

*Valéria Moreira*  
*Bruno Freitas*

**A MATEMÁTICA DOS  
INVESTIMENTOS  
FINANCEIROS  
NO ENSINO MÉDIO**



**A MATEMÁTICA DOS  
INVESTIMENTOS  
FINANCEIROS  
NO ENSINO MÉDIO**



*Valéria Moreira*  
*Bruno Freitas*



**A MATEMÁTICA DOS  
INVESTIMENTOS  
FINANCEIROS  
NO ENSINO MÉDIO**

1° edição  
2024



# SOBRE OS AUTORES



**Valéria Moreira**

Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (2001), mestrado em Educação pela Universidade Federal de Minas Gerais (2004), especialização em Matemática e Estatística pela Universidade Federal de Lavras (2010) e doutorado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul - SP (2014). Atualmente é professora de matemática do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, onde atua como professora no ensino médio integrado ao técnico, e na pós-graduação no curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat. Tem experiência na área de Matemática, Educação Matemática e Educação Financeira.

Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (2009) e mestrado em Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática – Profmat (2021). Atualmente é professor de Matemática e de Educação Financeira na Educação Básica em escolas privadas de Belo Horizonte – MG e atua na implantação de projetos de Educação Financeira no Ensino Médio. Tem experiência na gestão de projetos de pesquisa, organização de eventos, elaboração de itens e revisão de material didático.



**Bruno Freitas**

Atualmente é professor de Matemática e de Educação Financeira na Educação Básica em escolas privadas de Belo Horizonte – MG e atua na implantação de projetos de Educação Financeira no Ensino Médio. Tem experiência na gestão de projetos de pesquisa, organização de eventos, elaboração de itens e revisão de material didático.



# AGRADECIMENTOS

Às professoras Érica Pagani e Laís Nunes (GEPEFin - CEFETMG), pela revisão matemática dos textos e gabaritos. Ao Gabriel Mamede (Ciências Sociais - UFMG), por ilustrar o personagem nas figuras “Sugestão N<sup>o</sup> XX”. Às direções do Colégio ICJ e do Cefet-MG, em Belo Horizonte, onde ocorreram as aplicações experimentais deste produto, por autorizarem sua efetivação. Ao Luiz Henrique Oliveira (Letras - Cefet-MG) pela primeira revisão técnica. À Larissa Cândido, pela transcrição dos textos, do Word para Latex, no *template* da SBM. À SBM, pela prontidão em avaliar e publicar este material.



# PREFÁCIO

Uma estratégia para fugir dos exorbitantes juros cobrados em muitos financiamentos e/ou empréstimos é pagar sempre à vista. Mas sabemos o quanto isso pode ser uma realidade distante para muitos cidadãos em nosso país, especialmente aos jovens recém-concluintes da Educação Básica. Não é da noite para o dia que um desses jovens conseguiria comprar uma casa, um carro, pagar uma viagem e ou até mesmo lidar com um imprevisto financeiro em sua família! Trata-se de situações que exigem uma organização financeira para o acúmulo dos montantes necessários à aquisição desses itens, especialmente no tocante a rendas/salários aquém dos valores desses itens, e para a formação de uma reserva financeira para emergências.

Diante disso, esse público carece de estratégias que o auxiliem na decisão sobre a geração dos montantes supracitados. Tais estratégias podem ser aprendidas por meio de conhecimentos matemáticos próprios do Ensino Médio, evidenciando a Educação Financeira, tema transversal obrigatório pela BNCC a partir de 2020.

Mediante essa necessidade, apresentamos a você, docente de Matemática da Educação Básica, nosso material de apoio para o ensino de Investimentos Financeiros. Apresentado neste livro, a intenção do material é incitar seus alunos à investigação de diferentes modalidades de investimento através de conceitos de porcentagens e juros.

Este livro pode ser utilizado em qualquer etapa do Ensino Médio, desde que os estudantes detenham conhecimentos sobre porcentagens (representações, aumentos/reduções, porcentagens

sucessivas e inflação) e juros simples/compostos (montantes, taxas equivalentes e valor futuro).

O material é apresentado em 4 capítulos, que podem ser ministrados em 8 horas-aulas. Cada capítulo é precedido de orientações ao professor sobre a condução da aula, seguidas de atividades introdutórias, explanações do tema e atividades de fixação. Apresentamos também textos complementares relevantes para a Educação Financeira dos alunos e professores. Todos os capítulos são encerrados com a seção “Professor(a), e se...?”, na qual são apresentadas possíveis dúvidas dos alunos sobre os assuntos abordados. Ao longo das explanações, adicionamos possibilidades de reforçar a aprendizagem por meio do uso da Calculadora do Cidadão, aplicativo disponibilizado gratuitamente pelo Banco Central, aplicável na resolução das situações introdutórias de cada capítulo e/ou nas questões de fixação, na seção “Vamos Praticar!”. Nesse caso, tais possibilidades são opções para estudantes que tenham fácil acesso à ferramenta em seus *smartphones*.

Apresentamos a seguir a organização de cada capítulo e seus objetivos.

- ◇ Capítulo 1 - Taxa de Juros e o Mercado Financeiro: interligar conhecimentos sobre porcentagens, juros simples e compostos aos contextos de Mercado Financeiro e Investimentos.
- ◇ Capítulo 2 - Investimentos de Renda Fixa: introduzir a discussão acerca dos investimentos de renda fixa, apresentando a Poupança e o Tesouro Direto.
- ◇ Capítulo 3 - Investimentos em Renda Fixa Privada: apresentar mais três investimentos em renda fixa - CDB, LCI e LCA, atreladas ao setor privado.

- ◇ Capítulo 4 - Renda Variável: apresentar os investimentos em renda variável de forma simples e bastante introdutória, utilizando o Mercado de Ações.

Após os quatro capítulos apresentados, seguem duas seções. No Apêndice A - Aplicação e Avaliação, apresentamos um breve relato sobre as aplicações experimentais do presente produto e a validação desse, respaldada nas competências da BNCC. No Apêndice B - Gabaritos Comentados, apresentamos os gabaritos das atividades introdutórias dos capítulos e das atividades de fixação.

Esperamos que este livro seja de grande valor a você, professor(a), na condução de aulas que buscam a construção da Educação Financeira de seus alunos, no que se refere às discussões acerca de Investimentos Financeiros.

Bruno & Valéria

Fevereiro de 2024

Valéria Moreira   
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais  
valeriagm@cefetmg.br  
[www.profmat.cefetmg.br/corpo-docente/valeria-guimaraes-moreira/](http://www.profmat.cefetmg.br/corpo-docente/valeria-guimaraes-moreira/)

Bruno Freitas   
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais  
srfreitasmatematica@yahoo.com.br



# SUMÁRIO

<b>Prefácio</b>	<b>XV</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>XXI</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>XXIII</b>
<b>1 Taxa de Juros e o Mercado Financeiro</b>	<b>1</b>
1.1 É hora de explorar! . . . . .	2
1.2 Inflação e o Mercado Financeiro . . . . .	7
1.2.1 A Calculadora do Cidadão . . . . .	13
1.3 Vamos praticar! . . . . .	18
1.4 Ninguém me contou isso antes! . . . . .	20
1.5 Professor(a), e se...? . . . . .	24
<b>2 Investimentos de Renda Fixa</b>	<b>27</b>
2.1 É hora de explorar! . . . . .	28
2.2 Emprestando dinheiro para o governo . . . . .	32
2.2.1 Calculadora do Cidadão - aplicações com depósitos regulares . . . . .	36
2.3 Vamos praticar! . . . . .	39
2.4 Ninguém me contou isso antes! . . . . .	41
2.5 Professor(a), e se...? . . . . .	46
<b>3 Investimentos em Renda Fixa Privada</b>	<b>47</b>
3.1 É hora de explorar! . . . . .	48
3.2 CDB x LCI/LCA . . . . .	51
3.3 Vamos praticar! . . . . .	53
3.4 Ninguém me contou isso antes! . . . . .	55
3.5 Professor(a), e se...? . . . . .	57

---

<b>4 Renda Variável</b>	<b>61</b>
4.1 É hora de explorar! . . . . .	62
4.2 Renda Variável: Conhecendo o Mercado de Ações	66
4.3 Vamos praticar! . . . . .	71
4.4 Ninguém me contou isso antes! . . . . .	73
4.5 Professor(a), e se...? . . . . .	76
<b>A Aplicações e Análise do Livro</b>	<b>77</b>
A.1 Primeira Aplicação . . . . .	77
A.2 Segunda Aplicação . . . . .	81
A.3 Análise à luz da BNCC . . . . .	84
<b>B Gabaritos Comentados</b>	<b>89</b>
B.1 Capítulo 1 . . . . .	89
B.1.1 Seção “ <i>É hora de explorar!</i> ” . . . . .	89
B.1.2 Seção “ <i>Vamos praticar!</i> ” . . . . .	91
B.2 Capítulo 2 . . . . .	93
B.2.1 Seção “ <i>É hora de explorar!</i> ” . . . . .	93
B.2.2 Seção “ <i>Vamos praticar!</i> ” . . . . .	96
B.3 Capítulo 3 . . . . .	97
B.3.1 Seção “ <i>É hora de explorar!</i> ” . . . . .	97
B.3.2 Seção “ <i>Vamos praticar!</i> ” . . . . .	98
B.4 Capítulo 4 . . . . .	99
B.4.1 Seção “ <i>É hora de explorar!</i> ” . . . . .	99
B.4.2 Seção “ <i>Vamos praticar!</i> ” . . . . .	100
<b>Bibliografia</b>	<b>102</b>
<b>Índice Remissivo</b>	<b>105</b>

# LISTA DE FIGURAS

1.1	Sugestão Nº 1 . . . . .	6
1.2	Índices de Inflação . . . . .	10
1.3	Sugestão Nº 2 . . . . .	11
1.4	IPCA por região no Brasil publicado em abril de 2023 . . . . .	12
1.5	Funcionalidades da Calculadora do Cidadão . . . . .	14
1.6	Valor Futuro na Calculadora do Cidadão . . . . .	15
1.7	Situação 1.1 – Item (a) . . . . .	16
1.8	Correção de Valores . . . . .	17
1.9	Sugestão Nº 3 . . . . .	20
1.10	Histórico da Taxa Selic . . . . .	22
1.11	Sugestão Nº 4 . . . . .	24
1.12	Sugestão Nº 5 . . . . .	25
2.1	Sugestão Nº 6 . . . . .	32
2.2	Investimentos do Tesouro Direto . . . . .	33
2.3	Aplicação com depósitos regulares . . . . .	37
2.4	Aplicação da Situação 2.1 . . . . .	38
2.5	Selic & Poupança: 2018 a 2021 . . . . .	42
2.6	Inflação & Poupança: 2018 a 2021 . . . . .	44
2.7	Sugestão Nº 7 . . . . .	45
3.1	Sugestão Nº 8 . . . . .	50
3.2	Sugestão Nº 9 . . . . .	57
4.1	Sugestão Nº 10 . . . . .	64
4.2	Valor das ações da empresa K2 . . . . .	65

4.3	Sugestão N <sup>o</sup> 11 . . . . .	67
4.4	Valor das ações da empresa K3 . . . . .	71
4.5	Percentual de Rentabilidade Anual Acumulada .	75
A.1	Competências Matemáticas na BNCC . . . . .	85

# LISTA DE TABELAS

1.1	Controle das quantias . . . . .	3
1.2	Controle das quantias (II) . . . . .	4
1.3	Controle das quantias (III) . . . . .	4
1.4	Preço do arroz . . . . .	6
1.5	Montante gerado em 1 ano . . . . .	10
2.1	Controle de Saldo . . . . .	29
2.2	Tabela Regressiva de IR . . . . .	36
3.1	Poupança x CDB . . . . .	52
3.2	Poupança x CDB . . . . .	54
4.1	Valores acumulados (I) . . . . .	63
4.2	Valores acumulados (II) . . . . .	63
B.1	Controle de Quantias . . . . .	89
B.2	Controle de Quantias (II) . . . . .	90
B.3	Controle de Quantias (III) . . . . .	90
B.4	Preço do arroz . . . . .	91
B.5	Comparando Investimentos . . . . .	92
B.6	Controle de Saldos . . . . .	93
B.7	Valores Acumulados (I) . . . . .	99
B.8	Valores Acumulados (II) . . . . .	100



## TAXA DE JUROS E O MERCADO FINANCEIRO

---

Segundo a proposta de ensino mencionada no prefácio deste material, os alunos já adquiriram conhecimentos sobre porcentagens, juros simples e compostos. O objetivo desta aula é interligar esses conceitos aos contextos de Mercado Financeiro e Investimentos. Para o desenvolvimento deste capítulo, você precisará de 2 horas-aulas.

A intenção da Seção 1.1 é resgatar conceitos de porcentagens sucessivas e juros compostos e aplicá-los à comparação de taxa de juros e ao cálculo de taxas equivalentes. Para isso, os alunos, organizados em duplas e/ou trios, terão 40 minutos para resolverem as situações propostas. Devido à natureza das operações, são aconselháveis o uso da calculadora científica e a intervenção do professor.

Na Seção 1.2, é hora de expor as associações existentes entre as porcentagens sucessivas, dada uma taxa constante, e os juros compostos. Cabe aos alunos lembrar essas fórmulas e, ao professor, fazer a associação entre os elementos desejados, tanto em relação a situações já construídas, quanto em relação a generalizações. Ademais, é hora de apresentar os conceitos de índice de inflação e taxas equivalentes, além da utilização da Calculadora do Cidadão. Essa explanação pode ser feita em um período de 30 minutos.

Na Seção 1.3, destinada à aplicação dessas associações, são propostas algumas atividades que podem ser feitas em sala, com auxílio das calculadoras científica e do Cidadão. Para tanto, os alunos disporão de 20 minutos. Ao fim desse período, disponibiliza-se o gabarito, que será o detonador de possíveis correções. Vale, então, acrescentar 10 minutos para sanar possíveis dúvidas.

A Seção 1.4 traz um texto complementar acerca do tópico Mercado Financeiro, na intenção de ampliar as discussões sobre Inflação e o seu controle a partir da Taxa Selic. A recomendação é que os alunos façam essa leitura após o primeiro encontro, como tarefa prévia ao segundo encontro.

A Seção 1.5 traz possíveis questionamentos dos alunos quanto a índices inflacionários diversos e à conversão de taxas. As perguntas desta seção foram feitas por alunos participantes das aplicações experimentais deste material e/ou propostas pelos autores.

## 1.1 É hora de explorar!

### 1.1. SITUAÇÃO.

José, um jovem estudante do Ensino Médio, passou as férias escolares de janeiro na fazenda do avô dele. Durante o mês, José fazia vários trabalhos e, por isso, sempre recebia uma determinada quantia do avô. Como não gastou nada, José juntou todo o dinheiro que recebeu ao longo do mês de janeiro, retornando para casa com o montante de R\$ 1.000,00. Muito feliz, José chegou em casa e guardou seu dinheiro em uma caixinha secreta, em seu quarto. Mas, aos poucos, foi contando aos colegas sobre seu dinheiro secreto!

### §1.1. É HORA DE EXPLORAR!

---

- a) Mateus era um colega que ganhava mesada de seus pais e sempre gastava quase tudo no mês, economizando muito pouco. De repente, teve seu celular perdido. Para comprar outro celular, pediu emprestado o dinheiro de José. José aceitou emprestar o dinheiro a Mateus, desde que Mateus lhe pagasse a quantia total, em uma única parcela, após 4 meses, corrigida a juros compostos de 1% ao mês. Se Mateus aceitar, qual quantia José receberá ao final do período de 4 meses? Preencha a Tabela 1.1 para responder à pergunta.

Tabela 1.1: Controle das quantias

Mês	Quantia no início do mês	Juros de 1% ao mês	Quantia no final do mês
1° mês			
2° mês			
3° mês			
4° mês			

Fonte: Autoria própria

- b) Qual operação matemática você efetuou para preencher a coluna “Juros” da tabela do item anterior? E para preencher a coluna “Quantia no final do mês”?
- c) Guilherme, outro colega de José, alertou-o de que ele não tinha nenhuma garantia de que Mateus iria pagá-lo. Então propôs que José emprestasse o dinheiro a Mateus, para que este comprasse um novo celular, só que com juros menores, de 0,5% ao mês, mas ficasse com sua bicicleta como garantia durante esse período. Se Mateus aceitar essa segunda proposta, quanto José receberá ao final do período de 4 meses? Preencha a Tabela 1.2 para responder à pergunta.

Tabela 1.2: Controle das quantias (II)

Mês	Quantia no início do mês	Juros de 1% ao mês	Quantia no final do mês
1° mês			
2° mês			
3° mês			
4° mês			

---

Fonte: Autoria própria

- d) Qual das propostas, a) ou c), você considera mais vantajosa para José? Por quê?
- e) Suponha que Mateus tenha desistido do empréstimo. José, receoso de “perder dinheiro”, guardando-o em uma caixinha, em casa, abriu uma caderneta de poupança e depositou todo o seu dinheiro, R\$ 1.000,00. Considerando o rendimento mensal da poupança a 0,65% ao mês, quanto José terá ao final desse mesmo período? Preencha a Tabela 1.3 para responder à pergunta.

Tabela 1.3: Controle das quantias (III)

Mês	Saldo no início do mês	Juros de 0,65% ao mês	Saldo no final do mês
1° mês			
2° mês			
3° mês			
4° mês			

---

Fonte: Autoria própria

- f) Como seria possível José “perder seu dinheiro”, mesmo guardando em uma caixinha, em casa?
-

## 1.2. SITUAÇÃO.

A família Reis tem como tradição natalina comprar, todos os anos, o panetone Panoel para o café da manhã do dia 25 de dezembro. Toda a família espera muito por esse momento. Em dezembro de 2021, eles haviam comprado a caixa com 500 gramas do panetone Panoel por R\$ 12,00. O mesmo produto, em dezembro de 2022, custava R\$ 15,00.

- a) Calcule a porcentagem que representa a taxa de aumento desse produto no período de tempo mencionado.
- b) Considere que o valor calculado no item anterior representa a taxa de aumento no preço da farinha de trigo nesse mesmo período. Se, em dezembro de 2021, a indústria Panoel comprava o quilo da farinha de trigo a R\$ 3,00, quanto ele custava, em dezembro de 2022, considerando o mesmo aumento percentual do panetone?
- c) Suponha que a taxa de aumento anual dos produtos de cesta básica seja a mesma calculada no item (a). Escreva uma fórmula que permita calcular a taxa mensal de aumento dos produtos de cesta básica, caso esse aumento fosse o mesmo, mês a mês.
- d) Use a fórmula obtida no item anterior para calcular a taxa de juros mensal. Considere a aproximação  $\sqrt[12]{1,25} \approx 1,019$ .
- e) Em dezembro de 2021, um pacote de arroz da marca comercializada na venda do Seu Joaquim foi reajustado para o valor de R\$ 30,00. Após 4 meses, em abril de 2022, Seu Joaquim fez um novo reajuste, considerando a taxa de aumento calculada no item (d), acumulada no período de 4

---

CAPÍTULO 1. TAXA DE JUROS E O MERCADO FINANCEIRO

---

meses. Preencha a Tabela 1.4 e calcule o valor do pacote de arroz na venda do Seu Joaquim em abril de 2022.

Tabela 1.4: Preço do arroz

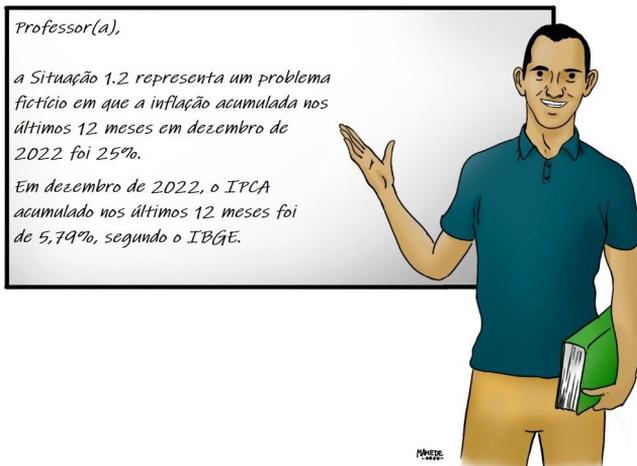
Mês	Valor do arroz antes do aumento	Juros de ___% ao mês	Valor do arroz após o aumento
Janeiro/2022			
Fevereiro/2022			
Março/2022			
Abril/2022			

---

Fonte: Autoria própria

---

Figura 1.1: Sugestão N° 1



Fonte: Autoria própria

## 1.2 Inflação e o Mercado Financeiro

Nessa aula, propomos que seus alunos entendam minimamente como funciona o mercado financeiro e as principais taxas de juros que fazem parte dele.

Na Situação 1.1, José é o personagem, da nossa história, que tem dinheiro. No primeiro momento, José assume a posição de poupador, uma vez que ele escolhe guardar o dinheiro. A seguir, surge a oportunidade de ele emprestar o dinheiro a quem não tem, de forma que o valor emprestado aumente mediante uma taxa de juros preacordada entre as partes. No mercado financeiro, a pessoa que tem dinheiro para emprestar é considerada agente superavitário. Já aquele que não tem dinheiro, e precisa dele emprestado, é considerado agente deficitário. Ou seja, José é o personagem investidor e Mateus, o tomador de empréstimo (ou tomador de crédito), dois personagens importantes, que constituem o mercado financeiro.

A cobrança de juros por parte do investidor ocorre na intenção de obter rendimentos, mas também como um fator de segurança, visto que, em todo empréstimo, existe risco de inadimplência. Logo, o investidor empresta seu dinheiro corrigindo-o a uma taxa de juros, que pode ser mais alta se o risco de não receber o dinheiro for grande. Por exemplo, no item (a) da Situação 1.1, foi proposta uma taxa de juros de 1% ao mês, mas José não tinha garantia de que Mateus realmente lhe pagaria. Já no item (b), a taxa proposta foi de apenas 0,5%, pois, caso não houvesse pagamento, José ficaria com a bicicleta do Mateus. Caso Mateus não pagasse José, José ficaria com a bicicleta do Mateus.

No mercado financeiro, para suprir esse risco de empréstimo direto entre o agente superavitário e o deficitário, temos as instituições financeiras, que assumem esse risco. O investidor aplica seu dinheiro através das instituições financeiras e recebe por compensação uma taxa de juros ligada ao investimento escolhido. Já o tomador de crédito faz um empréstimo com as instituições financeiras a uma taxa de juros combinada em contrato. E essas instituições financeiras assumem o risco de o deficitário não cumprir seu pagamento. Porém, tal risco é assumido em troca de um valor, o chamado risco de crédito. Por isso, muitas vezes, as taxas oferecidas para investimentos financeiros são menores do que as praticadas em empréstimos e financiamentos.

A taxa de juros que incide sobre o valor emprestado por José a Mateus gera, para José, após 4 meses de empréstimo, um valor maior numericamente que o valor que ele tinha anteriormente. Isso acontece quando ele investe o dinheiro em uma instituição financeira, tal como ilustrado no item (e) da Situação 1.1, na qual ele depositou o dinheiro na caderneta de poupança.

Em todas as situações, o dinheiro de José cresceu a juros compostos.

Considerando  $i$  a taxa de juros mensal praticada, o valor acumulado por José, ao longo de 4 meses, é representado por seu montante final ( $M$ ), a saber:

$$M = 1000 \cdot (1 + i)^4.$$

Se o tempo for diferente de 4 meses, é só alterar o valor do expoente ( $n$ ). E se o capital inicial for diferente de 1000 reais, é só alterar o primeiro fator ( $C$ ). Nessa nova situação, tem-se:

$$M = C \cdot (1 + i)^n. \tag{1.1}$$

## §1.2. INFLAÇÃO E O MERCADO FINANCEIRO

---

A equação (1.1) é a fórmula para o cálculo do Montante em um regime de juros compostos.

É importante destacar que o valor recebido pelo investidor, considerando a taxa de juros maior que zero, é sempre numericamente maior que o valor investido, mas isso não significa que ele tenha mais dinheiro. Isso porque, devido à inflação, o dinheiro pode perder seu poder de compra ao longo do tempo. A inflação gera um aumento no preço de bens e serviços e, consequentemente, a perda do poder de compra do dinheiro!

Se a inflação acumulada durante o período do investimento for maior que a taxa de juros que corrigiu o dinheiro durante o mesmo período, isso significa que o investidor não tem mais o mesmo poder de compra do seu dinheiro; mas, com certeza, sua perda é menor que guardar dinheiro na caixinha, em casa, como José fez inicialmente.

A Situação 1.2 ilustra bem um problema de inflação. Nela, o aumento do panetone Panoel e também da cesta básica foi de 25% ao ano. Essa história ilustra uma situação da inflação acumulada ao ano muito alta. No Brasil, o Banco Central trabalha para controlar a inflação, de forma a mantê-la baixa ou quase inexistente.

A taxa oficial que mede a inflação é o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo - IPCA, que é medido e divulgado mensalmente pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE. Existem outros índices de cálculo da taxa de inflação, como o INPC (Índice Nacional de Preços ao Consumidor) e o IGP-M (Índice Geral de Preços - Mercados), os quais têm uma metodologia diferente de cálculo da taxa de inflação quando comparado ao IPCA. Seguem os valores desses índices de dezembro de 2022 na tabela exibida na Figura 1.2.

Figura 1.2: Índices de Inflação

Brasil - dezembro 2022			
Índice geral e grupos de produtos e serviços	Variação mensal (%)	Variação acumulada no ano (%)	Peso mensal (%)
Índice geral	0,62	5,79	100,0000
Alimentação e bebidas	0,66	11,64	21,8586
Habitação	0,20	0,07	15,3238
Artigos de residência	0,64	7,89	3,9526
Vestuário	1,52	18,02	4,8004
Transportes	0,21	-1,29	20,5180
Saúde e cuidados pessoais	1,60	11,43	12,9258
Despesas pessoais	0,62	7,77	10,0648
Educação	0,19	7,48	5,6710
Comunicação	0,50	-1,02	4,8851

Fonte: IBGE - Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo - dezembro 2022

Fonte: Disponível em <https://sidra.ibge.gov.br/pesquisa/snipc/ipca/quadros/brasil/dezembro-2022>.

Acesso em 23-04-2023.

Considerar uma situação na qual o IPCA acumulado de 12 meses tenha sido de 25%, representa, sem dúvida, uma situação fictícia de crise, com um alto índice de inflação. Mas a situação ajuda-nos a entender que, para adquirir um produto na história, era necessário 25% mais dinheiro do que você precisava no ano anterior.

Como visto na Figura 1.2, o IPCA acumulado ao longo de 12 meses em dezembro de 2022 foi de 5,79% *a.a.* Se, em dezembro de 2021, você possuía R\$ 1000,00, veja o montante gerado nas situações abaixo, conforme Tabela 1.5.

Tabela 1.5: Montante gerado em 1 ano

Valor de R\$ 1000,00 em dez/2021	Valor aproximado acumulado em dez/2022
guardado na caixinha, em casa	R\$ 1000,00
investido a 7,89% <i>a.a.</i>	R\$ 1078,90
investido a 13,65% <i>a.a.</i>	R\$ 1136,50
investido a 5,79% <i>a.a.</i>	R\$ 1057,90

Fonte: Autoria própria

Figura 1.3: Sugestão Nº 2



Fonte: Autoria própria

Considerando um produto que, em dezembro de 2021, custava R\$ 1000,00 e, em dezembro de 2022, devido à inflação, passa a custar R\$ 1057,90, qualquer dos investimentos sugeridos que você faça diminui sua perda no poder de compra desse produto. Seu poder de compra permanece apenas se a rentabilidade do investimento se equiparar ao IPCA. Para obter um ganho real em um investimento, é preciso que a taxa de juros contratada seja maior que o IPCA acumulado no mesmo período.

A Tabela 1.5 usou o período de um ano para o valor acumulado de R\$ 1000,00. Na Situação 1.2, a taxa calculada no item (a) representa o IPCA acumulado em um ano (25% a.a.). Porém, para resolver o item (e), foi necessário calcular a taxa de juros média mensal, como solicitado nos itens (c) e (d). Para

isso usamos a fórmula

$$(1 + I) = (1 + i)^{12},$$

na qual  $I$  é a taxa anual de juros praticada e  $i$  é a taxa mensal de juros praticada. Conhecido o valor de  $I$ , o valor de  $i$  pode ser encontrado como

$$i = \sqrt[12]{1 + I} - 1.$$

É importante destacar que o IPCA tem uma variação não regular ao longo dos meses e também varia de região para região do país, como podemos ver na tabela exibida na Figura 1.4, a seguir, fornecida pelo IBGE.

Figura 1.4: IPCA por região no Brasil publicado em abril de 2023

Região	Peso Regional (%)	Variação (%)		Variação Acumulada (%)	
		Fevereiro	Março	Ano	12 meses
Porto Alegre	8,61	0,75	1,25	2,24	4,37
Brasília	4,06	0,48	1,11	1,93	5,30
Curitiba	8,09	1,09	1,03	2,08	3,12
Goiânia	4,17	0,85	1,02	2,12	3,08
Belém	3,94	0,86	0,84	2,12	4,53
Vitória	1,86	0,92	0,84	2,70	4,77
São Luís	1,62	0,65	0,73	1,38	3,45
Aracaju	1,03	0,88	0,70	2,23	4,59
Campo Grande	1,57	0,54	0,68	1,84	3,54
Rio de Janeiro	9,43	0,65	0,64	1,73	4,69
Recife	3,92	0,99	0,62	1,65	4,48
São Paulo	32,28	0,92	0,58	2,20	5,61
Rio Branco	0,51	0,44	0,54	1,66	4,15
Salvador	5,99	0,81	0,44	2,36	5,36
Belo Horizonte	9,69	0,81	0,39	2,04	3,31
Fortaleza	3,23	0,73	0,35	1,96	4,47
Brasil	100,00	0,84	0,71	2,09	4,65

Fonte: IBGE, disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/36634-ipca-foi-de-0-71-em-marco>

Acesso em 10-05-2023

Entretanto, a taxa praticada para investimentos é a mesma em todo o país e sua variação segue a fórmula utilizada no regime de juros compostos. Por exemplo: em um investimento, corrigido pelo IPCA, cuja taxa anual de juros é de 4,65%, a taxa mensal será

$$i = \sqrt[12]{1,0465} - 1 \cong 0,0038 = 0,38\%.$$

### 1.2.1 A Calculadora do Cidadão

A Calculadora do Cidadão (CdC), cuja finalidade é fazer simulações de diferentes operações financeiras, é uma ferramenta criada pelo Banco Central. Essa ferramenta foi criada em 1999 e fica disponível no *site* da instituição. A partir de 2012, além do *site*, foi também lançado um aplicativo dessa Calculadora, o qual está disponível para celulares e *tablets*.

Um dos objetivos da Calculadora é promover a Educação Financeira, auxiliando o cidadão em suas necessidades cotidianas, de maneira que os resultados das funcionalidades dela possam servir de referência para situações reais do cotidiano do consumidor.

A Calculadora do Cidadão traz quatro funções principais, sendo elas:

- ◇ Aplicação com Depósitos Regulares;
- ◇ Valor Futuro de um Capital;
- ◇ Financiamento com Prestações Fixas; e
- ◇ Correção de Valores.

Figura 1.5: Funcionalidades da Calculadora do Cidadão

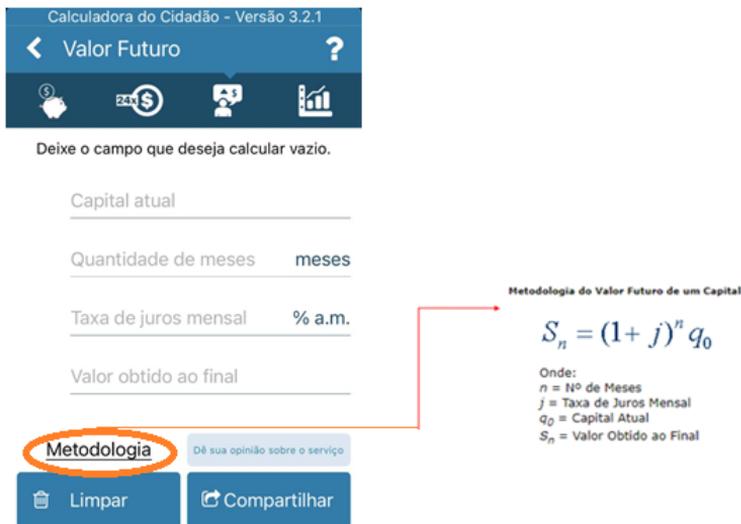


Fonte: App Calculadora do Cidadão, maio de 2023.

A funcionalidade de *Valor futuro de capital* auxilia o cidadão a calcular, por exemplo, o montante ao final de uma aplicação financeira, considerando juros compostos. Ao abrir essa funcionalidade, são dados quatro exemplos de como utilizar a ferramenta. Em cada um desses, uma das lacunas explicitadas na Figura 1.6 fica vazia, sendo possível calcular o resultado esperado.

A Calculadora do Cidadão ainda explicita a metodologia utilizada para desenvolver os cálculos e, no caso do *Valor futuro de capital*, é justamente a fórmula do montante no sistema de capitalização composta, como explicitado também na Figura 1.6, a seguir.

Figura 1.6: Valor Futuro na Calculadora do Cidadão



Fonte: App Calculadora do Cidadão, maio de 2023.

A fórmula apresentada na Figura 1.6 é a mesma usada para o cálculo do montante em juros compostos, a saber,

$$M = C \cdot (1 + i)^n.$$

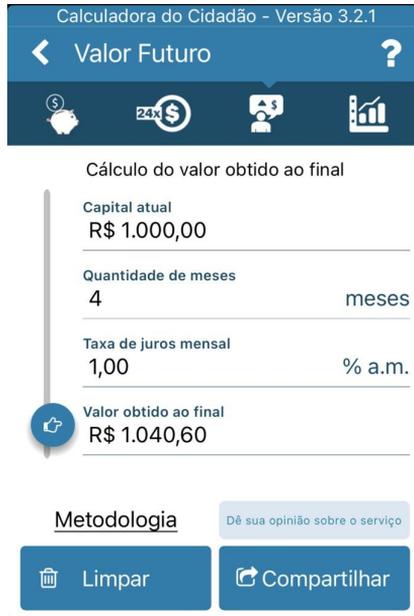
Nesse caso, temos  $M = S_n$  e  $C = q_0$ , além de  $i = j$ .

A funcionalidade *Valor Futuro* da Calculadora do Cidadão poderia ser utilizada na Situação 1.1 para calcular a dívida do personagem Mateus, nas situações dos itens (a) e (c), bem como o rendimento obtido por José, no item (e). Segue o exemplo, passo a passo, do item (a) utilizando imagens do aplicativo para celular.

Acesse o aplicativo da Calculadora do Cidadão e clique em *Valor Futuro*. Então, preencha o capital inicial com o valor R\$ 1.000,00, a quantidade de meses com o número 4 e taxa de juros mensal com 1,00. Ao terminar de preencher esses valores,

automaticamente o aplicativo fornecerá o valor de R\$ 1.040,60 no espaço correspondente ao valor obtido ao final. Veja a Figura 1.7.

Figura 1.7: Situação 1.1 – Item (a)



Fonte: App Calculadora do Cidadão, maio de 2023.

A funcionalidade *Correção de valores* pode ser utilizada em situações em que se faz necessário determinar quanto vale, hoje, certa quantia corrigida pela inflação. Podem-se também utilizar diferentes índices para os cálculos, tais como o IPCA e o IGPM, entre outros. Um exemplo de aplicação dessa funcionalidade é descobrir o rendimento da caderneta de poupança e o rendimento de alguma aplicação de renda que utiliza o CDI como base para seus cálculos de rendimentos. A Figura 1.8 apresenta essa ferramenta e suas diferentes funcionalidades.

Figura 1.8: Correção de Valores

Calculadora do Cidadão - Versão 3.2.1

< Correção de Valores ?

Índice de Correção  
IPCA (IBGE)

Data Inicial 01/2022 Data Final 01/2023

Valor a ser corrigido

Metodologia

Dê sua opinião sobre o serviço

Limpar

Compartilhar

Fonte: App Calculadora do Cidadão, maio de 2023.

A funcionalidade *Apliação com depósitos regulares* pode ser explorada em situações em que o cidadão quer descobrir quanto terá no futuro se economizar e aplicar, todo mês, uma parcela de sua renda. Essa funcionalidade será explorada no Capítulo 2 - Investimentos de Renda Fixa: Poupança e Tesouro Direto.

E, por último, a funcionalidade *Financiamento com prestações fixas* pode ser explorada em situações de empréstimos e financiamentos, considerando o sistema de amortização conhecido como Tabela Price. Essa última funcionalidade é explorada no livro *A Matemática dos Empréstimos & Financiamentos no Ensino Médio*, dos mesmos autores, disponibilizado gratuitamente

pela SBM em <https://sbm.org.br/colecao-coletaneas-de-matematica/>.

### 1.3 Vamos praticar!

#### EXERCÍCIOS.

**1.1** Segundo informação divulgada pelo IBGE, os números oficiais para as inflações de 2017, 2018 e 2019 foram, respectivamente, 2,95%, 3,75% e 4,31%. A partir desses dados, é correto afirmar que a inflação média ao longo desses três anos foi aproximadamente:

a) 3,58%. b) 3,67%. c) 4,76%. d) 11,01%. e) 11,41%.

**1.2** (Calculadora científica) Como presente pelo seu aniversário de 14 anos, Sérgio recebeu do avô dele a quantia de R\$ 1000,00. Na intenção de comprar um novo videogame, que custava R\$ 1200,00, o pai de Sérgio o incentivou a guardar esse valor em uma conta poupança que rendia 0,52% *a.m.*.

No entanto, ao sacar o montante, ao final de um ano, pai e filho se depararam com um aumento de 10,06% no valor do videogame. Nesse caso, ambos puderam concluir que:

- a) mesmo sem o aumento no valor do videogame, o montante da poupança não seria suficiente para comprá-lo.
- b) em razão do aumento no valor do videogame, o montante da poupança não seria suficiente para comprá-lo.
- c) mesmo sem o aumento no valor do videogame, o montante seria suficiente para comprá-lo.
- d) apesar do aumento no valor do videogame, o montante seria suficiente para comprá-lo.
- e) nenhuma das alternativas anteriores.

### §1.3. VAMOS PRATICAR!

---

**1.3** (Nunes, 2022) (Calculadora científica) Se um certo investimento oferece uma taxa de juros de 7,65% *a.a.*, qual é, aproximadamente, a taxa mensal praticada?

a) 0,76% b) 0,64% c) 0,62% d) 0,26% e) 0,89%

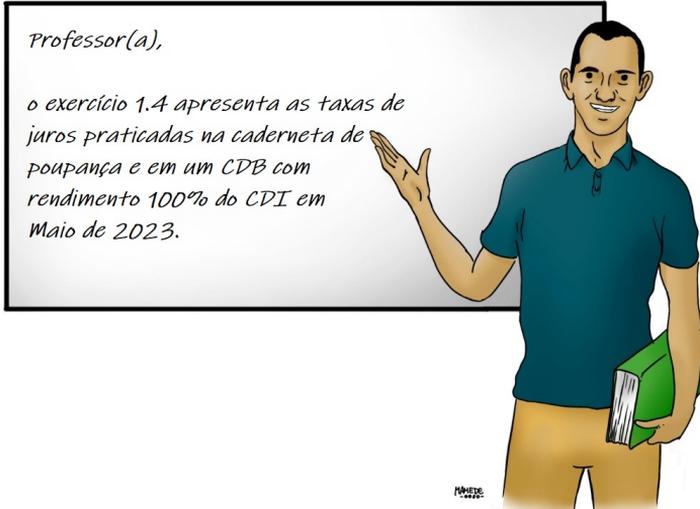
**1.4** (Calculadora do Cidadão) Ao receber uma comissão extra de R\$ 500,00 pelo desempenho no trabalho esse mês, Pedro pretende investir essa quantia por 5 meses a fim de gastá-la em uma viagem já programada. No aplicativo bancário dele, duas opções de investimentos chamaram a atenção.

- ◇ Investimento 1: rendimentos de 0,65% *a.m.*, sem pagamento de imposto de renda.
- ◇ Investimento 2: rendimentos de 1,07% *a.m.*, com pagamento de imposto de renda (22,5% sobre o valor do rendimento).

Nas condições descritas, qual opção é mais vantajosa para Pedro?

- a) Investimento 1, pois totalizará um montante de R\$516,46.
- b) Investimento 1, pois totalizará um montante de R\$521,18.
- c) Investimento 2, pois totalizará um montante de R\$516,46.
- d) Investimento 2, pois totalizará um montante de R\$521,18.
- e) Investimento 2, pois totalizará um montante de R\$527,33.

Figura 1.9: Sugestão N° 3



Fonte:

Autoria própria

## 1.4 Ninguém me contou isso antes!

### **Taxa Selic: instrumento de política monetária para controle da inflação**

Como vimos, a taxa de inflação é a variação do custo da cesta de produtos e serviços, ou cesta do IPCA, durante determinado período. Tal cesta inclui os itens: transporte, vestuário, alimentação e bebidas, habitação, educação, saúde e cuidados pessoais, comunicação e outras despesas. Para controlar a inflação, o Brasil adota o regime de metas. A política monetária tem como prioridade garantir a convergência da inflação para as metas estabelecidas, ou aproximá-la o máximo possível. Essa é uma forma de garantir que a economia brasileira continue em crescimento e os preços controlados, pois a inflação é prejudicial

#### §1.4. NINGUÉM ME CONTOU ISSO ANTES!

---

para a economia de um país quando ela sai do controle e atinge altos níveis, fenômeno chamado de hiperinflação.

O principal instrumento da política monetária brasileira utilizada pelo Banco Central para controlar a inflação o mais próximo da meta estabelecida é o Sistema Especial de Liquidação e de Custódia - Selic, a taxa básica de juros da economia brasileira. Popularmente conhecida como Taxa Selic, ela influencia todas as taxas de juros do país, tais como taxas de juros dos empréstimos, dos financiamentos e das aplicações financeiras (investimentos). A Taxa Selic refere-se à taxa de juros apurada nas operações de empréstimos de um dia entre as instituições financeiras que utilizam títulos públicos federais como garantia.

O Banco Central opera no mercado de títulos públicos para que a Taxa Selic efetiva (Selic Over) esteja em linha com a meta da Selic (Selic Meta) definida na reunião do Comitê de Política Monetária do Banco Central (Copom). O Copom é formado pelo presidente do Banco Central e outros diretores, que se reúnem a cada 45 dias, avaliam o cenário econômico e a inflação medida pelo IPCA no período e, com base nessa avaliação, definem se a Taxa Selic (Selic Meta) aumenta, diminui ou se mantém estável, a fim de que o Governo Federal atinja sua meta para a inflação. A Taxa Selic de fato praticada na economia é a Taxa Selic Over, que é aproximadamente 0,1% menor que a Taxa Selic Meta estabelecida pelo Copom.

Mas como a Taxa Selic impacta na inflação?

Quando a Taxa Selic cai, diminuem os custos de captação dos bancos, que tendem a emprestar com juros menores, e isso estimula o consumo. É o que aconteceu, por exemplo, no ano de 2020, a partir do isolamento social imposto pela pandemia da Covid-19: o comércio fechou, o desemprego aumentou, o consumo diminuiu. Para estimular o consumo, a Taxa Selic dimi-

## CAPÍTULO 1. TAXA DE JUROS E O MERCADO FINANCEIRO

nuiu até atingir a marca histórica de 2% *a.a.*, de agosto de 2020 a março de 2021.

Figura 1.10: Histórico da Taxa Selic

### Taxas de juros básicas – Histórico

Histórico das taxas de juros fixadas pelo Copom e evolução da taxa Selic.

nº	Reunião		Período de vigência	Meta SELIC % a.a. (1)(6)	TBAN % a.m. (2)(6)	Taxa SELIC	
	data	viz				% (3)	% a.a. (4)
234*	02/05/2023		04/05/2023 -	13,75			
233*	22/03/2023		23/03/2023 - 03/05/2023	13,75		1,38	13,65
232*	01/02/2023		02/02/2023 - 23/03/2023	13,75		1,69	13,65
231*	07/12/2022		08/12/2022 - 01/02/2023	13,75		2,05	13,65
230*	26/10/2022		27/10/2022 - 07/12/2022	13,75		1,43	13,65
249*	21/09/2022		22/09/2022 - 26/10/2022	13,75		1,33	13,65
248*	03/08/2022		04/08/2022 - 21/09/2022	13,75		1,74	13,65
247*	18/06/2022		17/06/2022 - 03/08/2022	13,25		1,68	13,15
246*	04/05/2022		05/05/2022 - 16/06/2022	13,75		1,43	12,65
245*	16/03/2022		17/03/2022 - 04/05/2022	11,75		1,45	11,65
244*	02/02/2022		03/02/2022 - 16/03/2022	10,75		1,13	10,65
243*	08/12/2021		09/12/2021 - 02/02/2022	9,25		1,40	9,15
242*	27/10/2021		28/10/2021 - 08/12/2021	7,75		0,92	7,65
241*	22/09/2021		23/09/2021 - 27/10/2021	6,25		0,57	6,15
240*	04/08/2021		05/08/2021 - 22/09/2021	5,25		0,66	5,15
239*	16/06/2021		17/06/2021 - 04/08/2021	4,25		0,37	4,15
238*	05/05/2021		06/05/2021 - 16/06/2021	3,50		0,39	3,40
237*	17/03/2021		18/03/2021 - 05/05/2021	2,75		0,34	2,65
236*	20/01/2021		21/01/2021 - 17/03/2021	2,00		0,28	1,90
235*	09/12/2020		10/12/2020 - 20/01/2021	2,00		0,21	1,90
234*	26/10/2020		29/10/2020 - 09/12/2020	2,00		0,22	1,90
233*	16/09/2020		17/09/2020 - 26/10/2020	2,00		0,22	1,90
232*	05/08/2020		06/08/2020 - 16/09/2020	2,00		0,22	1,90
231*	17/06/2020		18/06/2020 - 05/08/2020	2,25		0,30	2,15
230*	06/05/2020		07/05/2020 - 17/06/2020	3,00		0,32	2,90
229*	18/03/2020		19/03/2020 - 06/05/2020	3,75		0,46	3,65
228*	05/02/2020		06/02/2020 - 18/03/2020	4,25		0,45	4,15

Fonte: Banco Central, <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/historicotaxasjuros>,

acesso em 17/05/2023.

#### §1.4. NINGUÉM ME CONTOU ISSO ANTES!

---

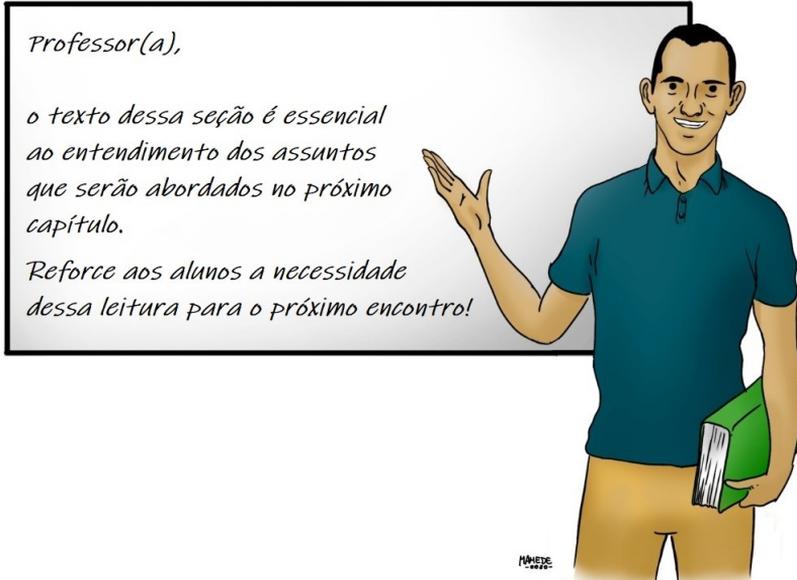
Porém, a redução na Taxa Selic tende a atrair menos investidores brasileiros, o que diminui a circulação de moeda estrangeira no país. Conseqüentemente, tem-se a desvalorização da nossa moeda (real) e o aumento da inflação na economia.

Quando a Taxa Selic aumenta, os juros cobrados em empréstimos e financiamentos, bem como em cartões de crédito e outras modalidades de crédito, ficam mais altos, desestimulando o consumo. Menos pessoas consumindo, sobra mercadoria (a oferta é maior que a procura). Com isso, o preço das mercadorias e serviços tende a baixar e, conseqüentemente, a inflação diminui. Por exemplo, nos últimos meses de 2021, a Taxa Selic foi reajustada a cada reunião do Copom, aumentando até atingir 13,75% ao ano em 21/09/2022. O IPCA, que atingiu o valor de 12,13%, em abril de 2022, começou a apresentar queda em julho do mesmo ano, com taxa de 10,07%. Em geral, o efeito da Taxa Selic sobre o IPCA começa a ser sentido em torno de 6 meses depois.

Também importante no cenário do Mercado Financeiro Brasileiro para investimentos, temos a Taxa CDI, que representa o Certificado de Depósito Interbancário, uma modalidade de empréstimos exclusiva entre bancos. O registro desses empréstimos entre bancos, baseados em títulos privados (que são as garantias desses empréstimos), é feito na Cetip - Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos Privados.

A Taxa CDI (ou Taxa DI) é numericamente igual à taxa Selic Over. Logo, a Taxa CDI é reajustada simultaneamente à Taxa Selic. Enquanto a Taxa Selic remunera investimentos públicos, como poupança e Tesouro Selic, a taxa CDI remunera investimentos privados, tais como CDB, LCI e LCA. Esses e outros investimentos serão mais bem estudados nos próximos capítulos desse livro.

Figura 1.11: Sugestão N° 4



Fonte: Autoria própria

## 1.5 Professor(a), e se...?

Professor(a) e se a inflação for negativa?

A inflação negativa, também chamada deflação, é quando o resultado do índice de preços de um período for menor que o anterior. Para esse período, temos uma taxa de juros inflacional negativa. Na deflação, o dinheiro valoriza-se, ganhando poder de compra, ao contrário do que foi elucidado na Situação 1.2.

Professor(a), como conhecer a taxa mensal de juros, dada a taxa trimestral?

### §1.5. PROFESSOR(A), E SE...?

---

Seja  $I$  a taxa trimestral e  $i$  a taxa mensal. Então,

$$(1 + I) = (1 + i)^3.$$

Logo,

$$i = \sqrt[3]{1 + I} - 1.$$

Professor(a), o aluguel da minha casa é ajustado pelo IGP-M. Isso é o mesmo que IPCA? O **IGP-M** calcula a variação de preço em todas as etapas de um produto, da fabricação à venda. Já o **IPCA** registra apenas os preços finais. Em geral, o IGP-M é o indicador usado nos contratos de locação e também na prestação de serviços, por ser sensível à alta do dólar e outros setores.

Figura 1.12: Sugestão Nº 5



Fonte: Autoria própria



# INVESTIMENTOS DE RENDA FIXA: POUPANÇA E TESOURO DIRETO

---

O objetivo desta segunda aula é introduzir a discussão acerca dos investimentos de renda fixa, apresentando a poupança e o tesouro direto. Neste capítulo, o aluno desenvolverá novamente os conceitos de porcentagens sucessivas, juros compostos e aplicará os cálculos de taxas equivalentes, adquiridos na aula anterior. Para o desenvolvimento deste capítulo, você precisará de 2 horas-aulas.

A Seção 2.1 aplicará novamente conceitos de porcentagens sucessivas e juros compostos e fará a comparação de taxa de juros e o cálculo de taxas equivalentes. Para isso, os alunos, organizados em duplas e/ou trios, terão 40 minutos para resolverem as situações propostas. Devido à natureza das operações, são aconselháveis o uso da calculadora científica e a intervenção do professor. Visto que os alunos já foram apresentados à Calculadora do Cidadão, essa também poderá ser utilizada durante a atividade.

Na Seção 2.2, novamente serão realizadas as associações existentes entre as porcentagens sucessivas, dada uma taxa constante, e juros compostos, bem como o cálculo de taxas equi-

valentes. O conceito de progressão geométrica, necessário para desenvolver a fórmula trabalhada na atividade, não precisa ser exposto, caso os alunos não tenham ainda estudado progressões. Serão apresentados os investimentos de renda fixa pública no Tesouro Direto e como acontece o rendimento de cada um deles. Para isso, serão resgatados os conceitos de taxa de inflação (IPCA), como também será apresentada a Taxa Selic e o cálculo do imposto de renda sobre investimentos, além da utilização da Calculadora do Cidadão. Essa explanação pode ser feita em um período de 30 minutos.

Na Seção 2.3, destinada à aplicação dessas associações, são propostas algumas atividades que podem ser feitas em sala, com auxílio das calculadoras científica e do Cidadão. Para tanto, os alunos disporão de 20 minutos. Ao fim desse período, disponibiliza-se o gabarito, que será o detonador de possíveis correções. Vale, então, acrescentar 10 minutos para sanar possíveis dúvidas.

A Seção 2.4 traz um texto complementar acerca do investimento Poupança. Além disso, será desenvolvida uma discussão que relaciona a taxa Selic e a Inflação. A recomendação é que os alunos façam essa leitura após o segundo encontro, como tarefa prévia ao terceiro encontro.

A Seção 2.5 traz possíveis questionamentos dos alunos quanto à inflação, deflação e Tesouro Direto. As perguntas desta seção foram feitas por alunos participantes das aplicações experimentais deste material e/ou propostas pelos autores.

## 2.1 É hora de explorar!

### 2.1. SITUAÇÃO.

O casal Pedrosa morava, em 2021, em um pequeno apartamento com sua filha ainda bebê. Em janeiro de 2022, após

## §2.1. É HORA DE EXPLORAR!

---

analisar e organizar o orçamento da casa, decidiram poupar R\$ 300,00 por mês, para, daqui a uns anos, venderem o apartamento em que moram e terem um bom dinheiro para a compra de um novo. Eles julgam que serão necessários 10 anos ou mais para concretizarem o sonho. Então optaram por um investimento de rendimento fixo em 10,98% *a.a.*, com vencimento para 2032. Sobre esse investimento realizado, faça o que se pede.

- a) Determine a taxa mensal de juros equivalente à porcentagem citada no texto. Recomendamos que, semelhante à taxa anual, sejam consideradas duas casas decimais para a taxa mensal.
- b) Para melhor controlar o montante desse investimento, o casal Pedrosa elaborou uma planilha, na qual são registrados os depósitos, os rendimentos e o saldo da conta. A Tabela 2.1 mostra parte dessa planilha, na qual devem constar os registros dos depósitos feitos nos primeiros meses, bem como o saldo e os rendimentos de cada mês. Complete-a.

Tabela 2.1: Controle de Saldo

Mês	Depósitos	Saldo no início do mês	Rendimentos	Saldo no final do mês
1° mês				
2° mês				
3° mês				
4° mês				

Fonte: Autoria própria

- c) Qual operação matemática você efetuou para preencher a coluna “Rendimentos”? E para preencher a coluna “Saldo no final do mês”?

- d) Podemos definir o saldo  $S$  no final do mês em função do mês  $n$ . Nesse caso, a função é  $S(n) = 300 \cdot (1,0087) \cdot \left[ \frac{(1,0087)^n - 1}{0,0087} \right]$ . Verifique a validade desta fórmula considerando os três primeiros meses da tabela.
- e) Use a função mencionada no item anterior para calcular o saldo ao final de dez anos de aplicações. Para isso, utilize uma calculadora científica.
- f) Para calcular o valor resgatado nesse investimento, ao final de dez anos, o casal Pedrosa deve considerar o desconto referente ao Imposto de Renda, calculado sobre os rendimentos dos valores depositados ao longo de todo o período, sob a alíquota de 15%. Sendo assim, calcule o valor resgatado nesse investimento.

---

## 2.2. SITUAÇÃO.

O saldo calculado ao final da situação anterior representa o montante que o casal Pedrosa terá para, junto com o valor do seu apartamento atual, investir em uma nova moradia. No momento atual, os valores parecem suficientes, pelo menos para a quitação de grande parte do valor do novo apartamento e um posterior financiamento do restante. Porém, esse casal sabe que deve considerar o efeito da inflação ao longo desse período. Pensando nisso, foram exploradas outras modalidades de depósito, entre as quais se destacou um plano de investimento com rentabilidade anual de 5,74% acima da inflação e vencimento para janeiro de 2032. Sabendo que o Governo Federal, por meio do Banco Central, estipulou os índices de 5,00% *a.a.* e 4,75% *a.a.* como metas

## §2.1. É HORA DE EXPLORAR!

---

máximas de inflação para 2022 e 2023 respectivamente, faça o que se pede.

- a) Com base nas metas divulgadas pelo Banco Central, calcule a taxa de rendimento acumulado ao longo desse período.
- b) A partir do item anterior, calcule a taxa média anual e a taxa mensal de juros.
- c) Considerando que o casal Pedrosa manterá a proposta de depositar R\$ 300,00 todos os meses, adapte a fórmula do item (e), da Situação 2.1, à taxa mensal de juros calculada no item anterior.
- d) Use a função mencionada no item anterior para calcular o saldo ao fim de dez anos de aplicações.
- e) Nessa modalidade, também devem ser considerados os descontos referentes ao Imposto de Renda, calculado sobre os rendimentos dos valores depositados ao longo de todo o período, sob a alíquota de 15%. Se considerarmos a taxa média mensal de juros, calculada no item (c), a mesma para o período de 10 anos nessa modalidade, aponte qual das duas modalidades de depósito é mais vantajosa para o casal Pedrosa.
- f) Escreva possíveis circunstâncias capazes de descaracterizar a vantagem apontada no item anterior.

Figura 2.1: Sugestão N° 6



Fonte: Autoria própria

## 2.2 Emprestando dinheiro para o governo

A arrecadação de impostos é o principal meio para um Estado se manter. A gestão desses recursos deve ocorrer de modo a suprir as principais necessidades da máquina pública, entre as quais destacamos a manutenção de serviços essenciais para a população e o pagamento do funcionalismo público que atua na prestação desses serviços.

Entretanto, um outro modo de o Estado captar recursos é através do Tesouro Direto, um programa iniciado em 2002 pela Secretaria do Tesouro Nacional, em parceria com a B3, bolsa de valores oficial do Brasil, para venda de títulos públicos federais para pessoas físicas. Tais títulos são ativos emitidos pelo governo

## §2.2. EMPRESTANDO DINHEIRO PARA O GOVERNO

federal com objetivo de financiar dívidas públicas e atividades do governo, permitindo que investidores emprestem seu dinheiro para o governo, visando a uma rentabilidade futura. Garantidos pelo Tesouro Nacional, tais empréstimos são considerados os investimentos mais seguros do país.

Outro objetivo do programa é democratizar o acesso aos títulos públicos, permitindo aplicações a partir de R\$ 30,00, o que o torna uma modalidade de investimento tão acessível quanto a poupança. Ademais, o Tesouro Direto oferece boa rentabilidade, liquidez diária e diferentes opções de investimentos, com taxas pré e pós-fixadas, atreladas à Taxa Selic ou ao IPCA. A Figura 2.2, obtida no *site* do programa, em maio de 2023, apresenta alguns desses planos.

Figura 2.2: Investimentos do Tesouro Direto

Título		Rentabilidade anual	Investimento mínimo	Preço Unitário	Vencimento	
TESOURO PREFIXADO 2026	?	11,40%	R\$ 30,10	R\$ 752,74	01/01/2026	Simule
TESOURO PREFIXADO 2029	?	11,77%	R\$ 32,14	R\$ 535,83	01/01/2029	Simule
TESOURO PREFIXADO com juros semestrais 2033	?	11,81%	R\$ 37,57	R\$ 939,27	01/01/2033	Simule
TESOURO SELIC 2026	?	SELIC + 0,0901%	R\$ 132,06	R\$ 13.206,56	01/03/2026	Simule
TESOURO SELIC 2029	?	SELIC + 0,1775%	R\$ 131,05	R\$ 13.105,03	01/03/2029	Simule
TESOURO IPCA* 2029	?	IPCA + 5,45%	R\$ 30,01	R\$ 3.001,97	15/05/2029	Simule
TESOURO IPCA* 2035	?	IPCA + 5,68%	R\$ 42,58	R\$ 2.129,04	15/05/2035	Simule
TESOURO IPCA* 2045	?	IPCA + 5,91%	R\$ 35,10	R\$ 1.170,09	15/05/2045	Simule
TESOURO IPCA* com juros semestrais 2032	?	IPCA + 5,56%	R\$ 43,12	R\$ 4.312,18	15/08/2032	Simule
TESOURO IPCA* com juros semestrais 2040	?	IPCA + 5,75%	R\$ 42,98	R\$ 4.298,26	15/08/2040	Simule
TESOURO IPCA* com juros semestrais 2055	?	IPCA + 5,80%	R\$ 42,49	R\$ 4.249,62	15/05/2055	

Fonte: Tesouro Direto, <https://www.tesourodireto.com.br/titulos/precos-e-taxas.htm>,

acesso em 17/05/2023

Na Figura 2.2, observamos diferentes opções de investimentos, com taxas prefixadas (as três primeiras) e pós-fixadas (as demais mostradas, que oferecem rentabilidade atrelada a um indexador, que pode variar ao longo do período), além de diferentes prazos de vencimentos. Ademais, vemos também alguns títulos “com juros semestrais”. Isso significa que os rendimentos são pagos semestralmente, ficando para a data de vencimento apenas a devolução do valor investido e os juros do último semestre de investimento.

Embora sejam investimentos de liquidez diária, ou seja, seu dinheiro pode ser resgatado a qualquer tempo, vale ressaltar que o rendimento preacordado é garantido apenas se o título permanecer até a data de vencimento. Se o investidor optar em retirar seu dinheiro antes da data de vencimento, o título será vendido no mercado e o investidor receberá o valor que o mercado está pagando naquele momento. Além disso, se o prazo de resgate for inferior a 30 dias da aplicação, haverá cobrança do Imposto sobre Operações Financeiras - IOF.

As Situações 2.1 e 2.2 foram construídas com base em dois títulos oferecidos pelo Tesouro Direto, a saber, o Tesouro Prefixado e o Tesouro IPCA<sup>+</sup>, respectivamente, ambos listados na figura anterior. Enquanto o título Tesouro Prefixado facilita o planejamento do investidor, visto que ele sabe previamente quanto será resgatado na data do vencimento, o plano Tesouro IPCA<sup>+</sup>, objetiva aumentar o poder de compra do investidor à época do vencimento, uma vez que há promessas de rendimentos acima da inflação. Já os planos com juros vinculados à Selic garantem uma rentabilidade melhor que a das cadernetas de poupança.

Na Situação 2.2, as taxas mencionadas para o IPCA - 5,00% e 4,75% - simulam as metas de inflação divulgadas pelo Banco Central para 2023 e 2024 respectivamente. Nesse caso, para um

única aplicação, em dezembro de 2022, o valor acumulado ao fim de 2024 seria dado pelo fator  $(1,0500)(1,0475)(1,0574)^2 = 1,2298$ , correspondente a um aumento de 22,98% no período de dois anos, ou ainda,

$$\diamond 10,90\% \text{ a.a. } (\sqrt{1,2298})$$

$$\diamond 0,87\% \text{ a.m. } (\sqrt[12]{1,1090})$$

Essa taxa mensal pode ser usada em cálculos de montantes para depósitos mensais e regulares, por meio de fórmulas, planilhas e *softwares*.

A fórmula a que fazemos referência nesse texto é

$$S = D \cdot (1 + i) \cdot \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right],$$

sendo  $S$  o saldo de  $n$  depósitos mensais de  $D$  reais, sob uma taxa mensal  $i$ . Neste capítulo, ela aparece nas situações 2.1 e 2.2. A dedução dessa fórmula, baseada na soma dos termos de uma progressão geométrica de razão  $(1 + i)$ , será apresentada na próxima subseção 2.2.1.

Além da calculadora científica, outros recursos podem ser utilizados para determinar o saldo ao longo de um período de depósitos regulares, dada uma taxa de juros constante, a saber, o *software* Planilha Calc (ou similar) e a já citada Calculadora do Cidadão. No caso da Planilha Calc, fazemos referência à função “VF”, e, para a Calculadora do Cidadão, à função “Aplicações com depósitos regulares”. Nesse material contemplaremos a segunda, ainda nessa seção.

A exemplo das situações 2.1 e 2.2, os títulos do Tesouro Direto são passíveis de tributação pelo Imposto de Renda, que pode variar regressivamente conforme a duração do investimento. Tal

variação é evidenciada na Tabela 2.2 e será utilizada em atividades posteriores.

Tabela 2.2: Tabela Regressiva de IR

Prazo do Investimento	Alíquota
Até 180 dias	22,5%
De 181 até 360 dias	20%
De 361 até 720 dias	17,5%
Acima de 720 dias	15%

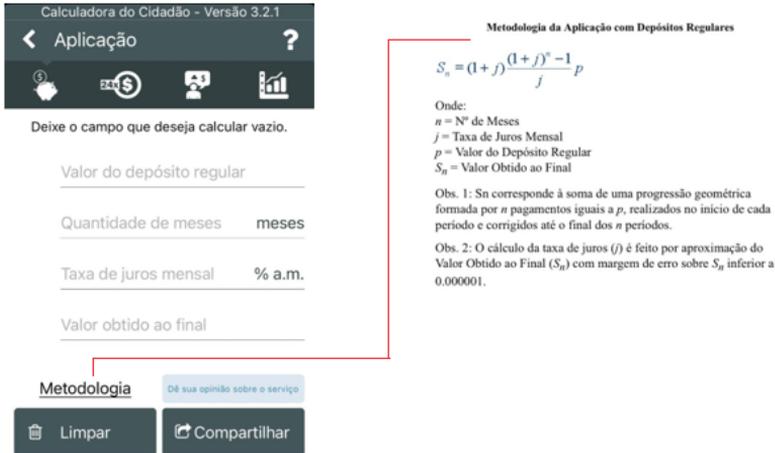
Fonte: Receita Federal

### 2.2.1 Calculadora do Cidadão - aplicações com depósitos regulares

Já citada nessa seção, a Situação 2.1 é exemplo de investimento de renda fixa, com taxa prefixada e aplicações regulares. Simulações para esse exemplo e modelos semelhantes podem ser feitas por meio da Calculadora do Cidadão, na funcionalidade *Apliação com depósitos regulares*.

A funcionalidade *Apliação com depósitos regulares* pode ser explorada em situações em que o cidadão quer descobrir quanto terá no futuro se economizar e aplicar, todo mês, uma parcela de sua renda. Para isso, semelhante à funcionalidade *Valor futuro de capital*, apresentada no capítulo anterior, consideram-se quatro grandezas, a saber: o número de meses ( $n$ ), a taxa de juros prefixada ( $j$ ), valor do depósito ( $p$ ) e o valor obtido ao final do período ( $S_n$ ). A Figura 2.3 mostra como funciona o simulador dessa funcionalidade.

Figura 2.3: Aplicação com depósitos regulares



Fonte: App Calculadora do Cidadão, maio de 2023

Na Figura 2.3, a fórmula apresentada como metodologia de cálculo considera uma situação em que  $n$  depósitos regulares, no valor de  $p$  reais, realizados no início de cada período e corrigidos até o final dos períodos por uma taxa  $j$ , forma uma sequência de somas  $S_n$ , como a apresentada abaixo.

$$n = 1 : S_1 = p(1 + j)$$

$$n = 2 : S_2 = p(1 + j) + p(1 + j)^2$$

...

$$n = k : S_k = p(1 + j) + p(1 + j)^2 + \dots + p(1 + j)^k$$

Observe que  $S_n$  é a soma finita de uma progressão geométrica de razão  $(1 + j)$  e primeiro termo  $p(1 + j)$ ; daí tem-se

$$S_n = p(1 + j) \cdot \frac{1 - (1 + j)^n}{1 - (1 + j)} \implies S_n = (1 + j) \cdot \frac{(1 + j)^n - 1}{j} \cdot p$$

como utilizado de acordo com a metodologia da Calculadora.

Considerando os dados da Situação 2.1, podemos utilizar essa ferramenta, na qual temos depósitos mensais de R\$ 300,00, feitos ao longo de 120 meses, em um fundo que rende 0,87% *a.m.*. Lançando esses dados na Calculadora do Cidadão, temos o resultado R\$ 63.574,52, conforme mostra a Figura 2.4.

Figura 2.4: Aplicação da Situação 2.1



Fonte: App Calculadora Cidadão, maio de 2023

O saldo final exibido na Figura 2.4 difere-se em relação ao do item (e) da Situação 2.1 devido a arredondamentos distintos aplicados nas calculadoras utilizadas. Além disso, esse saldo obtido refere-se ao saldo bruto, sem considerar descontos referentes ao imposto de renda e/ou efeitos da inflação. Quanto a

### §2.3. VAMOS PRATICAR!

---

esses abatimentos, podemos usar operações simples para obtê-los, semelhantes às aquelas executadas no item (f) da Situação 2.1. Procedimentos semelhantes ao anterior podem ser aplicados na resolução da Situação 2.2, além das questões propostas na seção *Vamos Praticar!*.

## 2.3 Vamos praticar!

### EXERCÍCIOS.

**2.5** (Calculadora do Cidadão) Pensando em complementar sua aposentadoria, Jair, hoje com 40 anos, pretende guardar parte de seu salário todos os meses, até completar 60 anos. Para isso, ele pretende depositar R\$ 150,00 todos os meses em um fundo de investimento, cuja taxa de juros é prefixada em 0,8% ao mês. Qual será o montante aproximado que Jair acumulará ao fim desse prazo, dado que todos os depósitos foram constantes e ininterruptos?

a) 3 mil reais. b) 36 mil reais. c) 42 mil reais. d) 74 mil reais. e) 109 mil reais.

**2.6** (Calculadora do Cidadão) Leo está planejando comprar um celular que custa R\$ 2000,00. Para isso, ele vai investir parte do seu salário, o valor de R\$ 320,00 por mês, em uma aplicação que rende 1,2% ao mês. Nessas condições, em quantos meses Leo terá o montante necessário para o celular?

a) 5 meses. b) 6 meses. c) 7 meses. d) 8 meses. e) 9 meses.

**2.7** Na questão anterior, ao findar o período de depósitos, Leo foi resgatar o montante acumulado. No entanto, ao verificar o saldo, percebeu que o valor líquido na conta era

menor que o esperado. Logo, precisou inteirar alguns reais para comprar o almejado celular. Sabendo que Leo fez aplicações em um dos planos do Tesouro Direto Prefixado, a redução mencionada no texto deve-se

- a) ao aumento no valor do produto desejado.
- b) à diminuição do poder de compra causada pela inflação.
- c) ao desconto do Imposto de Renda sobre os rendimentos.
- d) à taxa de administração do fundo da aplicação pela corretora.
- e) à taxa de juros fixada incidir somente sobre o valor inicial depositado.

**2.8** (Calculadora científica) Carina, uma investidora com perfil conservador, decidiu aplicar R\$ 1500,00 em títulos de renda fixa por um período de 2 anos. Após várias pesquisas, ela optou por um título pós-fixado, com uma taxa de rendimento de  $2\% \text{ a.a.} + \text{IPCA}$ . Sabendo que o IPCA nesses dois anos foi, respectivamente, igual a  $4,5\% \text{ a.a}$  e  $7\% \text{ a.a}$ , podemos estimar o rendimento aproximado dessa aplicação, sem desconto de imposto de renda, em:

- a) R\$ 240,00.
  - b) R\$ 245,00.
  - c) R\$ 250,00.
  - d) R\$ 255,00.
  - e) R\$ 260,00.
-

## 2.4 Ninguém me contou isso antes!

### Taxa Selic: Poupança & Inflação

A caderneta de poupança é considerada uma das formas mais comuns de aplicação financeira no país. Instituída desde os tempos do Império, na criação da primeira Caixa Econômica da Corte, por Dom Pedro II, a caderneta de poupança foi a primeira modalidade de aplicação financeira garantida pelo governo.

A popularização da caderneta de poupança ao longo dos anos justifica-se por diversos fatores: a facilidade de movimentação, com a possibilidade de se aplicar pequenas quantias e com liquidez imediata; a isenção de impostos, tais como o Imposto sobre Operações Financeiras (IOF) e o Imposto de Renda (IR); a cobertura do Fundo Garantidor de Crédito (FGC); e a integração à conta corrente, em diversas instituições. Além desses, ressaltamos como fator adicional à popularização dessa modalidade o desconhecimento, por grande parte da população, de outros tipos de investimentos, igualmente seguros e acessíveis a todas as faixas de renda.

O sistema de remuneração na caderneta de poupança é regido pelas leis 8.177, de 1991, e 12.703, de 2012. Segundo as referidas legislações, os rendimentos ocorrem nas seguintes condições:

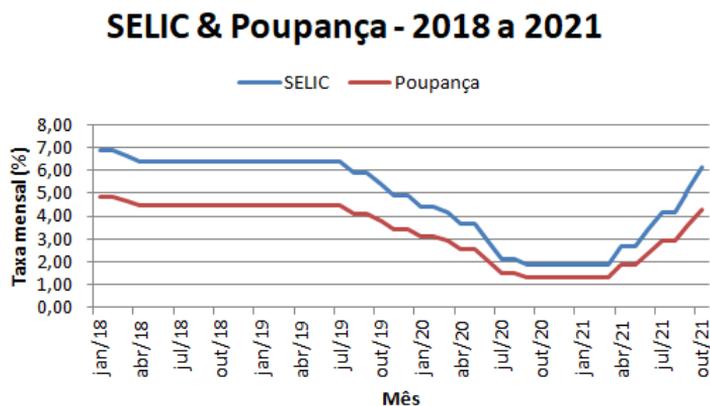
- I. 0,5% ao mês + TR, caso a Taxa Selic seja superior a 8,5%.
- II. 70% da Taxa Selic + TR, caso a Taxa Selic seja inferior a 8,5%.

A sigla TR refere-se à Taxa Referencial. Trata-se de uma taxa obtida a partir das médias das taxas de juros utilizadas nos Certificados de Depósito Interbancário (CDI) ofertados por

bancos comerciais. Por determinação do Banco Central, a fim de garantir a estabilidade econômica dos bancos e o poder de compra da população, essa taxa permanece zerada desde 2018.

Dado esse contexto, temos que os rendimentos da poupança vinculam-se, exclusivamente, à taxa Selic. O gráfico da Figura 2.5 mostra a evolução dessa taxa e dos rendimentos mensais da poupança ao longo dos meses, de janeiro de 2018 a outubro de 2021, obtidas no *site* do Banco Central (<https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/historicometas>, acesso em 15/05/23). Quanto às taxas mensais mostradas para a Taxa Selic, essas são equivalentes às divulgadas pelo Banco Central (<https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/historicotaxasjuros>, acesso em 15/05/23), vigentes no dia primeiro de cada mês.

Figura 2.5: Selic & Poupança: 2018 a 2021



Fonte: Banco Central

## §2.4. NINGUÉM ME CONTOU ISSO ANTES!

---

Vejamos alguns exemplos:

- 1) Em 02/12/2021, a meta para Taxa Selic era 7,75% ao ano.

Dado que essa taxa adéqua-se à condição (ii), calculemos a remuneração estimada para a poupança:

*Poupança anual:* 70% de 7,75 =  $0,7 \times 7,75 = 5,43\%$  a.a.

*Poupança mensal:*  $(1 + i)^{12} = 1,0543 \implies i = 0,0044 = 0,44\%$ .

- 2) Em 02/01/2022, a meta para Taxa Selic era 9,25% ao ano.

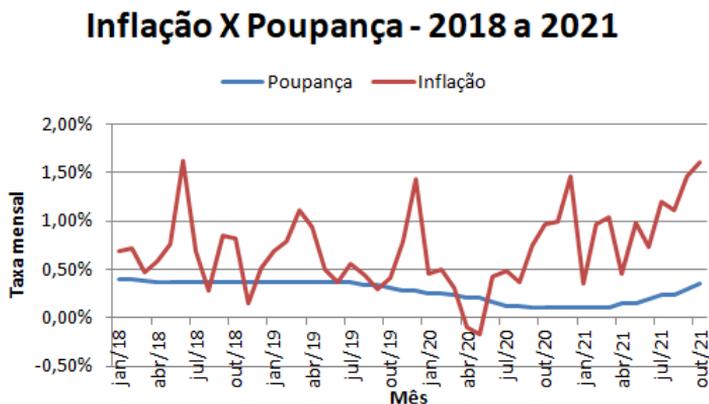
Dado que essa taxa se adéqua à condição (i), a remuneração da poupança é dada por

*Poupança mensal:* 0,5% a.m. + TR

*Poupança anual:*  $(1,005)^{12} = 1 + I \implies I = 0,0617 = 6,17\%$  a.a.

Outra desvantagem apontada para a caderneta de poupança é o baixo rendimento, aquém da Taxa Selic. Uma vez que essa taxa também é um indicador para controlar a inflação, muitas vezes o Índice de Preços para o Consumidor Amplo – IPCA supera os rendimentos da poupança. Tal fato é evidenciado na Figura 2.6, construída a partir do histórico de inflação divulgada pelo IBGE em <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidoramplo.html?edicao=20932&t=series-historicas>, acesso em 15/05/2023.

Figura 2.6: Inflação & Poupança: 2018 a 2021



Fonte: IBGE

Na Figura 2.6, podemos observar quão curtos foram os períodos de tempo em que os rendimentos da poupança superaram a inflação. Nesse contexto, percebemos as cadernetas de poupança como uma modalidade de investimento que não mantém o poder de compra do investidor, apresentando, frequentemente, rentabilidades negativas frente à inflação.

Para ilustrar esse fato, tomemos como exemplo os números vigentes em 02/12/2021 para a Taxa Selic (7,75% *a.a.*) e, conseqüentemente, para as cadernetas de poupança (5,43% *a.a.*), além do IPCA acumulado nos últimos 12 meses (10,12% *a.a.*). Com base nesses índices, a taxa de juros real -  $T_{\text{real}}$  para as cadernetas de poupança é dada por

$$T_{\text{real}} = \frac{1 + i_{\text{poupança}}}{1 + i_{\text{inflação}}} - 1 = \frac{1 + 0,0543}{1 + 0,1012} - 1 = -0,0426 = -4,26\%.$$

Generalizando, se o IPCA for superior a 70% da Taxa Selic, a poupança renderá uma taxa de juros real -  $T_{\text{real}}$  negativa, reduzindo o poder de compra do investidor. Embasados em cálculos

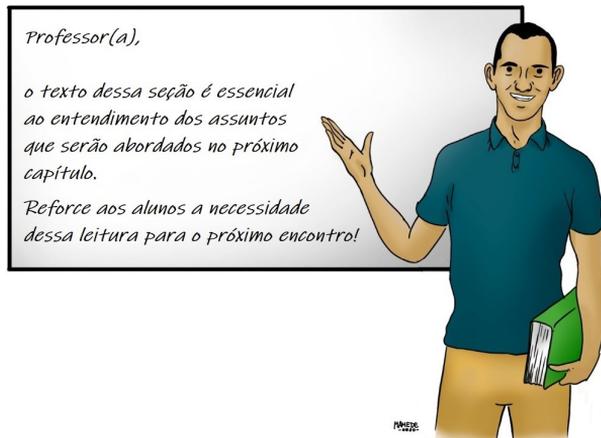
## §2.4. NINGUÉM ME CONTOU ISSO ANTES!

---

semelhantes, especialistas afirmam que investir na poupança é perder dinheiro, pois seus rendimentos perdem-se ante a inflação. Sendo assim, a fim de preservar o poder de compra ( $T_{\text{real}} = 0,00\%$ ) ou até obter rendimentos realmente lucrativos ( $T_{\text{real}} > 0,00\%$ ) é necessário pesquisar outras modalidades de investimento.

Os investimentos no Tesouro Direto, estudados neste capítulo, possuem uma rentabilidade melhor que a poupança e são considerados mais seguros. Na renda fixa privada temos também outras opções de investimentos com cobertura pelo Fundo Garantidor de Crédito - FGC, ou seja, tão seguros quanto a poupança, que possuem uma rentabilidade melhor, como veremos no capítulo seguinte.

Figura 2.7: Sugestão Nº 7



Fonte: Autoria própria

## 2.5 Professor(a), e se...?

*Professor(a), a Taxa Selic pode ser maior que o IPCA acumulado?*

Sim. Na tentativa de diminuir a inflação acumulada, muitas vezes o Copom aumenta a Taxa Selic. Por exemplo, em abril de 2023, a inflação acumulada nos últimos 12 meses no Brasil, divulgada pelo IBGE, estava em 4,18%, enquanto a Taxa Selic estava em 13,75% a.a..

*Professor(a), o que significa dizer que o rendimento da poupança está negativo?*

Dizer que o rendimento da poupança está negativo não significa que haverá uma diminuição no valor que foi investido. O termo “negativo” refere-se à diminuição do poder de compra do valor aplicado frente aos índices inflacionários superiores ao rendimento da poupança.

*Professor(a), o que é deflação?*

No período de deflação, ao contrário da inflação, os preços dos produtos e serviços diminuem em relação ao período anterior.

*Professor(a), por que o Tesouro Direto é considerado o investimento mais seguro do país?*

Os títulos do Tesouro Direto são emitidos pelo governo e as chances de uma dívida pública não serem pagas são consideradas zero. Logo, ele é considerado o investimento mais seguro do país.

## INVESTIMENTOS EM RENDA FIXA PRIVADA: CDB, LCI E LCA

---

O objetivo desta terceira aula é apresentar mais três investimentos em renda fixa: CDB, LCI e LCA. Neste capítulo, os alunos consolidarão o estudo dos conceitos adquiridos nas aulas anteriores: porcentagem, juros compostos e taxas equivalentes. Para o desenvolvimento deste capítulo, você precisará de 2 horas-aulas.

Para desenvolver a Seção 3.1, serão necessários os conceitos de porcentagens, juros compostos e cálculo de taxas equivalentes. Para isso, os alunos, organizados em duplas e/ou trios, terão 40 minutos para resolver as situações propostas. Devido à natureza das operações, é aconselhável o uso da calculadora científica. A intervenção do professor neste capítulo será menos requerida. A Calculadora do Cidadão também poderá ser utilizada durante a atividade.

A Seção 3.2 apresentará os três investimentos de renda fixa privada anunciados - CDB, LCI e LCA - além de fazer as comparações entre eles, mostrando suas semelhanças e diferenças. Para entender esses investimentos, os alunos usarão seus conhecimentos de matemática financeira para entender as taxas aplicadas

nos investimentos e o imposto de renda cobrado no resgate, caso exista. Novamente, serão necessários os conceitos de taxa de inflação (IPCA) e taxa Selic, bem como taxa CDI, além da utilização da Calculadora do Cidadão. Essa explanação pode ser feita em um período de 30 minutos.

Na Seção 3.3, são propostas algumas atividades que podem ser feitas em sala, com auxílio das calculadoras científica e do Cidadão. Para tanto, os alunos disporão de 20 minutos. Ao fim desse período, disponibiliza-se o gabarito, que será o detonador de possíveis correções. Vale, então, acrescentar 10 minutos para sanar possíveis dúvidas.

A Seção 3.4 traz um texto complementar que apresenta outros títulos privados da Renda Fixa: RDB (Recibo de Depósito Bancário), CRI (Certificado de Recebíveis Imobiliários), CRA (Certificado de Recebíveis do Agronegócio), Debêntures e Fundos de Investimentos. A recomendação é que os alunos façam essa leitura após o terceiro encontro, como tarefa prévia ao quarto encontro.

A Seção 3.5 traz possíveis questionamentos dos alunos quanto a investimentos de renda fixa. As perguntas desta seção foram feitas por alunos participantes das aplicações experimentais deste material e/ou propostas pelos autores.

## 3.1 É hora de explorar!

### 3.1. SITUAÇÃO.

Amélia recebeu R\$ 5000,00 referentes à rescisão contratual de seu último emprego. Sem planos para o presente, ela decidiu aplicar todo o dinheiro em um Certificado de Depósito Bancário - CDB, durante 8 meses. Nessa modalidade, os rendimentos são atrelados à taxa de Certificado de Depósito Interbancário -

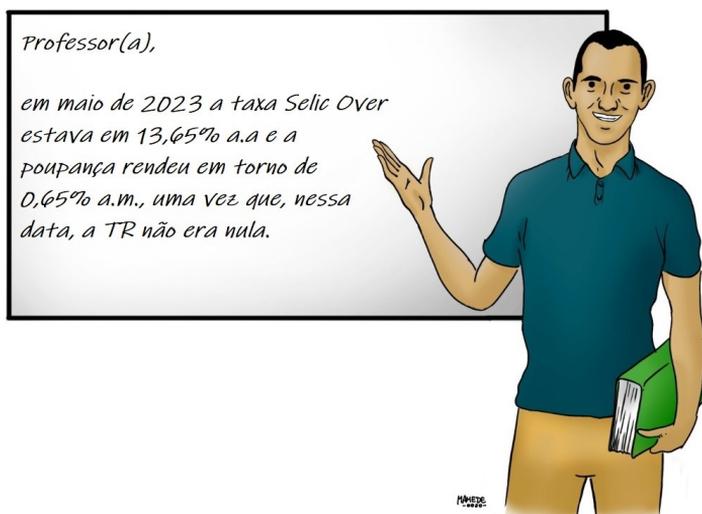
### §3.1. É HORA DE EXPLORAR!

---

CDI, que possui a mesma taxa de juros da Selic *over*, a qual, por sua vez, rege o rendimento da poupança. Assim, Amélia esperava receber um rendimento melhor do que se optasse pela poupança. O título pelo qual Amélia optou oferecia rendimentos anuais de 110% sobre o CDI, porém com desconto, ao final da aplicação, de 20% sobre os rendimentos, a título de Imposto de Renda. Sabendo que, à época da rescisão, durante a aplicação, a taxa CDI (e também a Taxa Selic *over*) era de 13,65% *a.a.* durante todo esse período, faça o que se pede.

- a) Determine a taxa de rendimento anual do CDB.
- b) Determine a taxa de rendimento mensal do CDB.
- c) Calcule o valor do montante aplicado por Amélia no CDB, ao final de 8 meses, antes do resgate.
- d) Determine o valor do desconto referente ao Imposto de Renda.
- e) Determine o valor líquido ao final dessa aplicação.
- f) A poupança é um tipo de aplicação que rende 0,5% ao mês + TR, caso a Taxa Selic seja superior a 8,5%. Considerando a TR igual a zero nessa situação, qual o valor resgatado por Amélia, caso ela tivesse optado por esse investimento?
- g) O investimento em CDB é sempre mais vantajoso que o investimento na poupança?

Figura 3.1: Sugestão N° 8



Fonte: Autoria própria

### 3.2. SITUAÇÃO.

Navegando pelo menu “Investimentos” de seu *Internet Banking*, Amélia descobriu outras modalidades de investimento além das citadas na situação anterior. Para surpresa dela, a lista de títulos disponíveis era bem grande, podendo ser limitada por filtros diversos. Ao selecionar o filtro “Isento do Imposto de Renda”, a lista de Investimentos de Renda Fixa foi reduzida aos títulos Letra de Crédito do Agronegócio - LCA e Letra de Crédito Imobiliário - LCI, ambas atreladas ao CDI. Nessa lista, Amélia interessou-se por um LCI cujo rendimento era 100% do CDI, com resgate no vencimento, a saber, 8 meses. Considerando válidos os números citados na situação anterior para CDI e caderneta de poupança, bem como o valor da aplicação, faça o que se pede.

### §3.2. CDB x LCI/LCA

---

- a) Determine a taxa de rendimento mensal do LCI.
  - b) Calcule o montante no final do período mencionado nesse enunciado, caso Amélia deixe o dinheiro aplicado no LCI.
  - c) A partir do item (b) e dos valores calculados na situação anterior, identifique qual modalidade mais remunera Amélia.
  - d) Identifique uma desvantagem de Amélia ao optar pelo LCI em relação aos demais investimentos analisados no item (c).
- 

## 3.2 CDB x LCI/LCA

A Situação problema 3.1 da seção anterior apresenta um título da renda fixa privada que é o principal substituto da poupança, hoje, no mundo dos investimentos, o CDB - Certificado de Depósito Bancário. Ele é um investimento tão seguro quanto a poupança, pois possui proteção FGC, porém oferece maior rentabilidade, já que, em geral, rende 100% CDI ou mais, mesmo tendo desconto do Imposto de Renda sobre o lucro, como apresentado na Tabela 2.1 no capítulo anterior para o Tesouro Direto. Além do IR, também são descontados o IOF para investimentos que tiverem uma duração inferior a 30 dias.

O CDB pode possuir rentabilidade prefixada (exemplo: 10% *a.a.*), pós-fixada (exemplo: 110% CDI) ou híbrida (exemplo: IPCA + 4%). Em geral, os títulos de CDB possuem liquidez diária, ou seja, resgate imediato, razão pela qual eles se constituem bons substitutos para a poupança. Entretanto, são oferecidos

títulos de CDB com liquidez no vencimento. Outra vantagem sobre a poupança é que os juros dos CDBs são calculados diariamente, rendendo durante os 252 dias úteis do ano.

A Tabela 3.1 traz uma comparação sobre os valores mencionados na Situação 3.1, na qual o valor investido por Amélia no CDB obteve um lucro maior do que se ela tivesse investido na poupança, mesmo com o pagamento do IR.

Tabela 3.1: Poupança x CDB

Modalidade	Valor investido (R\$)	Taxa de juros	Montante (8 meses)	Desconto IR	Saldo Líquido
Poupança	5000,00	0,5% <i>a.m.</i>	R\$ 5203,54	Isento	R\$ 5203,54
CDB	5000,00	1,17% <i>a.m.</i>	R\$ 5488,74	R\$ 97,75	R\$ 5390,99

Fonte: Autoria própria

Além do CDB, existem outros títulos privados que oferecem boa rentabilidade e possuem cobertura FGC, como a LCI e a LCA, citados na Situação 3.2.

A LCI - Letra de Crédito Imobiliário e a LCA - Letra de Crédito Agronegócio são investimentos na renda fixa privada que possuem isenção do Imposto de Renda e IOF. Como o CDB, as letras de crédito oferecem rentabilidade prefixada, pós-fixada e híbrida. Porém, os títulos de LCI e LCA possuem carência mínima regulatória, ou seja, o dinheiro não pode ser retirado antes do prazo, que varia de 3 a 36 meses, dependendo do indexador. Alguns títulos possuem liquidez diária após o prazo de carência até o vencimento, que varia de 1 a 3 anos.

Para saber qual é o melhor investimento entre o CDB e a LCI/LCA, investimento com IR e sem IR, temos que, primeira-

### §3.3. VAMOS PRATICAR!

---

mente, ter atenção ao prazo em que se pretende permanecer no investimento e, se ambos forem possíveis, comparar o retorno de cada um. Como o IR reduz com o passar do tempo, isso também deve ser levado em consideração no cálculo para compará-los.

#### 3.3. EXEMPLO.

#### COMPARAÇÃO LCI OU LCA COM UM CDB

CDB 100% do CDI com prazo de 25 meses, ou seja, 15% de IR.

$100 \times (1 - 0,15) = 100 \times 0,85 = 85\%$  do CDI de rendimento líquido

LCI ou LCA que rende 85% do CDI equivale a um CDB 100% CDI, acima dessa porcentagem ele é mais vantajoso.

---

### 3.3 Vamos praticar!

#### EXERCÍCIOS.

**3.9** (Calculadora científica) Ao pesquisar sobre modalidades de investimentos isentos de Imposto de Renda, Rogério encontrou as Letras de Crédito do Agronegócio - LCA, cujas taxas de rendimento podem ser prefixadas ou atreladas ao CDI ou, ainda, ao IPCA. A Tabela 3.2 lista três títulos que chamaram a atenção de Rogério. Na data da pesquisa (01/11/2022), Rogério verificou que os índices anuais vigentes para CDI e IPCA eram, respectivamente, 13,65% *a.a.* e 7,17% *a.a.*. Considerando essas taxas válidas para todo o período, é correto afirmar que

- a) a taxa prefixada tem o melhor rendimento.

- b) a taxa prefixada tem melhor rendimento do que a pós-fixada com indexador CDI.
- c) a taxa pós-fixada com indexador CDI possui o menor rendimento.
- d) a taxa híbrida com indexador IPCA tem melhor rendimento apenas do que a taxa prefixada.
- e) a taxa híbrida com indexador IPCA tem melhor rendimento do que a pós-fixada com indexador CDI.

Tabela 3.2: Poupança x CDB

Produto	IR	Rentabilidade para o Indexador	Vencimento	Valor Mínimo (R\$)
LCA (liq. no vencimento)	Isento	12% <i>a.a.</i>	360 dias	1.000,00
LCA (liq. no vencimento)	Isento	92% CDI	360 dias	1.000,00
LCA (liq. no vencimento)	Isento	IPCA + 5,20% <i>a.a.</i>	360 dias	1.000,00

Fonte: Autoria própria

**3.10** Sobre os títulos mostrados na questão anterior, considere três aplicações distintas, de mesmo valor e vencimento. Sob qual condição o investimento prefixado é a melhor opção entre as modalidades listadas?

- a) CDI, no momento da aplicação, ser igual a 13,5% *a.a.* e IPCA igual a 6,45% *a.a.*.
- b) CDI, no momento da aplicação, ser superior a 13,5% *a.a.* e IPCA superior a 6,45% *a.a.*.
- c) IPCA, no momento da aplicação, ser inferior a 6,45% *a.a.* e CDI inferior a 13% *a.a.*.

### §3.4. NINGUÉM ME CONTOU ISSO ANTES!

---

d) IPCA, no momento da aplicação, ser igual a 6,45% *a.a.* e CDI igual a 13,5% *a.a.*.

e) IPCA, no momento da aplicação, ser inferior a 6,45% *a.a.* e CDI inferior a 13,75% *a.a.*.

**3.11** (Calculadora científica) Um banco oferece um CDB com taxa 115% CDI, com resgate imediato, para investimento mínimo de R\$ 150,00. A mãe de Paulo investiu nessa modalidade um valor de R\$ 1500,00 e não fez aplicações mensais durante o período. Considerando a taxa CDI em 9,65% *a.a.* durante todo o período, qual será o valor resgatado por ela após 15 meses?

a) R\$ 1500,00 b) R\$ 1650,90 c) R\$ 1673,80 d) R\$ 1682,91  
e) R\$ 1710,67

**3.12** (Calculadora do Cidadão) José recebeu uma herança no valor de R\$ 25000,00 e resolveu investir todo esse dinheiro em um LCI, Letra de Crédito Imobiliário, com rendimento prefixado a 1,2% *a.m.* e resgate no vencimento, ou seja, apenas após 2 anos do depósito no investimento. Qual o valor do montante resgatado após esse período?

a) R\$ 33286,82 b) R\$ 31658,90 c) R\$ 29356,65 d) R\$ 25730,02  
e) R\$ 25603,60

---

## 3.4 Ninguém me contou isso antes!

### Renda Fixa: títulos privados e suas taxas

Além do CDB, LCI e LCA, temos outros títulos da Renda Fixa Privada que possuem boa rentabilidade. São eles: RDB

(Recibo de Depósito Bancário), CRI (Certificado de Recebíveis Imobiliários), CRA (Certificado de Recebíveis do Agronegócio), Debêntures e Fundos de Investimentos de Renda Fixa.

O RDB, ou Recibo de Depósito Privado, como o CDB, é um investimento da renda fixa por meio do qual emprestamos dinheiro para um banco privado. Suas características são similares às de um CDB. Porém, em geral, não temos RDB de liquidez diária, comumente eles são de liquidez no vencimento, além de não poderem ser negociáveis no mercado secundário.

Os chamados CRI e CRA são, respectivamente, Certificados de Recebíveis Imobiliários e Certificados de Recebíveis do Agronegócio, dois investimentos da renda fixa que são isentos de imposto de renda. São títulos de renda fixa negociáveis por instituições não financeiras que securitizam dívidas de uma empresa do setor imobiliário ou agro que, por diversos motivos, podem optar por não fazer um empréstimo em bancos. São investimentos de baixa liquidez e sem proteção do FGC.

Os Debêntures são os investimentos de renda fixa mais ariscados emitidos por sociedades de ações para obter recursos. Ela é um título de dívida, ou seja, o investidor é um credor da empresa da qual compra a debênture. A empresa, por sua vez, costuma pagar ao credor uma alta taxa de juros, logo pode ser um investimento de maior rentabilidade, mas existe o risco de a empresa não arcar com sua dívida. A modalidade não possui proteção do FGC. A liquidez é no vencimento e possui cobrança de IR.

Já os Fundos de Investimentos de Renda Fixa são fundos que buscam a maior parte da sua rentabilidade em investimentos de renda fixa, sendo no mínimo 80% em algum tipo de ativo desse tipo. Entre as vantagens de fazer essa opção estão a facilidade para investir com baixa quantia inicial e diversificação da car-

### §3.5. PROFESSOR(A), E SE...?

---

teira. Entre as desvantagens devemos considerar a falta de proteção do FGC, as altas taxas de administração e a antecipação do desconto do IR ao vencimento.

Como podemos perceber, há uma variedade de investimentos na renda fixa que permitem a um investidor, em especial os mais conservadores, diversificar sua carteira, tendo sempre como norte sua meta para cada investimento, avaliando rendimento, segurança e liquidez.

Figura 3.2: Sugestão Nº 9



Fonte: Autoria própria

## 3.5 Professor(a), e se...?

*Professor(a), todo investimento da renda fixa tem proteção do FGC?*

### CAPÍTULO 3. INVESTIMENTOS EM RENDA FIXA PRIVADA

Não, alguns investimentos em renda fixa não têm proteção do FGC, como CRI e CRA, debêntures e títulos do tesouro direto.

### §3.5. PROFESSOR(A), E SE...?

---

*Professor(a), é possível perder dinheiro na Renda Fixa?*

Sim. Se a rentabilidade do seu investimento estiver abaixo do índice de inflação no período, o dinheiro perde poder de compra em relação ao Mercado Financeiro, ou seja, perde valor.



## RENDA VARIÁVEL

---

O objetivo desta quarta aula é apresentar os investimentos em renda variável de forma simples e bastante introdutória, utilizando o Mercado de Ações. Neste capítulo, os alunos aplicarão o cálculo de porcentagens positivas e negativas e farão interpretação de gráficos. Para o desenvolvimento deste capítulo, você precisará de 2 horas-aulas.

A Seção 4.1 aplicará novamente conceitos de porcentagens, apresentando situações de aumentos e descontos. Como novidade será necessário analisar gráficos de investimentos. Para isso, os alunos, organizados em duplas e/ou trios, terão 40 minutos para resolver as situações propostas. Devido à natureza das operações, são aconselháveis o uso da calculadora e a intervenção do professor.

A Seção 4.2 introduz os investimentos de Renda Variável apresentando o Mercado de Compra de Ações, além de expor de forma simples a discussão acerca do que é um *Day Trade* e um *Swing Trade*. Para entender os crescimentos e decrescimentos do valor das ações será requerida a discussão sobre aumentos sucessivos e descontos sucessivos, além de interpretação do gráfico que apresenta o valor de uma ação ao longo de um determinado tempo. Essa explanação pode ser feita em um período de 30 minutos.

A Seção 4.3 destina-se à aplicação desses conceitos. Nela são propostas algumas atividades que podem ser feitas em sala, com

o auxílio de uma calculadora. Para tanto, os alunos disporão de 20 minutos. Ao fim desse período, disponibiliza-se o gabarito, que será o detonador de possíveis correções. Vale, então, acrescentar 10 minutos para sanar prováveis dúvidas.

A Seção 4.4 apresenta um texto complementar que deseja auxiliar na tomada de decisão sobre investir na renda fixa ou na renda variável. A recomendação é que os alunos façam essa leitura após finalizar as quatro aulas.

A Seção 4.5 traz possíveis questionamentos dos alunos quanto aos investimentos na renda variável. As perguntas desta seção foram feitas por alunos participantes das aplicações experimentais deste material e/ou propostas pelos autores.

## 4.1 É hora de explorar!

### 4.1. SITUAÇÃO.

Um trabalhador recebeu, em dezembro de 2022, seu décimo terceiro e férias. Após quitar alguns débitos durante esse mês e o seguinte, ele investiu, em fevereiro de 2023, R\$ 1000,00 nas ações da empresa K1.

- a) Durante os meses de março, abril e maio de 2023 essa ação teve uma alta de 6% *a.m.*, 5,5% *a.m.* e 3% *a.m.*, respectivamente. Qual valor esse trabalhador acumulou ao final desse período? Utilize a Tabela 4.1 para registrar seus cálculos.

Obs.: Considere que esse trabalhador não comprou novas ações dessa empresa K1 e que o valor apresentado *a.m.* corresponde ao valor das ações acumulado durante o mês de investimento, a partir da data da compra.

#### §4.1. É HORA DE EXPLORAR!

---

Tabela 4.1: Valores acumulados (I)

Mês	Cálculo	Valor acumulado
Fevereiro	_____	R\$ 1000,00
Março	$1000 \cdot 1,06$	
Abril		
Maiο		

Fonte: Autoria própria

- b) Durante o mês de junho de 2023, a empresa K1 ficou impossibilitada de comprar uma de suas matérias primas e fechou o mês em baixa, com suas ações cotadas em  $-2\%$  *a.m.*. Em seguida, no mês de julho de 2023, houve grande queda de  $10\%$  no valor das ações. Qual valor esse trabalhador acumulou ao final desse período? Utilize a Tabela 4.2 para efetuar seus cálculos.

Tabela 4.2: Valores acumulados (II)

Mês	Cálculo	Valor acumulado
Maiο	_____	
Junho		
Julho		

Fonte: Autoria própria

- c) No mês de agosto, essa empresa K1 encontrou um produto no mercado similar à matéria-prima em falta, mas que não gerava o mesmo lucro anterior. Isso fez com que suas ações fechassem em  $0\%$  ao longo dos meses de agosto a dezembro de 2023. O que significa dizer que as ações desse trabalhador

creceram 0% nesse período? Podemos dizer que ele teve prejuízo nesse período de agosto a dezembro de 2023?

Figura 4.1: Sugestão N° 10



Fonte: Autoria própria

- d) Em janeiro de 2024, a empresa executou vários testes para melhorar o uso da nova matéria-prima e recolocar-se no mercado. Isso gerou uma insegurança nos investidores, fazendo com que suas ações caíssem e fechassem o mês com uma taxa de  $-5\%$ . Qual o valor acumulado pelo trabalhador no final desse mês?
- e) Em relação ao valor acumulado na questão anterior, em quanto deve fechar o valor das ações em fevereiro, na data em que o investimento faz um ano, para que esse trabalhador tenha suas ações valendo novamente R\$ 1000,00?

#### §4.1. É HORA DE EXPLORAR!

---

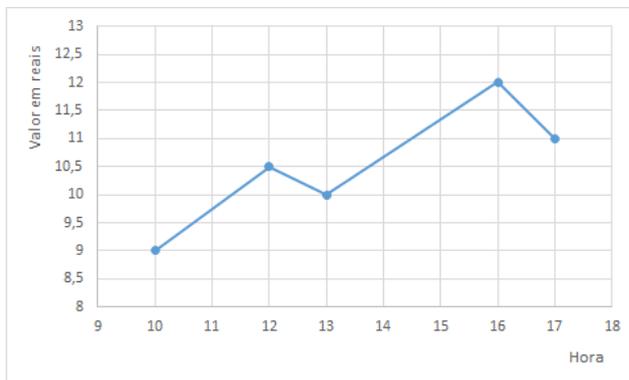
- f) Se, ao final de um ano de investimento, as ações desse trabalhador na empresa K1 estiverem valendo o mesmo valor de R\$ 1000,00 investido inicialmente, podemos dizer que ele não teve prejuízo?
- 

#### 4.2. SITUAÇÃO.

Cindy, uma experiente investidora da renda variável, comprou R\$ 450,00 em ações da empresa K2 às 10h da manhã de um certo dia ativo da bolsa de valores. Vale considerar que Cindy já analisava o comportamento do valor das ações há algum tempo.

- a) Às 10h desse dia, cada ação da empresa K2 custavam R\$ 9,00. Quantas ações Cindy comprou?
- b) Analisando o gráfico ilustrado na Figura 4.2, que mostra, hora a hora, o valor das ações da empresa K2 nesse dia, o que você conclui sobre o valor de suas ações?

Figura 4.2: Valor das ações da empresa K2



Fonte: Autoria própria

- c) Cindy vendeu todas as ações da empresa K2 que comprou às 10h, no mesmo dia, às 16h. Qual o valor recebido por ação?
  - d) Quando uma pessoa compra e vende ações na bolsa em um mesmo dia, com lucro, ela realiza uma operação denominada “*Day Trade*”. Para realizar o *Day Trade*, Cindy paga uma taxa à sua corretora no valor de R\$ 5,00 e um imposto de 20% que incide sobre o valor do lucro líquido descontada a corretagem. Qual o lucro recebido por Cindy após pagar a corretagem e o imposto devido?
  - e) As ações adquiridas por Cindy nesse *Day Trade* renderam-lhe um lucro de quanto por cento do valor investido?
- 

## 4.2 Renda Variável: Conhecendo o Mercado de Ações

Nos capítulos 2 e 3 desse livro estudamos alguns tipos de investimentos em renda fixa. Nesse capítulo faremos uma introdução à renda variável, buscando apresentar algumas situações presentes nessa modalidade de investimento.

Como apresentamos nos capítulos anteriores, nos investimentos em renda fixa, a pessoa empresta dinheiro para o governo ou empresa com uma taxa de rentabilidade já prevista, seja ela fixa ou atrelada a algum indexador do mercado financeiro, como taxa Selic ou taxa IPCA.

Já nos investimentos em renda variável, como o próprio nome diz, sua taxa de rentabilidade é incerta, ou seja, ela varia de

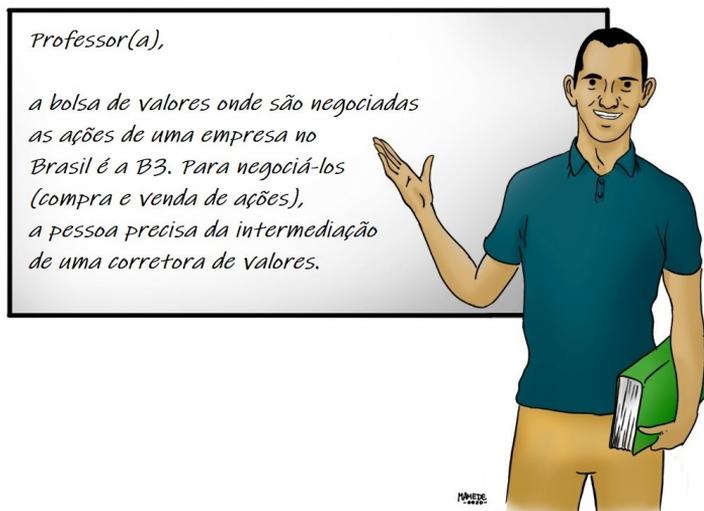
#### §4.2. RENDA VARIÁVEL: CONHECENDO O MERCADO DE AÇÕES

acordo com o mercado e a saúde financeira da empresa à qual está atrelada, entre outros fatores. Nessa modalidade, o investidor não empresta seu dinheiro, mas se torna acionista ou cotista de uma empresa ou fundo de investimento.

As situações-problemas 4.1 e 4.2 apresentadas relatam duas situações de compra de ações, ou seja, investimentos na renda variável. As ações são um tipo de investimento em renda variável sobre o qual discutiremos nessa seção.

Algumas empresas, classificadas como empresas de capital aberto, colocam parte de seu patrimônio dividido em ações. Cada ação é a menor parte dela. Ao negociar a venda dessas ações na bolsa de valores, essas empresas esperam receber capitais para serem reinvestidos em seus negócios, buscando, assim, alavancar seu crescimento. Ou seja, vender ações de sua empresa é uma forma de atrair investidores.

Figura 4.3: Sugestão Nº 11



Fonte: Autoria própria

Ao adquirir uma ação de uma empresa, a pessoa torna-se acionista desta, participando, assim, da divisão dos lucros, como também dos prejuízos. Por isso, essa é uma modalidade de investimento de risco.

Na Situação 4.1, o trabalhador investiu R\$ 1000,00 em ações de uma empresa K1 que, até um mês antes de completar um ano do seu investimento, havia gerado prejuízo a esse trabalhador. Neste problema, as taxas apresentadas, de crescimento ou não de uma ação, refletem a sua variação mensal. Mas é importante saber que o valor de uma ação é atualizado a todo instante na bolsa de valores durante um dia, o que pode ser observado na Situação 4.2.

Ainda na Situação 4.1, na letra (a) temos uma situação de juros sucessivos, onde o valor investido apresentou crescimento, ou seja, será multiplicado por  $(1 + i)$  para cada crescimento mensal apresentado.

$$1000 \cdot (1 + 0,06) \cdot (1 + 0,055) \cdot (1 + 0,03) = 1000 \cdot 1,06 \cdot 1,055 \cdot 1,03 \\ \cong 1151,85$$

Já na letra (b) temos uma situação de descontos sucessivos, onde o valor investido apresentou decréscimo, ou seja, será multiplicado por  $(1 - i)$  para cada mês apresentado (taxa negativa).

$$1151,85 \cdot (1 - 0,02) \cdot (1 - 0,10) = 1151,85 \cdot 0,98 \cdot 0,90 \\ \cong 1015,93.$$

Seguindo a questão, nos meses seguintes, o valor de uma ação, ao final de cada mês que segue até dezembro, fechou em 0%, o que significa que a empresa nem lucrou nem teve prejuízo. Uma possibilidade interpretativa é que apenas se manteve com a nova matéria-prima que adquiriu. Mas é importante discutir com os

alunos que, para o investidor, esses meses podem, muito provavelmente, representar prejuízo, pois o valor de suas ações não se alterou ao longo do tempo, fazendo com que o seu dinheiro perdesse valor de compra. Lembremos que o valor do dinheiro altera-se ao longo do tempo. A exceção é se, no período mencionado, houve deflação, ou inflação nula, fazendo com que esse valor não se desvalorizasse. Discussão essa que será resgatada na letra (f).

Na letra (d) vemos que o valor investido pelo trabalhador cai, a ponto de ele agora possuir menos que o valor inicialmente investido:

$$1015,93 \cdot 0,95 \cong 965,13$$

Já na letra (e), para encontrar a taxa do mês de fevereiro, que fará com que, ao final de um ano, as ações voltem a valer R\$ 1000,00, devemos desenvolver o seguinte cálculo:

$$965,13 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) = 1000$$

Ou seja, basta:

$$1 + \frac{x}{100} = \frac{1000}{965,13} \cong 1,03613 \implies x \cong 3,613$$

Logo, a taxa é de 3,613% *a.m.*.

É importante ter em mente que, quando falamos em rendimento mensal de uma ação, estamos considerando o valor acumulado após a sua variação ao longo de um mês. Porém, o valor das ações é anunciado diariamente na Bolsa de Valores, no caso do Brasil, a B3. Mas esse valor também varia ao longo do dia, podendo uma ação ser comprada e/ou vendida por valores distintos em horários distintos. Fato esse que foi exemplificado na Situação 4.2.

Observando o gráfico da item (b) da Situação-problema 4.2, vemos que o valor de uma ação da empresa K2 variou ao longo do dia de forma positiva. A ação realizada por Cindy de comprar e vender com lucro suas ações da empresa K2, dentro do mesmo dia, é chamada de *Day Trade*.

Na modalidade de investimento em ações, temos também o *Swing Trade*, onde se compram e vendem ações de uma empresa, em um curto período de tempo, obtendo lucro, porém não no mesmo dia.

Em geral, as corretoras cobram taxas de corretagem fixas para essas transações, sendo comumente mais barata a taxa cobrada sobre o *Swing Trade*. Também o Imposto de Renda cobrado nessas transações é distinto, sendo 20% sobre o lucro líquido no *Day Trade* e 15% no *Swing Trade*. Tal situação está simplificada na Situação problema 4.2:

Os 150 reais de lucro, menos 5 reais de taxa de corretagem, renderam um lucro líquido de 145 reais:

$$145 \cdot 0,8 = 116$$

Logo, o lucro obtido por Cindy foi de:

$$\frac{116}{450} \approx 0,2578, \text{ ou seja, } 25,78\%.$$

Mas é importante lembrar que situações como essa de *Day Trade* não caracterizam um investimento de renda variável. Esse demanda uma análise minuciosa do gráfico, de minuto a minuto no dia da ação pesquisada, e pode gerar lucro, mas não é o comum nos investimentos de renda variável. Pela própria característica variável do investimento em ações, o *Swing Trade* é recomendado para investimentos de médio e longo prazo, uma vez que o investidor pode esperar que a ação cresça para, en-

### §4.3. VAMOS PRATICAR!

---

tão, vender e obter lucro, ou simplesmente desfrutar dos lucros gerados pela ação, os dividendos.

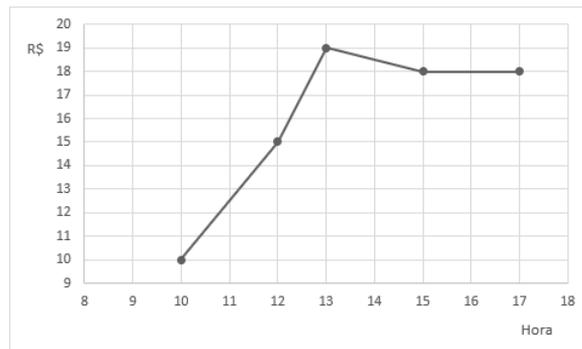
Mesmo com muito estudo e acompanhamento, algumas ações podem gerar prejuízos ao longo do tempo. Então, é aconselhável dividir o valor separado do seu orçamento para investimentos da renda variável em uma carteira de investimentos, tendo nela ações de diferentes empresas, talvez até de segmentos diferentes da economia, o que pode, então, gerar um lucro significativo do valor investido, pois mesmo tendo prejuízo em algumas delas, a chance de obter lucro no rendimento final é sempre maior.

## 4.3 Vamos praticar!

### EXERCÍCIOS.

**4.13** O gráfico da Figura 4.4 representa a oscilação do valor de uma ação da empresa K3 ao longo de um dia, entre 10h e 17h, horário em que opera a Bolsa de Valores Brasileira - B3.

Figura 4.4: Valor das ações da empresa K3



Fonte: Autoria própria

Três investidores compraram ações dessa empresa nesse dia. Sobre seus investimentos, avalie as afirmações a seguir como verdadeiras (V) ou falsas (F) e marque a alternativa correta.

( ) Essa ação fechou o dia em alta na B3; logo, em qualquer horário em que o investidor 1 tenha comprado suas ações, ao final do dia, ele obteve lucro com sua compra.

( ) Essa ação fechou o dia em alta na B3; logo, em qualquer horário em que o investidor 2 tenha comprado e vendido suas ações, dentro desse mesmo dia, ele executou um *Day Trade*.

( ) Essa ação fechou o dia em alta na B3; logo, se o investidor 3 comprou uma ação antes das 12h, ele obteve lucro acima de 20%.

a) VFV b) VFF c) FFF d) FVF e) FFV

**4.14** (Calculadora científica) Tom investiu R\$ 500,00 reais divididos igualmente em ações de 5 empresas: A, B, C, D e E. Após um ano, ele resolveu resgatar todo seu dinheiro. Se a rentabilidade, ao final de um ano, dessas empresas foram respectivamente +2%, +10%, - 1,5%, + 18% e - 6%, quanto rendeu o valor total investido nessa carteira de ações?

a) 2,25% b) 4,5% c) 6% d) 17,5% e) 22,5%

**4.15** (Calculadora científica) Um investidor agressivo investiu todo seu dinheiro em uma carteira diversificada de ações. Apesar de alguns ativos lhe renderem prejuízos, outros renderam 100% ou mais ao final de um ano, fazendo com que seu valor investido tivesse um ganho final de 30%, ao final de um ano. Se esse mesmo investidor tivesse aplicado todo seu investimento em um CDB, atrelado à taxa CDI, que

#### §4.4. NINGUÉM ME CONTOU ISSO ANTES!

---

nesse mesmo período de um ano esteve em 12%, esse CDB contratado deveria render:

- a) 100% CDI b) 150% CDI c) 200% CDI d) 250% CDI
- e) 300% CDI

**4.16** (Calculadora científica) Certo homem recebeu uma quantia  $Q$  em reais como herança após a morte de seu pai. Resolveu investir metade em um CDB prefixado de 10% *a.a.*, com vencimento após 3 anos; e a outra metade investiu em um fundo de ações. A parte que ele investiu em um fundo de ações obteve taxas de 3 anos: 8% *a.a.* (primeiro ano), 14% *a.a.* (segundo ano), 2% *a.a.* (terceiro ano). Qual a rentabilidade aproximada da quantia  $Q$  ao final do período de 3 anos?

Obs.: desconsidere taxas e impostos cobrados.

- a) 14% b) 20% c) 23% d) 27% e) 30%
- 

## 4.4 Ninguém me contou isso antes!

Investir na renda fixa ou variável... por qual optar?

Ao abrir conta em uma corretora de investimentos, você certamente irá responder a um questionário que indicará seu perfil como investidor: conservador, moderado ou agressivo.

No geral, o investidor conservador é menos tolerante ao risco que o investidor agressivo, optando, muitas vezes, por ter um lucro menor, porém com mais segurança, que arriscar ter um lucro maior, podendo também ter prejuízo. Já o moderado tolera mais o risco, mas não abre mão de certa segurança.

Os investimentos em renda fixa oferecem maior segurança, rentabilidade previsível e facilidade para aplicação. Sua liquidez

pode ou não possuir prazo de carência. Na maior parte deles incidem taxas, como o IOF e o IR.

Os investimentos em renda variável oferecem maior risco, pois sua rentabilidade não é previsível e não há qualquer segurança de lucro sobre o valor investido. Porém, como o mercado oscila ao longo do tempo, com uma carteira diversificada de ações, você pode obter lucros médios para o valor investido mais expressivos que os oferecidos na renda fixa, porém requer muitas vezes mais estudo e dedicação para obter melhores rendimentos. A liquidez de seus investimentos é, na maior parte das vezes, imediata. As taxas administradas podem variar de acordo com as corretoras e o tipo de investimentos.

Em vista deste comparativo, para investimentos de curto prazo, se você precisa de um retorno certo ao final de um período de tempo determinado, são recomendados investimentos em renda fixa, uma vez que você pode prever a taxa necessária para obter o lucro pretendido em um período de tempo estabelecido.

Em investimentos de médio e longo prazos, você tem possibilidade de obter melhores rendimentos optando por investir na renda variável, ou então diversificar, investindo parte na renda fixa e parte na renda variável.

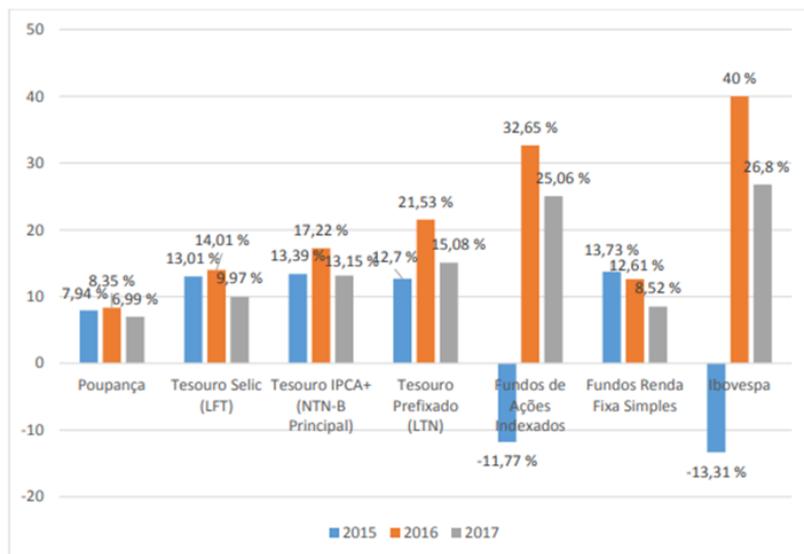
Borfe e Schwerz (2019) verificaram qual entre os investimentos – caderneta de poupança, títulos do Tesouro Direto, fundos de investimentos e ações – teve melhor rentabilidade, entre os anos de 2015 e 2017, no Brasil. A Figura 4.5 mostra o gráfico comparativo apresentado pelos autores.

Os autores verificaram que as maiores rentabilidades foram dos investimentos em renda variável, os que variam segundo o índice Ibovespa, indicador de desempenho das ações na B3. Mesmo com desempenho negativo em 2015, os investimentos em renda

#### §4.4. NINGUÉM ME CONTOU ISSO ANTES!

variável tiveram melhor rentabilidade no período maior de tempo envolvido.

Figura 4.5: Percentual de Rentabilidade Anual Acumulada



Fonte: Borfe e Schwerz (2019)

Este comparativo exemplifica por que as ações, ao longo prazo, em uma carteira diversificada de investimentos, podem gerar maior rentabilidade. Pois, mesmo que alguma ação opere em baixa, ou em algum ano a renda variável não apresente bom desempenho, ao longo prazo este investimento tem maior possibilidade de melhor rentabilidade.

Mas estejam atentos: em investimentos atrelados a fatores que necessitam de segurança e liquidez, como a reserva de segurança e a emergência pessoal, a renda fixa é, sem dúvida, a melhor opção.

Já para investimentos de longo prazo, como a aposentadoria, investir na renda variável pode gerar um melhor retorno em um período de tempo até menor que o previsto.

Em resumo, para fazer a melhor opção, é importante entender o seu perfil como investidor, suas metas e o prazo esperado para alcançá-las!

## 4.5 Professor(a), e se...?

*Professor(a), as ações são o único tipo de investimento de renda variável?*

Não, além das ações, temos também fundos imobiliários, ETFs, *commodities* e moedas.

*Professor(a), quando as ações começam a cair, render negativamente, significa que é hora de vendê-las?*

Não necessariamente. O ideal é estudar a empresa cuja ação você vai comprar e acompanhar os fatores que fizeram com que suas ações caíssem. Muitas vezes, quando se tiver uma expectativa de melhoria, o ideal é esperar a empresa se levantar de novo no Mercado de Ações e o preço das suas ações voltarem a subir, para não as vender com prejuízo.

*Professor(a), quem opera day trade sempre analisa os gráficos de comportamento das ações?*

Sim, na verdade gráficos mais detalhados que os apresentados neste capítulo, como gráfico da ação a cada minuto ao longo do dia, ou a cada 5 minutos etc..

## APLICAÇÕES E ANÁLISE DO LIVRO

---

As aulas propostas neste livro tiveram duas aplicações antes de sua publicação, na quais foram revistos e ajustados textos e atividades propostas, ambas na cidade de Belo Horizonte. A primeira aplicação foi para 3 turmas de 2º ano do Ensino Médio em uma escola da rede pública federal, e a segunda aplicação, a uma turma de 3º ano do Ensino Médio em uma escola da rede particular.

Ao final das aplicações, a proposta de ensino do livro foi analisada à luz da BNCC.

### A.1 Primeira Aplicação

A primeira aplicação ocorreu na escola da rede pública federal Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, que oferece Ensino Médio integrado ao Ensino Técnico. A aplicação ocorreu nos meses de outubro/novembro de 2022 a três turmas do 2º ano do Ensino Médio, conduzida pela professora e autora do livro, Valéria Moreira.

As turmas que participaram dessa aplicação tiveram, inicialmente, antes do desenvolvimento das aulas propostas neste livro, uma introdução aos conceitos de Porcentagem, Juros e Descon-

tos Sucessivos e Juros Simples e Compostos. Muitos dos alunos envolvidos na aplicação já tinham tido um primeiro contato com esses conceitos no Ensino Fundamental. Eles foram revistos de forma rápida e mais bem ampliados e desenvolvidos durante as aulas propostas de Investimentos.

Ao todo 99 alunos participaram da aplicação das quatro aulas propostas. Essas ocorreram ao longo de três semanas, em aulas presenciais, como proposto pelos autores.

A primeira aula despertou o interesse e a participação de todas as turmas envolvidas na aplicação. A maioria dos alunos envolveu-se nas discussões das situações propostas no início da aula e acompanharam e participaram da apresentação realizada pela professora na sequência da aula.

Pode-se perceber que grande parte dos alunos não tinha conhecimento de mercado financeiro, de como funcionava e em quanto estava a Inflação no Brasil, de como funcionava e quanto rendia a poupança, entre outros conceitos discutidos na aula. Desenvolver os conceitos de porcentagem e juros compostos aplicados a situações reais do mercado financeiro despertou interesse real pela aula e envolveu completamente os alunos na realização das atividades e discussão dos conceitos envolvidos.

Para desenvolver as duas situações iniciais da aula, os alunos utilizaram calculadora, operações nas quais o aplicativo do celular já os auxiliava o suficiente. Com o decorrer da apresentação dos conceitos envolvidos nessas duas situações da aula, ao discutir a Situação 1.2, a professora mostrou aos alunos, dada uma taxa de juros anual, como se calcula a taxa de juros mensal, e vice-versa. Para isso, ela fez uso da calculadora científica. Muitos dos alunos dessa escola já usam com frequência a calculadora científica para as aulas técnicas. Aos que não possuíam, a professora ensinou a usá-la para esse cálculo e sugeriu que bai-

## §A.1. PRIMEIRA APLICAÇÃO

---

xassem um aplicativo gratuito de calculadora científica em seus celulares.

Ainda na apresentação dos conceitos, a professora apresentou aos alunos o aplicativo de celular “Calculadora do Cidadão”, mostrou suas funcionalidades e sua aplicação na atividade desenvolvida. Então, solicitou que todos baixassem o aplicativo em seus celulares para uso nas próximas aulas. É importante destacar que, nas três turmas, nenhum aluno conhecia ou já tinha ouvido falar da “Calculadora do Cidadão”, o que mostra que essa ferramenta gratuita, disponibilizada pelo Banco Central ao Cidadão Brasileiro, eficiente em várias situações que envolvem cálculos na Educação Financeira, ainda é pouco divulgada e conhecida.

Na segunda aula, na Seção 2.1, foram apresentadas duas situações-problemas que traziam histórias de aplicações financeiras semelhantes às reais, de modo que os alunos precisaram usar a calculadora científica para converter taxas anuais em mensais, como já apresentado na aula anterior. Nessas atividades, os alunos foram convidados a refletir sobre diferentes situações de Investimentos Financeiros. Os alunos desenvolveram conceitos de porcentagem, juros sucessivos e taxas de juros.

Durante a discussão das situações conduzida pela professora e apresentação dos conceitos envolvidos, os alunos foram apresentados a importantes conceitos do Mercado Financeiro, como a Taxa Selic e sua situação histórica e atual no Brasil. Também conheceram o Tesouro Direto, como funciona, tipos de investimentos e como investir. Então, identificaram cada situação de Investimento no Tesouro Direto proposta nas situações-problemas iniciais da aula. Também utilizaram a Calculadora do Cidadão para atividades que foram propostas nesses problemas.

Ao final dessa apresentação, a professora já anunciou que na aula seguinte discutiríamos situações de investimentos parecidos com o funcionamento do Tesouro Direto, mas não títulos públicos, e, sim, privados.

Na terceira aula de Investimentos, os alunos desenvolveram com muito mais facilidade que nas aulas anteriores as situações-problemas propostas no início da aula. A professora observou que isso se deu pela familiaridade maior que os alunos adquiriram com os conceitos matemáticos e financeiros envolvidos, maior facilidade já adquirida no uso da calculadora científica e do cidadão e, por fim, maior envolvimento afetivo com as aulas, pois se notou que os alunos já aguardavam ansiosos a continuação das aulas de Matemática Financeira e Investimentos.

Na apresentação da professora, nessa aula, foram revistos vários conceitos matemáticos e de mercado financeiro, já vistos nas aulas anteriores, e foram apresentados dois tipos de Investimentos em renda fixa privada, CDB e LCI/LCA, já mencionados nas atividades desenvolvidas. Percebeu-se que os alunos adquiriram com êxito os conceitos já desenvolvidos nas aulas anteriores pela facilidade para desenvolver as situações-problemas iniciais e pelo envolvimento nas discussões que seguiram sua resolução.

Na quarta e última aula de Investimentos, Renda Variável, os alunos precisaram desenvolver além de cálculos de porcentagem, também análise de gráficos propostos. Nas discussões que seguiram o desenvolvimento das situações-problemas propostos, foram apresentados conceitos básicos do Mercado de Ações e como ele funciona no Brasil. Percebeu-se que poucos alunos conheciam um pouco do funcionamento da Renda Variável. Inclusive pode-se perceber que eles ainda não sabiam como lidar com a variabilidade presente no Mercado de Ações, pois muitos, durante a resolução da Situação 4.1, diziam que quando as

ações renderam negativamente pela primeira vez, o personagem já devia ter vendido aquelas ações!

Sobre as atividades propostas na seção Vamos Praticar, elas foram sempre desenvolvidas após a resolução e discussão da primeira seção, bem como após a explicação da professora. Logo, em geral, os alunos resolveram sem dificuldade os exercícios propostos utilizando, quando necessário, a calculadora científica ou a Calculadora do Cidadão.

Os textos da seção “*Ninguém me contou isso antes!*” sempre foram deixados para serem lidos posteriormente, em casa, pelos alunos, como um convite de leitura complementar à aula. Porém, a professora sempre envolveu a discussão apresentada neles em sua explicação durante a aula. Esses textos eram enviados pelo sistema educacional da escola, como um arquivo, e todos os alunos o recebiam por *e-mail*. Isso se deu porque não era possível sua leitura em sala de aula, devido ao envolvimento dos alunos nas atividades.

A seção “*Professor(a), e se...?*” foi revista e complementada após cada aula aplicada e, com certeza, muito enriquecida por perguntas reais que surgiram em sala de aula.

Consideramos que essa aplicação foi de grande importância para adequação das aulas propostas pelos autores à realidade de nossas escolas!

## A.2 Segunda Aplicação

A segunda aplicação ocorreu em novembro e dezembro de 2022, em uma turma de 3º ano do Ensino Médio do Colégio ICJ, uma escola privada de Belo Horizonte. Nessa instituição, o professor/autor Bruno Freitas foi o responsável pelo convite aos discentes à participação no referido projeto e pela condução

das aulas, que contaram com um público médio de 20 estudantes. Visto que se tratava de uma segunda aplicação, os objetivos dessa eram validar as adequações decorrentes da primeira e ajustar o tempo destinado a cada seção proposta no material.

Durante o ano letivo, os alunos já haviam revisado os conceitos próprios aos tópicos de Matemática Financeira, que se constituem, por sua vez, como pré-requisitos à aplicação do presente material, a saber, porcentagens e juros. Adensando o repertório prévio à aplicação, os estudantes também participaram das aulas de Educação Financeira, ministradas pelo autor em 2021, nas quais tiveram contato com alguns conceitos sobre Investimentos Financeiros.”

De posse dos pré-requisitos necessários, os alunos já queriam, logo na primeira aula, resolver todas as situações com as fórmulas de juros compostos, sem se atentar ao preenchimento das tabelas que compunham a seção “*É hora de explorar!*”. Os conceitos abordados no capítulo foram apresentados sem grandes questionamentos, visto seus não ineditismos. Isso também ocorreu quanto ao uso da Calculadora do Cidadão, que já havia sido explorada no tratamento do tópico Empréstimos & Financiamentos, em 2021.

Na segunda aula, na seção “*É hora de explorar!*”, foram apresentadas duas situações-problemas que traziam histórias de aplicações financeiras semelhantes a contextos reais, nas quais os alunos precisaram usar a calculadora científica para converter taxas anuais em mensais, como já apresentado na aula anterior. Isso foi um desafio, visto o desábito de alguns alunos com o recurso. Como consequência dessa dificuldade, uma pequena porcentagem dos estudantes presentes conseguiu finalizar ambos os problemas no tempo previsto.

Análogas às abordagens da primeira aplicação, os alunos foram convidados, durante a explanação do problema de pesquisa pelo professor, a refletir sobre as diferentes adequações de um investimento financeiro, tais como prazos, indexação e tributação. A essas reflexões, acrescentam-se o entendimento de conceitos importantes no Mercado Financeiro, tais como a Taxa Selic e o IPCA, siglas que figuram abundantemente no mercado dos investimentos em renda fixa, tanto em títulos públicos (Tesouro Direto) quanto em títulos privados (CD, LCI/LCA, entre outros). Em seguida, uma surpresa agradável revelou-se na agilidade dos alunos em usar a Calculadora do Cidadão para resolver as questões propostas na seção “*Vamos Praticar!*”.

No terceiro encontro, destinado ao estudo dos investimentos em títulos privados de renda fixa, os alunos desenvolveram com muito mais facilidade as situações-problemas propostas no início da aula. Tal qual ocorrido na primeira aplicação, essa facilidade deve-se à familiaridade adquirida pelos discentes com os conceitos matemáticos e financeiros envolvidos e com o uso dos recursos Calculadora científica e do Cidadão.

Os conceitos apresentados pelo professor sobre CDB e LCI/LCA despertaram muito interesse nos alunos. Alguns desses chegavam a concluir essas opções como as mais vantajosas, em comparação com o Tesouro Direto, apresentado na aula anterior.

Semelhante à primeira aplicação, os alunos precisaram desenvolver, na aula sobre Renda Variável, cálculos de porcentagem e também análises de gráficos. Nessas atividades, tornou-se evidente a apropriação dos conceitos acerca da inflação e seus efeitos por parte dos alunos, uma vez que foi unânime entre eles a afirmativa “Dinheiro parado é prejuízo!”.

Já nas discussões que seguiram o desenvolvimento das situações propostas na seção “*É hora de explorar!*” do capítulo, foram

explorados inúmeros fatores a fim de ilustrar a volatilidade do Mercado de Ações e como essa afeta tais investimentos. Nesse contexto, alguns estudantes citaram exemplos contemporâneos às aulas.

Sobre as atividades propostas na seção “*Vamos Praticar!*”, elas foram sempre desenvolvidas após a resolução e discussão da primeira seção, bem como após a explanação dialogada do professor.

Em todos os quatro encontros, foram disponibilizadas aos estudantes versões impressas das atividades das seções “*É hora de explorar!*” e “*Vamos Praticar!*”, bem como cópia dos textos da seção “*Ninguém me contou isso antes!*”. Esses últimos foram deixados aos discentes como leitura complementar, incentivada pelo professor durante as explanações, feitas, por sua vez, a partir da apresentação de *slides* com os principais tópicos apresentados no material.

Mesmo não havendo nessa aplicação novas perguntas para a seção “*Professor(a), e se...?*”, consideramos que essa foi de grande importância para adequação das aulas propostas pelos autores à realidade de nossas escolas!

### A.3 Análise à luz da BNCC

Nas páginas destinadas à área da Matemática, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018) apresenta os conteúdos em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas & Medidas e Probabilidade & Estatística. A partir das ideias matemáticas fundamentais, tais como equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação, as unidades supracitadas devem ser tra-

balhadas por meio de processos matemáticos que constituem o conjunto de competências específicas dessa área.

O desenvolvimento e a consolidação, total ou parcial, desse conjunto, apresentado na Figura A.1, será o norte para a avaliação do produto educacional.

Figura A.1: Competências Matemáticas na BNCC



Fonte: Freitas (2021)

Nas atividades propostas na seção “*É hora de explorar!*”, os discentes devem utilizar de seus conhecimentos para completar tabelas e, nessas, identificar possíveis padrões. Essa identificação requer dos participantes habilidades de Raciocínio lógico e Investigação, uma vez que o preenchimento da tabela segue uma ordenação lógica de operações e a identificação de padrões é baseada na análise de sequências numéricas. Daí, os padrões devem ser descritos em linguagem textual e algébrica, evocando a competência Registros e Linguagens.

Os conhecimentos misteres ao preenchimento das tabelas, à identificação e ao registro de padrões permeiam os conteúdos “Porcentagens & Juros” e “Equações & Funções”, que por sua vez são componentes das unidades temáticas Números e Álgebra. Por se tratar de unidades temáticas distintas, configura-se

aqui o caráter intradisciplinar da Matemática, endossando o desenvolvimento da competência Relações Intra/Interdisciplinar.

A linguagem algébrica usada para registrar os padrões identificados nas tabelas dá origem a funções que descrevem a dependência entre grandezas financeiras e temporais. Os estudantes são orientados a testar a validade dessas relações a partir dos números já registrados e aplicá-las à obtenção de novos valores, passíveis de análises e comparações. Os atos de analisar as cifras obtidas e de registrar as conclusões sobre essas ao final de cada situação consolidam a capacidade de Observação e Argumentação dos alunos.

Ainda sobre a validade das funções obtidas, as verificações matematicamente adequadas ficam sob a responsabilidade do professor, nas explanações da seção “Problema de pesquisa”. Tais averiguações, aliadas à investigação e à generalização, ajudam o aluno a enxergar a Matemática como Ciência.

Quanto ao desenvolvimento da competência Resolução de Problemas, as questões de fixação da seção “*Vamos praticar!*” apresentam contextualizações típicas do cotidiano financeiro – variações sucessivas, rendimentos, inflação e tributações. Ademais, tais assuntos são ampliados nos textos da seção “*Por que ninguém me contou isso antes?*”, que relaciona o conhecimento adquirido a informações/instruções úteis à Educação Financeira dos participantes.

Nesse sentido, vale lembrar que os textos da seção supracitada contribuem com a inserção dos estudantes no universo do dinheiro e com a compreensão desses sobre finanças e economia. Trata-se de uma abordagem em acordo com a Educação Financeira Escolar, que visa tornar o indivíduo apto “a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal,

familiar e da sociedade em que vivem” (SILVA & POWELL, 2013, p. 12). Nessas condições, caracterizamos o produto educacional como parte de um Projeto de Cunho Social.

Ademais, nosso material apresenta uma proposta de abordagem sobre Investimentos Financeiros na sala de aula do Ensino Médio, mas não esgota as possibilidades para tal. Nesse sentido, questionamentos diversos emergirão durante sua utilização, ora por parte de docentes, ora por parte dos estudantes. Logo, as sugestões apresentadas ao longo da obra e as dúvidas registradas na seção “*Professor(a), e se ...?*” apontam para a necessidade de novos estudos, configurando a presente obra como detonadora da competência Desenvolvimento de Pesquisas.

Feitas as considerações sobre como as competências apontadas pela BNCC para a área Matemática e suas tecnologias podem ser desenvolvidas a partir do presente produto educacional, endossamos, então, a validade desse como um item capaz de contribuir, junto à atuação docente, para as aulas de Educação Financeira, dentro e fora do Ensino Médio.



## GABARITOS COMENTADOS

---

### B.1 Capítulo 1

#### B.1.1 Seção “É hora de explorar!”

##### Situação 1.1.

a) Veja Tabela B.1.

Tabela B.1: Controle de Quantias

Mês	Quantia no início do mês	Juros de 1% ao mês	Quantia no fim do mês
1° mês	R\$ 1000,00	R\$ 10,00	R\$ 1010,00
2° mês	R\$ 1010,00	R\$ 10,10	R\$ 1020,10
3° mês	R\$ 1020,10	R\$ 10,20	R\$ 1030,30
4° mês	R\$ 1030,30	R\$ 10,30	R\$ 1040,60

Fonte: Autoria própria

b) Juros ( $j$ ) = 1% da quantia no início do mês ( $Q_{n-1}$ ), ou seja,  
 $j = 0,01 \times Q_{n-1}$

Quantia no fim do mês ( $Q_n$ ) = Juros de 1% ao mês ( $j$ ) +  
 quantia no início do mês ( $Q_{n-1}$ ), ou seja,  $Q_n = j + Q_{n-1} =$   
 $0,01 \cdot Q_{n-1} + Q_{n-1} = 1,01 \cdot Q_{n-1}$ .

c) Veja Tabela B.2.

Tabela B.2: Controle de Quantias (II)

Mês	Quantia no início do mês	Juros de 0,5% ao mês	Quantia no fim do mês
1º mês	R\$ 1000,00	R\$ 5,00	R\$ 1005,00
2º mês	R\$ 1005,00	R\$ 5,02	R\$ 1010,02
3º mês	R\$ 1010,02	R\$ 5,05	R\$ 1015,07
4º mês	R\$ 1015,07	R\$ 5,07	R\$ 1020,14

Fonte: Autoria própria

d) Resposta pessoal.

e) Veja Tabela B.3.

Tabela B.3: Controle de Quantias (III)

Mês	Quantia no início do mês	Juros de 0,65% ao mês	Quantia no fim do mês
1º mês	R\$ 1000,00	R\$ 6,50	R\$ 1006,50
2º mês	R\$ 1006,50	R\$ 6,54	R\$ 1013,04
3º mês	R\$ 1013,04	R\$ 6,58	R\$ 1019,62
4º mês	R\$ 1019,62	R\$ 6,62	R\$ 1026,24

Fonte: Autoria própria

f) Respostas esperadas:

“Rendimentos abaixo da inflação” ou “Poder de compra reduzido”.

### Situação 1.2.

a) Fator de atualização ( $F_{at}$ ):  $F_{at} = \frac{V_{2021}}{V_{2020}} = \frac{R\$15,00}{R\$12,00} = 1,25 = 125\% \implies$  Aumento de 25%.

b) Aumento de 25%  $\implies F_{at} = 1,25$ .

Logo,  $V_{2021} = V_{2020} \cdot F_{at} = R\$ 3,00 \cdot 1,25 = R\$ 3,75$ .

c) Sejam a taxa anual ( $I = 25\% = 0,25$ ) e taxa mensal ( $i$ ).  
Dados 12 aumentos sucessivos sob a taxa mensal ( $i$ ), temos:  
 $(1 + i)^{12} = (1 + I)$ .

d) Para  $I = 0,25$ , escrevemos

$$(1 + i)^{12} = (1 + I) = (1,25) \implies (1 + i) = \sqrt[12]{1,25} = 1,019 \implies i = 0,019 = 1,9\%.$$

e) Veja Tabela B.4.

Tabela B.4: Preço do arroz

Mês	Valor do leite, antes do aumento	Juros de 1,9% ao mês	Valor do leite, após o aumento
Jan/2021	R\$ 30,00	R\$ 0,57	R\$ 30,57
Fev/2021	R\$ 30,57	R\$ 0,58	R\$ 31,15
Mar/2021	R\$ 31,15	R\$ 0,59	R\$ 31,74
Abr/2021	R\$ 31,74	R\$ 0,60	R\$ 32,34

Fonte: Autoria própria

## B.1.2 Seção “Vamos praticar!”

### 1.1 Alternativa B

A inflação média é dada pela média geométrica dos fatores de atualização ( $F_{at}$ ) correspondentes às taxas citadas ( $I$ ).

$$I = (2,95\%; 3,75\%; 4,31\%) \implies F_{at} = (1,0295; 1,0375; 1,0431)$$

Média geométrica:

$$\sqrt[3]{1,0295 \cdot 1,0375 \cdot 1,0431} = \sqrt[3]{1,1141} = 1,0367 = 103,67\% \implies$$

Aumento de 3,67%.

### 1.2 Alternativa A

$$\text{Saldo na poupança } (S) = \text{R\$ } 1000,00 \cdot (1,0052)^{12} = \text{R\$ } 1064,22 < \text{R\$ } 1200,00$$

$$\text{Valor do videogame } (V) = \text{R\$ } 1200,00 \cdot 1,1006 = \text{R\$ } 1320,72$$

### 1.3 Alternativa C

Usando a fórmula  $(1 + i_{\text{mensal}})^{12} = (1 + I_{\text{anual}})$ , usada na Situação 1.1.

$$(1 + i_{\text{mensal}})^{12} = (1 + 0,0765) = 1,0765$$

$$\implies (1 + i_{\text{mensal}}) = \sqrt[12]{1,0765} = 1,0062$$

$$\implies i_{\text{mensal}} = 0,0062 = 0,62\%.$$

### 1.4 4. Alternativa D

Veja Tabela B.5.

Tabela B.5: Comparando Investimentos

Investimento	Montante (R\$)	Rendimento (R\$)	Desconto (R\$)	Saldo (R\$)
Inv1	$M_1 = 500,00 \cdot (1,0065)^5 = 516,46$	$J_1 = 516,46 - 500,00 = 16,46$	Não há	$S_1 = 516,46$
Inv2	$M_2 = 500,00 \cdot (1,0107)^5 = 527,33$	$J_2 = 527,33 - 500,00 = 27,33$	$D_2 = 22,5\%$ de $27,33 = 0,225 \cdot 27,33 = 6,15$	$S_2 = 527,33 - 6,15 = 521,18$

Fonte: Autoria própria

## B.2 Capítulo 2

### B.2.1 Seção “É hora de explorar!”

#### Situação 2.1.

- a) Usando a fórmula  $(1 + i_{\text{mensal}})^{12} = (1 + I_{\text{anual}})$ , usada na Situação 1.1.

$$\begin{aligned}(1 + i_{\text{mensal}})^{12} &= (1 + 0,1098) = 1,1098 \\ \implies (1 + i_{\text{mensal}}) &= \sqrt[12]{1,1098} = 1,0087 \\ \implies i_{\text{mensal}} &= 0,0087 = 0,87\%.\end{aligned}$$

- b) Veja Tabela B.6.

Tabela B.6: Controle de Saldos

Mês	Depósitos	Saldo no início do mês	Rendimentos	Saldo no início do mês
1°	R\$ 300,00	R\$ 300,00	R\$ 2,61	R\$ 302,61
2°	R\$ 300,00	R\$ 602,61	R\$ 5,24	R\$ 607,85
3°	R\$ 300,00	R\$ 907,85	R\$ 7,90	R\$ 915,75
4°	R\$ 300,00	R\$ 1215,75	R\$ 10,58	R\$ 1226,33

Fonte: Autoria própria

- c) Rendimentos ( $R$ ) = 0,87% de Saldo no início do mês ( $S_{n-1}$ )  
 $\implies R = 0,0087 \cdot S_{n-1}$ .

Saldo no fim do mês ( $S_n$ ) = Saldo no início do mês ( $S_{n-1}$ )  
 + Rendimentos ( $R$ ) + depósito ( $D$ )

$$\implies S_n = S_{n-1} + 0,0087 \cdot S_{n-1} + D = 1,0087 \cdot S_{n-1} + D.$$

d)

$$S(n) = 300 \cdot (1,0087) \cdot \left[ \frac{(1,0087)^n - 1}{1,0087 - 1} \right]$$

$$n = 1 \implies S(1) = 300 \cdot (1,0087) \cdot \left[ \frac{(1,0087)^1 - 1}{1,0087 - 1} \right]$$

$$= 302,61 \cdot [1,000] = R\$302,61$$

$$n = 2 \implies S(2) = 300 \cdot (1,0087) \cdot \left[ \frac{(1,0087)^2 - 1}{1,0087 - 1} \right]$$

$$= 302,61 \cdot [2,0087] = R\$607,85$$

$$n = 3 \implies S(3) = 300 \cdot \frac{(1,0087)^3 - 1}{1,0087 - 1}$$

$$= 302,61 \cdot [3,0262] = R\$915,76$$

e) Para 10 anos de aplicação, temos  $n = 120$ .

$$S(120) = 300 \cdot (1,0087) \cdot \left[ \frac{(1,0087)^{120} - 1}{1,0087 - 1} \right] = 302,61 \cdot [210,09] = R\$ 63574,52$$

f) Valor investido = R\$ 300,00 · 120 = R\$ 36000,00

$$\text{Rendimentos} = R\$ 63574,52 - R\$ 36000,00 = R\$ 27574,52$$

$$\text{Descontos} = 15\% \text{ de } R\$ 27574,52 = 0,15 \cdot R\$ 27574,52 = R\$ 4136,18$$

$$\text{Saldo após desconto} = R\$ 63574,52 - R\$ 4136,18 = R\$ 59438,34$$

## Situação 2.2.

a) Taxa para o 1º ano: 5,74% e 5,00%

$\implies F_{at} = 1,0574 \cdot 1,0500 = 1,1103 = 111,03\% \implies$   
 aumento de 11,03%

Taxa para o 2º ano: 5,74% e 4,75%

$\implies F_{at} = 1,0574 \cdot 1,0475 = 1,1076 = 110,76\% \implies$   
 aumento de 10,76%

Rendimento acumulado (Taxas sucessivas)

$F_{at} = 1,1103 \cdot 1,1076 = 1,2298 = 122,98\% \implies$  aumento  
 de 22,98% em dois anos

b) Rendimento médio (Média geométrica)

$\sqrt{1,2298} = 1,1089 = 110,89\% \implies$  aumento de 10,89% ao  
 ano

Usando a fórmula  $(1 + i_{\text{mensal}})^{12} = (1 + I_{\text{anual}})$ , apresentada  
 na Situação 1.1.

$$(1 + i_{\text{mensal}})^{12} = (1 + 0,1089) = 1,1089$$

$$\implies (1 + i_{\text{mensal}}) = \sqrt[12]{1,1089} = 1,0086$$

$$\implies i_{\text{mensal}} = 0,0086 = 0,86\%.$$

c)  $S(n) = 300 \cdot (1,0086) \cdot \left[ \frac{(1,0086)^n - 1}{1,0086 - 1} \right]$

d) Para 10 anos de aplicação, temos  $n = 120$ .

$$S(120) = 300 \cdot (1,0086) \cdot \left[ \frac{(1,0086)^{120} - 1}{1,0086 - 1} \right] = 302,58 \cdot [208,64] =$$

R\$ 63130,29

e) Valor investido = R\$ 300,00 · 120 = R\$ 36000,00

Rendimentos = R\$ 63130,29 - R\$ 36000,00 = R\$ 27130,29

Descontos = 15% de R\$ 27130,29 = 0,15 · R\$ 27130,29 =  
 R\$ 4069,54

Saldo após desconto = R\$ 63130,29 - R\$ 4069,54 = R\$ 59060,75

f) Respostas esperadas: “Inflação acima da meta”

## B.2.2 Seção “*Vamos praticar!*”

### 2.5 Alternativa E

Na Calculadora do Cidadão, deixar em branco o campo “Valor obtido ao final” e preencher os demais com o terno (240; 0, 8; 150, 00).

Ao clicar em “Calcular”, tem-se “Valor obtido ao final” = 109035,04.

*Outra solução*, usando a fórmula  $S = D \cdot (1 + i) \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ .

A partir do terno  $(n, i, D) = (240; 0, 0080; 150)$ , temos:

$$\begin{aligned} \implies S(240) &= 150 \cdot (1, 0080) \cdot \left[ \frac{(1,0080)^{240} - 1}{(1,0080 - 1)} \right] = 151, 20 \cdot \\ [721, 1312] &= \text{R\$ } 109035,04 \end{aligned}$$

### 2.6 Alternativa B

Na Calculadora do Cidadão, deixar em branco o campo “Nº de meses”.

Preencher os demais com o terno (1, 2; 320, 00; 2000, 00).

Ao clicar em “Calcular”, tem-se “Nº de meses” = 5,99.

*Outra solução*, usando a fórmula  $S = D \cdot (1 + i) \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ .

A partir do terno  $(D, S, i) = (320; 2000; 0, 012)$ , temos:

$$\begin{aligned} 2000 &= 320 \cdot (1 + 0, 012) \cdot \left[ \frac{(1+0,012)^n - 1}{0,012} \right] \implies (1, 012)^n = \\ 1, 0741 &\implies n = \log_{1,012}(1, 0741) = 5, 99 \end{aligned}$$

### 2.7 Alternativa C

Veja a explanação apresentada na Seção “Problema de Pesquisa” - EMPRESTANDO DINHEIRO PARA O GOVERNO

### 2.8 Alternativa B

Uma vez que as taxas de 2,0% (no 1º ano); 2,0% (no 2º ano); 4,5% e 7,0% são sucessivas, escrevemos:

$$\text{Saldo} = \text{R\$ } 1\,500,00 \cdot (1,02)^2 \cdot 1,045 \cdot 1,07 = \text{R\$ } 1744,98$$

$$\text{Rendimentos} = \text{R\$ } 1744,98 - \text{R\$ } 1500,00 = \text{R\$ } 244,98$$

## B.3 Capítulo 3

### B.3.1 Seção “É hora de explorar!”

#### Situação 3.1.

- $I_{\text{anual}} = 110\%$  do CDI = 110% da SELIC = 110% de 13,65% = 15,02% *a.a.*
- $(1 + i_{\text{mensal}}) = \sqrt[12]{1 + 0,1502} = 1,0117$   
 $\implies i_{\text{mensal}} = 0,0117 = 1,17\% \text{ a.m.}$
- Saldo = R\$ 5000,00 · (1,0117)<sup>8</sup> = R\$ 5488,74.
- Rendimento = R\$ 5488,74 – R\$ 5000,00 = R\$ 488,74  
Desconto = 20% de R\$ 488,74 = R\$ 97,75
- Saldo líquido = R\$ 5488,74 - R\$ 97,75 = R\$ 5390,99
- Saldo Poupança = 5000 · (1,0050)<sup>8</sup> = R\$ 5203,54
- O CDB é mais vantajoso se a taxa CDI fosse superior a 70% da Taxa Selic, ou ainda inferior a 6,17% *a.a.* (se a Selic for superior a 8,5% *a.a.*).

### Situação 3.2.

a)  $I_{\text{anual}} = 100\%$  do CDI = 100% de 13,65% *a.a.* = 13,65% *a.a.*

$$(1 + i_{\text{mensal}}) = \sqrt[12]{1 + 0,1365} = 1,0107$$

$$\implies i_{\text{mensal}} = 0,0107 = 1,07\% \text{ a.m.}$$

b)  $M_{LCI} = \text{R\$ } 5000,00 \cdot (1,0107)^8 = \text{R\$ } 5445,23$

c) LCI > CDB > Poupança.

d) Resgate apenas no vencimento.

### B.3.2 Seção “Vamos praticar!”

#### 3.9 Alternativa E

$$i_1 = 12,00\% \text{ a.a.} \implies M_2 = \text{R\$ } 1000,00 \cdot (1,1200)^1 = \text{R\$ } 1200,00.$$

$$i_2 = 92\% \text{ do CDI} = 92\% \text{ de } 13,65\% = 12,56\% \text{ a.a.} \implies M_2 = \text{R\$ } 1000,00 \cdot (1,1256)^1 = \text{R\$ } 1125,60.$$

$$i_3 = \text{IPCA} + 5,20\% = 7,17\% + 5,20\% = 1,0717 \cdot 1,0520 = 1,1274 = 112,74\% = \text{aumento de } 12,74\% \text{ a.a.} \implies M_3 = \text{R\$ } 1000,00 \cdot (1,1274)^1 = \text{R\$ } 1127,40.$$

#### 3.10 Alternativa C

Analisando...

$$92\% \text{ do CDI} < 12,00\% \implies \text{CDI} < \frac{12,00\%}{0,92} = 13,05\%.$$

$$1,12 > 1,0520 \cdot (1 + \text{IPCA}) \implies \text{IPCA} < \frac{1,12}{1,0520} - 1 = 0,0646 = 6,46\% \text{ a.a.}$$

#### 3.11 Alternativa E

$$I_{\text{anual}} = 115\% \text{ do CDI} = 115\% \text{ de } 9,65\% = 11,10\%$$

$$(1 + i_{\text{mensal}}) = \sqrt[12]{1 + 0,1110} = 1,0088$$

$$\Rightarrow i_{\text{mensal}} = 0,0088 = 0,88\% \text{ a.m.}$$

$$\Rightarrow M = \text{R\$ } 1500,00 \cdot (1,0088)^{15} = \text{R\$ } 1710,89$$

### 3.12 4. Alternativa A

$$M = \text{R\$ } 25000,00 \cdot (1,012)^{24} = \text{R\$ } 33286,82$$

## B.4 Capítulo 4

### B.4.1 Seção “É hora de explorar!”

#### Situação 4.1.

a) Veja Tabela B.7.

Tabela B.7: Valores Acumulados (I)

Mês	Cálculo	Valor acumulado
Fevereiro	—	R\$ 1000,00
Março	R\$ 1000,00 · 1,06	R\$ 1060,00
Abril	R\$ 1060,00 · 1,055	R\$ 1118,30
Maiο	R\$ 1118,30 · 1,03	R\$ 1151,85

Fonte: Autoria própria

b) Veja Tabela B.8.

Tabela B.8: Valores Acumulados (II)

Mês	Cálculo	Valor acumulado
Maio	_____	R\$ 1151,85
Junho	R\$ 1151,85 · 0,98	R\$ 1128,81
Julho	R\$ 1128,81 · 0,90	R\$ 1015,93

Fonte: Autoria própria

- c) Valores estagnados, prejudicados ante a inflação.
- d) Saldo = R\$ 1015,93 · 0,95 = R\$ 965,13
- e)  $965,13 \cdot (1 + i) = 1000,00 \implies i = 0,036 = 3,6\%$
- f) Prejuízo ante a inflação.

### Situação 4.2.

- a)  $\frac{450}{9} = 50$  ações
- b) Oscilação diária
- c) R\$ 12,00
- d) Lucro bruto =  $50 \cdot \text{R\$ } 3,00 = \text{R\$ } 150,00$   
 Corretagem =  $\text{R\$ } 150 - \text{R\$ } 5,00 = \text{R\$ } 145,00$   
 Lucro Líquido =  $0,80 \cdot \text{R\$ } 145,00 = \text{R\$ } 116,00$
- e)  $\frac{116}{450} \cong 0,2578$ , ou seja, 25,78%.

### B.4.2 Seção “Vamos praticar!”

#### 4.13 Alternativa D

Falso. Não haverá lucro se a compra for feita às 13h e vendida após esse horário.

Falso. A afirmativa contraria o conceito de *Day Trade* apresentado na Situação 4.2.

Verdadeiro. Antes das 12h, as ações custavam menos de R\$ 15,00, acarretando um aumento superior a 20%, em relação ao preço final.

#### 4.14 Alternativa B

Considerando aplicações de R\$ 100,00, temos:

$$M = 100(1,02 + 1,10 + 0,985 + 1,18 + 0,94) = \text{R\$ } 522,50.$$

$$\text{Comparando: } \frac{\text{R\$}522,50}{\text{R\$}500,00} = 1,045 = 4,5\%.$$

#### 4.15 Alternativa D

$$x\% \text{ do CDI} = x\% \text{ de } 12\% = 30\% \implies x = \frac{30}{12} = 2,50 = 250\%.$$

#### 4.16 Alternativa D

$$\text{Herança} = 2x$$

$$\text{Investimento 1: } x \cdot (1,10)^3 = 1,3310x$$

$$\text{Investimento 2: } x \cdot (1,08)(1,14)(0,98) = 1,2065x$$

$$\text{Valor acumulado} = 1,310x + 1,2065x = 2,5376x$$

$$\text{Comparando: } \frac{2,5376x}{2x} = 1,2688 = 126,88\% = \text{aumento de } 26,88\%.$$

# BIBLIOGRAFIA

- [1] ANDRADE NETO, Jayme. *Modelagem estatística em alta frequência da taxa Selic*. 2009. 46 ff. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2009.
- [2] BANCO CENTRAL. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br>>. Acesso em: 14 set. 2023.
- [3] BORFE, Igor Antônio; SCHWERZ, Maicon Bazzan. *Um estudo sobre a rentabilidade dos investimentos no Brasil*. 2019. 27f. Monografia (Bacharelado em Ciências Contábeis). Universidade de Cruz Alta, Rio Grande do Sul, Cruz Alta, 2019.
- [4] BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular – Ensino Médio*. Brasília: MEC, 2018, 595 pp. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf)>. Acesso em: 14 set. 2023.
- [5] FREITAS, Bruno G.. *Empréstimos & financiamentos: uma abordagem sobre o ensino de sistemas de amortização à luz da Educação Financeira*. 2021. 102 ff. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Centro Federal de Educação tecnológica de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2021.
- [6] GOMES, Luiz Eduardo da Silva. *Matemática financeira: uma proposta de abordagem para o ensino médio por meio*

- de simulações de investimentos no tesouro direto. 2020. 65 ff. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2020.
- [7] MOREIRA, Valéria e FREITAS, Bruno. *A Matemática dos Empréstimos & Financiamentos no Ensino Médio*. Disponível em: <<https://sbm.org.br/colecao-coletaneas-de-matematica/>>. Acesso em: 14 set. 2023.
- [8] IBGE. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 14 set. 2023.
- [9] PONAHT, Osmar. *Aplicação da matemática em investimentos financeiros: caderneta de poupança e títulos públicos*. 2015. 79 ff. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2015.
- [10] SALVALÁGIO, Alessandra Vieira de Souza. *Análise e evolução da taxa Selic meta em relação à taxa Selic efetiva e seus reflexos sobre a dívida pública interna*. 2006. 103 ff. Monografia (Graduação) - Departamento de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2006.
- [11] SILVA, Amarildo M.; POWEL, Arthur B. "Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica". In: *Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática: Retrospectiva e Perspectiva*. Curitiba: SBEM, 2013, p. 1-17.



# ÍNDICE REMISSIVO

- alíquota, 30
- aplicação, 17
- Aplicação com depósitos regulares, 36
  
- Bolsa de Valores, 69
  
- calculadora científica, 47
- Calculadora do Cidadão, 27, 39, 47, 79
- capital aberto, 67
- CDB, 23, 47, 49, 51, 80
- CDI, 49
- compra de ações, 67
- COPOM, 21
- correção, 16
- CRA, 48
- CRI, 48
  
- Day Trade*, 61, 71
- Debêntures, 48
- deflação, 28
  
- FGC, 52
- financiamento, 17
- Fundos de Investimentos, 48
  
- IGP-M, 25
- Imposto de Renda, 30, 31
- inflação, 28
  
- investimento, 49
- investimento de risco, 68
- IOF, 34
- IPCA, 20, 23, 25, 28, 33, 34, 43
  
- LCA, 23, 47, 52, 80
- LCI, 23, 47, 51, 52, 80
  
- Mercado de ações, 61
  
- poupança, 49
  
- RDB, 48
  
- Selic *over*, 49
- Swing Trade*, 61, 70, 71
  
- taxa de corretagem, 70
- taxa negativa, 68
- Taxa Selic, 21, 23, 42, 43, 79
- Tesouro Direto, 28
- Tesouro Nacional, 33
  
- valor futuro, 15