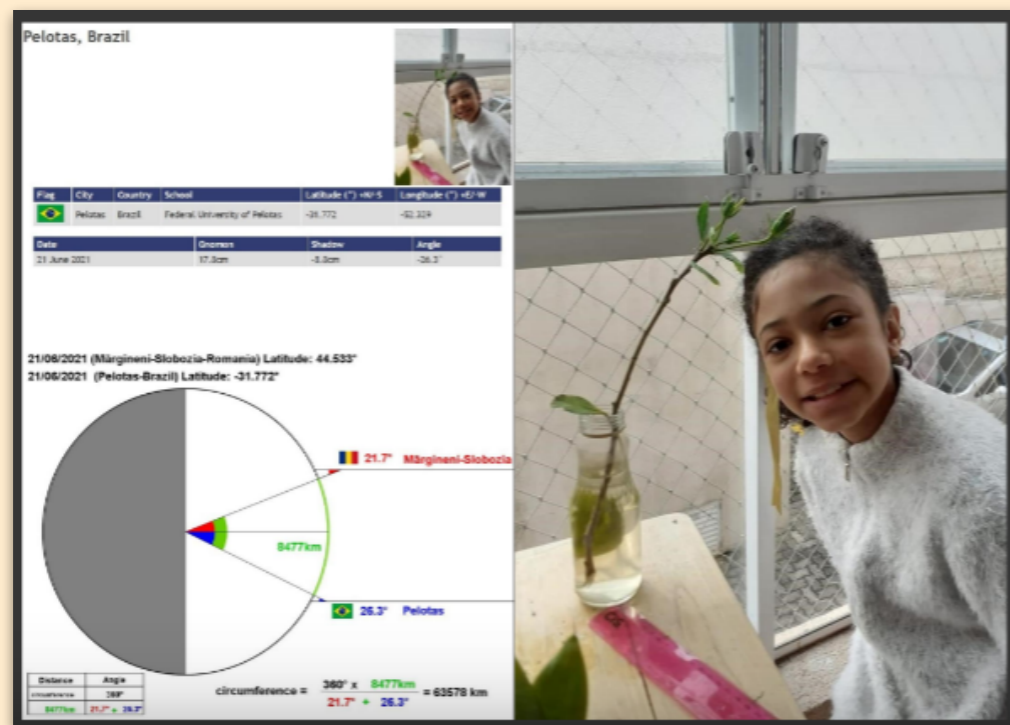


Figura 42: A estudante Anne Sauer Nunes, participante do Projeto, na cidade de Pelotas, no Brasil.
Fonte: Autoras, 2021.

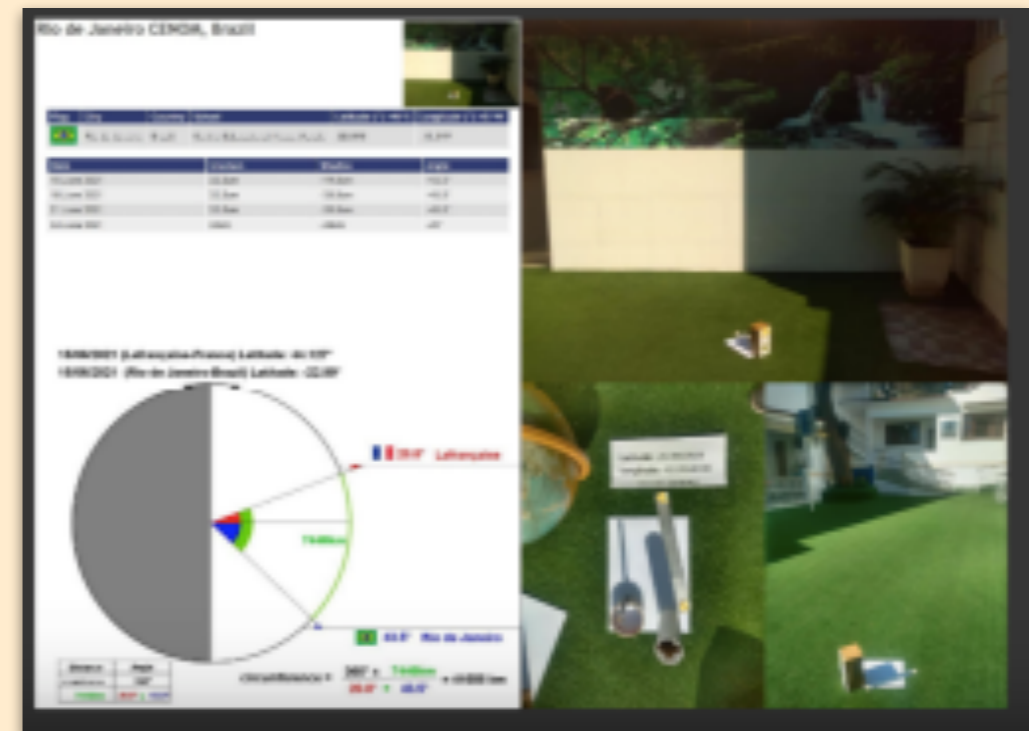


Figura 43: Imagens das medições e das sombras, no Rio de Janeiro, Brasil
Fonte: Autoras, 2021.

¹²: *Eratos Project* : <https://twinspace.etwinning.net/149004/pages/page/1294718>

Também existem medições feitas em outros locais do mundo:

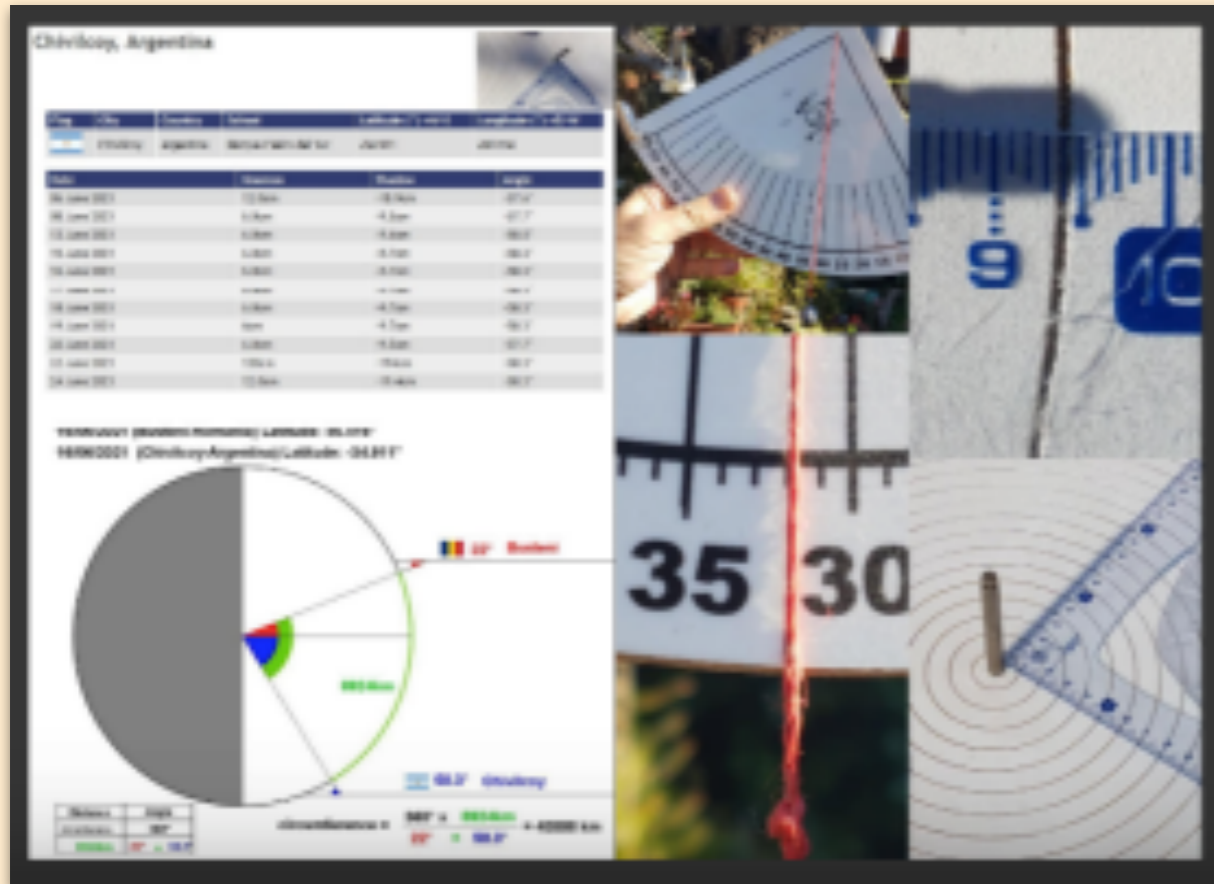


Figura 44: Imagens das medições e das sombras, na Argentina
Fonte: Autoras, 2021.

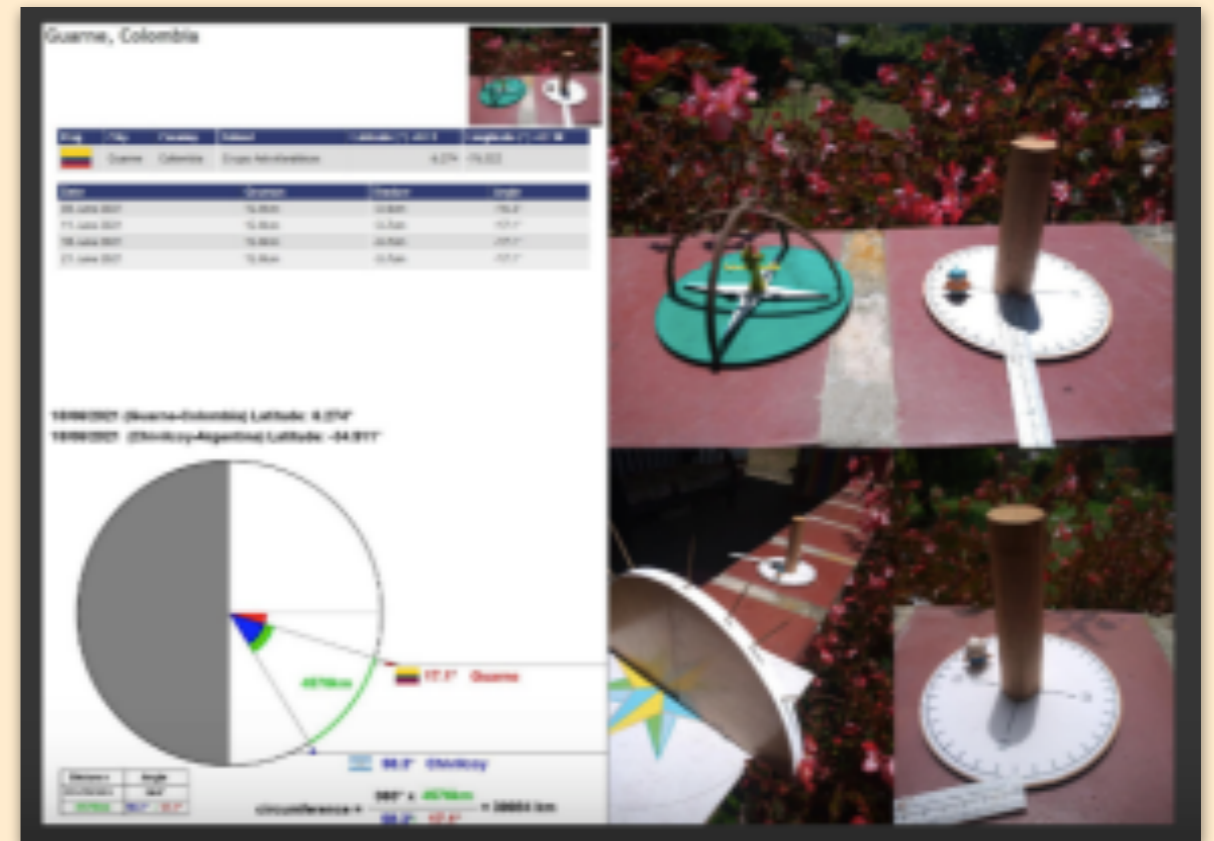


Figura 45: Imagens das medições e das sombras, na Colômbia
Fonte: Autoras, 2021.

Quem sabe você experimenta? O bom da ciência é experimentar!!!

Referências

Air & Space. Disponível em <https://www.airspacemag.com/space/the-first-photo-from-space-13721411/> Acessado em 05 jul.2021.

ALVES, Natália. Gestão Educacional. Disponível em <https://www.gestaoeducacional.com.br/figuras-tridimensionais-o-que-sao/> Acesso em 03 mar.2023.

Astronomia no Zênite. Disponível em <https://www.zenite.nu/> Acesso em 2021.

Валентин Челноков. Partida do jogo Petteia. Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=cGxX4OTLK_k Acesso em 2021.

COSTA, J. R. V. Eratóstenes e a circunferência da Terra. Astronomia no Zênite, jul 2000. Disponível em <https://www.zenite.nu/eratostenes-e-a-circunferencia-da-terra/> Acesso em 3 nov.2020.

DOLCE, O.; POMPEO, J.N. Fundamentos de Matemática Elementar 9: geometria plana. São Paulo: Atual, 1993.

JULIO, Rennan A. Revista Galileu: A relação entre os nazistas e a chegada dos humanos na Lua. Disponível em <https://revistagalileu.globo.com/Sociedade/noticia/2014/09/relacao-entre-os-nazistas-e-chegada-dos-humanos-na-lua.html> Acesso em 2021.

Ludosofia. Disponível em: <https://ludosofia.com.br/arqueologia/petteia-o-jogo-de-tabuleiro-que-aquiles-jogava-na-grecia-antiga/> Acesso em 2021.

MARSHALL, F. Conversas sobre arte- Arte na antiguidade: a busca pela perfeição. Disponível em <https://youtu.be/2z72wZv5-XU> Acesso (ao vivo) em 18 ago.2020

MATTHEWS, Brian. Mystery Boxes Activity. Disponível em http://platon.ea.gr/sites/default/files/MysteryBoxes_Instruction_Booklet.pdf Acesso em 2021.

NASA. Disponível em <https://www.nasa.gov/sites/default/files/thumbnails/image/as11-44-6552.jpeg> Acesso 23 mar.2023.

Platon. Disponível em: http://platon.ea.gr/sites/default/files/MysteryBoxes_Instruction_Booklet.pdf Acessado em 09 jun.2021.

PNG Tree. Lâmpadas. Disponível em <https://pt.pngtree.com/so/1%c3%a2mpadas> Acesso em 09 jun.2021.

PNG Tree. Pergaminho. Disponível em https://pt.pngtree.com/freepng/multiple-layers-of-old-textured-parchment-paper_5496791.html Acesso em 09 jun.2021.

PRÉAUX, Claire. El Mundo Helenístico. Grecia Y Oriente 323-146 a de C. GERSA, Industria Gráfica. Tambor del Bruc, 6 - Sant Joan Despi (Barcelona)

ROLLER, D. W. Eratosthenes' Geography. Princeton: Princeton University press.

SANTOS, C.P.; NETO, J.P.; SILVA, J.N. 10 Livros, 10 Regiões, 10 Jogos para aprender e divertir-se. Disponível em jnsilva.ludicum.org/hm2008_9/1grecia.pdf Acessado em 20 mai.2021.

Tributo a Geometria. Eratóstenes na vida. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=M3GkUEKSNR8> Acesso em 21 dez.2020.