



V Colóquio de Matemática da Região *Sudeste* Rio de Janeiro

28 de setembro a 02 de outubro de 2026

- Plenárias
- Minicursos
- Sessões Temáticas
- Sessão de Pôsteres
- Mesas-redondas

+ Informações:



Colégio Brasileiro de Altos Estudos - UFRJ
Av. Rui Barbosa, 762 - Flamengo, Rio de Janeiro - RJ

Realização



Patrocínio

Sumário

Informações Gerais	8
Localização	9
Wi-Fi	9
Transporte	9
Alimentação	9
Transmissões pelo YouTube	9
Programação	10
Plenárias	12
1 Modeling Interaction Structure in High-Throughput Phenotyping in Tropical Forage Breeding Using Hidden Sparse Markov Random Fields Nancy Lopes Garcia (UNICAMP)	13
2 Da mecânica hamiltoniana aos sistemas com vínculos: uma visão geométrica Paula Balseiro (UFF)	14
3 Scalable Bernoulli Factory MCMC for Intractable Marginalised Posteriors Flávio Bambirra (UFMG)	15
4 Short wave vs. long wave interaction in the relativistic context. Hermano Frid (USP- Ribeirão Preto)	16
5 Não-hiperbolicidade por coexistência de diferentes hiperbolicidades Katrin Gelfert (UFRJ)	17
6 Roughness-Induced Effects in a Reaction-Diffusion Equation on a Thin Domain Marcone Corrêa (IME-USP)	18
7 Degree of Polar map: A conjecture of Dimca-Papadima Hamid Hassanzadeh	19
8 Understanding Gender Parity in Mathematics: A Robust Bayesian Network Perspective Thaís Fonseca (UFRJ)	20
9 The Moduli Space of Metric Structures Pablo Carrasco (UFMG)	21
10 Deu caos na matemática? Ali Tahzibi (ICMC-USP)	22
Minicursos	23
1 Complexidade parametrizada em Grafos Temporais Ana Shirley Ferreira da Silva	24
2 Ambientes aleatórios – percolação e modelos relacionados Daniel Ungaretti	24

3	Introdução ao Cálculo Estocástico	
	Christian Olivera e Pedro J. Catuogno	24
4	As bases de Gröbner e suas aplicações	
	Maral Mostafazadehfard	24
	Sessões Temáticas	25
1	EDP2 - Análise Harmônica e EDPs Lineares.	26
1.1	Trace of ultradistributions and applications	26
1.2	On global regularity for involutive systems on compact manifolds	27
1.3	On the Stein-Weiss Inequality in L^1	28
2	AC3 - Corpos Finitos e Aplicações.	29
2.1	A formula for the Geil-Matsumoto bound on numerical semigroups	29
2.2	A Dinâmica de Grafos de Iteração sobre Corpos Finitos	30
2.3	Curves on Frobenius nonclassical loci of hypersurfaces	31
3	AC1 - Combinatória.	32
3.1	Uma atualização no índice cromático modular de grafos	32
3.2	Conjecturas em coloração total e suas variantes	33
3.3	Uma versão multicolorida da conjectura de Lehel	34
3.4	Progresso em Ramsey-Turán de $K_{2,2,2}$	35
4	EDP1 - EDP's Não Lineares.	36
4.1	Beyond $L^2(\mathbb{R}^n)$: A friendly introduction to the Kuelbs-Steadman space $KS_2(\mathbb{R}^n)$. . .	36
4.2	On the self-similar blowup for the generalized SQG equations	37
4.3	Phase Retrieval and the Schrödinger Equation	38
5	MAC2 - Matemática Aplicada e Modelagem em Diferentes Contextos: Da Biologia à Economia	39
5.1	Risk-Budgeted Mean Variance Portfolios	39
5.2	Enhanced indexation based on S-shaped stochastic dominance	40
5.3	Evolutionarily stable strategies in multiplayer games: The viewpoint of an invader . .	41
6	ENS - Ensino de Matemática	42
6.1	A Matemática não é como um saco cheio de grãos de arroz: o papel das conexões matemáticas impulsionadas pelas insubordinações criativas.	42
6.2	E agora, o que fazemos com a resposta?: Inteligência Artificial e Educação Matemática em tempos de abundância	44
6.3	Entre o quadro e a carteira: desafios da formação do professor de Matemática no Profmat	45
6.4	DA TIRINHA À PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS: NARRATIVAS VISUAIS E O ENSINO DE FRAÇÕES	46
7	EDP4 - Controle e Comportamento Assintótico para EDPs	47
7.1	Results on null controllability for the complete Ladyzhenskaya - Boussinesq system. .	47
7.2	Recent Advances in Scattering Theory for Critical Equations	48
7.3	Inverse Problem for the Isotropic Helmholtz Equation with Mixed Boundary Conditions and Variable Coefficients	49

8	MAC1 - Análise de Dados e Computação.	50
8.1	Topologia e câncer: explorando redes gênicas com homologia persistente.	50
8.2	Bayesian Physics-Informed Gaussian Processes for Inverse Problems.	51
8.3	A Decomposição SVD Generalizada.	52
9	SD - Sistemas Dinâmicos.	53
9.1	Exact Dimensionality of Stationary Measures for Proximal Random Dynamical Systems on the Circle.	53
9.2	Interseções estáveis de conjuntos de Cantor e bifurcações homoclínicas no contexto complexo.	54
9.3	Rotation sets for random compositions of toral homeomorphisms.	55
9.4	Periodicidade de configurações bidimensionais com baixa complexidade retangular. . .	56
9.5	Local periodic data rigidity for partially hyperbolic endomorphisms in dimension two. .	57
9.6	Forcing theory in Dehn homotopy classes of torus homeomorphisms.	58
9.7	Continuidade dos expoentes de Lyapunov centrais.	59
9.8	Tamanho (linear) do conjunto de pontos transitivos.	60
10	EDP3 - Homogenização em EDP.	61
10.1	Homogenization of the wave equation in heterogeneous media.	61
10.2	Periodic Homogenization of Local-NonLocal Systems.	62
10.3	Homogenization of conservation laws with oscillatory forcing terms beyond a stationary ergodic setting.	63
11	GEO - Geometria e Topologia.	64
11.1	Homogeneous Ricci flow and positively curved metrics in the Wallach flag manifold $SU(3)/T^2$	64
11.2	Holonomy of the Obata connection on Joyce hypercomplex manifolds	65
11.3	Pontos racionalmente não equivalentes em interseções completas	66
11.4	A mass-type invariant for smooth metric measure spaces and its relation with the fractional Yamabe problem	67
11.5	Transverse foliations for two-degree-of-freedom mechanical systems	68
11.6	A correspondence between genus one minimal Lawson's surfaces and area-minimizing unit vector fields on $S^2 \setminus \{N, S\}$	69
12	AC2 - Álgebra Comutativa.	70
12.1	Non-algebraicity of foliations via reduction modulo 2.	70
12.2	The Lefschetz locus in Artinian Gorenstein Algebras and cubics with vanishing hessian. .	71
12.3	Generating Residual Intersections with Koszul-Fitting Ideals.	72
13	PE1 - Probabilidade e Processos Estocásticos.	73
13.1	Epidemic Phase Transitions in the Zero-Range Process	73
13.2	The Truncation Question in Percolation of Words	74
13.3	The Random Markov Property for Random Walks in Random Environment	75
13.4	Monotonicidade estrita do ponto crítico em percolação orientada com arestas diagonais .	76
13.5	Percolation on Hierarchical Lattices and Its Generalization to Hypergraphs	77
14	PE2 - Estatística e Ciência de Dados.	78
14.1	Principled Bayesian Analysis with the Power Prior.	78
14.2	Modelos Gráficos Dinâmicos para Grafos Acíclicos Direcionados: Uma Aplicação à Conectividade Efetiva Cerebral.	79

14.3	Quantificação de incerteza com predição conformal: fundamentos e desenvolvimentos recentes.	80
14.4	Amostragem na Era do Big Data: O Paradoxo do Big Data e Inferência com Amostras Não-Probabilísticas.	81
14.5	A Bayesian physics-informed approach to inverse problems in heat transfer and fluid mechanics.	82
Sessões de Pôsteres		83
Retratos de fase de uma família de sistemas quadráticos com esferas invariantes <i>Tiago M. P. Abreu and Jaume Llibre</i>		84
Two-Pass Blocking with Robust Cross-Encoder Matching for Record Linkage <i>Á. C. Alves, E. Ramos, N. S. Wischermann, H. Mirandola, L. V. Acioly Filho e R. S. Silva</i>		85
A classificação dos grupos finitos simples <i>Jadir Machado Balthar e Tulio Marcio Gentil dos Santos</i>		87
Statistically Calibrated Aggregate Tests for Communication-Efficient Reconciliation of Large Tables <i>Leon Martins Uchoa Barboza, Eduardo Veiga Acioly Filho, Álvaro de Carvalho Alves, Leonardo Veiga Acioly Filho, Heudson Tosta Mirandola e Ralph dos Santos Silva</i>		88
Da geometria clássica à Álgebra Moderna: de Pappus a Macaulay <i>Carlos José de Marins Barros</i>		90
As 27 retas de uma Superfície Cúbica <i>Yan Robert Ortiz Blyth</i>		92
Ensino dos fundamentos da Matemática Aplicada para análises preditivas, na graduação, como disciplina eletiva universal <i>Claudio Bonel</i>		93
Análise Experimental do Crivo de Eratóstenes: Verificação de Complexidade e Comparação com a Variante Segmentada <i>Raphael M.P. Câmara, Thays A.S. Oliveira, Oberdan M.R. Souza, Wilian J. Santos e Renan S. Teixeira</i>		95
Agregações de Vizinhança Fixas na Análise de Redes Neurais em Grafos <i>Iara Castro e Pedro Martinez</i>		98
Aresta-Hamiltonicidade em Camadas Aritméticas de Coloração de Grafos de Reconfiguração de Triangulações <i>Daniel Debroyhim e Diana Sasaki</i>		100
Comportamento Histórico e Formalismo Ergódico <i>Gabriel Fonseca Margotto Dornelas e Luciana Silva Salgado</i>		102
Superfícies Impulsivas <i>Jaqueline da Costa Ferreira</i>		103

A Testbed for Data Reconciliation – From Source to Target <i>Leonardo Veiga Acioly Filho, Álvaro de Carvalho Alves, Leon Martins Uchoa Barboza, Heudson Tosta Mirandola e Ralph dos Santos Silva</i>	104
Pathwise convergence of the Euler method for random ordinary differential equations driven by semimartingales <i>Luan Freitas and Ricardo Rosa</i>	106
On Shadowing and Expansivity for Lipschitz Homeomorphisms and Their Induced Operators on Lipschitz-Free Spaces <i>Alírio Gómez Gómez</i>	107
O Programa de Hilbert e a Numeração de Gödel <i>Íthallo de Oliveira Guimarães</i>	108
Equações de Laplace e Poisson: Existência, Unicidade, Regularidade e Funções de Green <i>Gabriel Volpato Lima e José Miguel Mendoza Aranda</i>	109
Estudo dos Fundamentos Matemáticos das Redes Neurais Artificiais <i>Francisco Lorensute dos Santos e Alcebíades Dal Col Júnior</i>	110
Coloração de Grafos <i>Nibelly Nascimento Matar e Ricardo Soares Leita</i>	111
Weak-Strong Li-Yorke Chaos for perturbations of Shear flows in Euler Equations <i>(Carlos Juarez Martins Medeiros)</i>	112
Superfícies de Tipo Ribaucour <i>Milton Javier Cardenas Mendez</i>	114
Estabilidade Estatística para Famílias de Conjuntos Atratores de Fluxos <i>Gabriel Mesquita e Luciana Salgado</i>	115
A Equivalência entre o Teorema de Hex e o Teorema do Ponto Fixo de Brouwer <i>Maikon Júnior da Silva Nazareth e Wenderson Marques Ferreira</i>	116
Risco de queimadas no Pantanal: uma abordagem via modelos de redes Bayesianas com efeitos espaço-temporais <i>Adriano Gomes Oliveira</i>	119
Localização sob lei de potência para operadores de longo alcance na rede com potenciais do tipo Stark <i>Mariane Pigossi</i>	120
Aggregate Tests for Asymptotically Optimal Reconciliation of Large Tables <i>Eduardo Ramos, Leon Martins Uchoa Barboza, Leonardo Veiga Acioly Filho, Álvaro de Carvalho Alves, Heudson Tosta Mirandola, Ralph dos Santos Silva</i>	122
Geometria Inversiva e o Porisma de Steiner <i>Arthur Dos Santos Reis</i>	124

Forgetfulness, Liftings and Obstructions: From the Atiyah Class to a Spencer Obstruction Tower	
<i>C. P. Neyra Salvador</i>	125
(*)-Polynomial identities of $UT_2(F)$	
<i>Amanda dos Santos and Dr. Pedro Souza Fagundes</i>	126
Propagação Térmica: Fourier <i>Versus</i> Cattaneo	
<i>Andrei Diniz Rodrigues and Pedro Roberto de Lima</i>	127
Princípio Variacional e outros resultados	
<i>Pedro Henrique Souza dos Santos</i>	128
Aspectos geométricos da dinâmica do espaço-tempo superfluido efetivo	
<i>Rodrigo Francisco dos Santos</i>	129
Optimal gradient estimates for quasilinear elliptic models of p-Laplacian type via blow-up procedure	
<i>Luiz Carlos Urbiñes e João Vitor da Silva</i>	130
A Construção dos Conjuntos Numéricos: uma abordagem axiomática com comentários históricos	
<i>Carlos Victor Gomes Teixeira</i>	132
Mesas-redondas	133
1 Educação Matemática, Inclusão, Justiça Social e Formação de Professores	
Gisela Maria da Fonseca Pinto (UFRRJ), Denner Dias Barros (USP), Rodrigo Cardoso dos Santos (UFRJ) – Mediador	134
2 Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	134

Informações Gerais

Localização

O congresso será no Colégio Brasileiro de Altos Estudos (CBAE), da UFRJ, na Avenida Rui Barbosa, 762, Flamengo, Rio de Janeiro, RJ.

Wi-Fi

A rede é aberta e não requer senha.

Transporte

O CBAE está localizado no bairro do Flamengo, próximo ao Aterro do Flamengo.

Metrô: a estação mais próxima é a Estação Flamengo, da Linha 1. Da estação até o CBAE, são cerca de 15 minutos a pé.

Ônibus: diversas linhas circulam pela região da Avenida Rui Barbosa e do Aterro do Flamengo. Há pontos de ônibus nas proximidades do CBAE.

Táxi e aplicativos: o acesso por táxi e aplicativos de transporte é fácil, com desembarque na própria Avenida Rui Barbosa.

Alimentação

Há diversas opções de restaurantes, lanchonetes e cafés nas proximidades do CBAE. A **Rua Senador Vergueiro** e a **Rua Marquês de Abrantes**, ambas no Flamengo, concentram várias opções.

Algumas sugestões:

1. **Sushi Barcellos.** Praia de Botafogo, 80, Botafogo.
2. **Broz.** Rua Marquês de Abrantes, 216, Flamengo.

Transmissões pelo YouTube

As sessões plenárias do Colóquio serão transmitidas pelo YouTube. As gravações e transmissões estão disponíveis em <https://www.youtube.com/watch?v=HJnYpCPv7GIl&list=PLLSovIHCeJuU> .

Programação

Hora	Segunda 28/09	Terça 29/09	Quarta 30/09	Quinta 01/10	Sexta 02/10
08:00 – 08:30	Credenciamento	-	-	-	-
08:30 – 09:00	Abertura	-	-	-	-
09:00 – 10:00	Ali Tahzibi	Pablo Carrasco	Marcone Corrêa	Hermano Frid	Paula Balseiro
10:00 – 10:30	Coffee Break	Coffee Break	Coffee Break	Coffee Break	Coffee Break
10:30 – 11:30	Nancy Lopes	Katrin Gelfert	Thais Fonseca	Hamid Hassanzadeh	Flávio Bambirra / ENS
11:30 – 12:30	Ana Shirley / Daniel	Daniel / Maral	Maral / Ana Shirley	Maral / Christian e Pedro	Christian e Pedro / ENS
12:30 – 14:00	Almoço	Almoço	Almoço	Almoço	Almoço
14:00 – 15:00	PE1 / SD	Ana Shirley / Daniel	SD / PE2	GEO / Christian e Pedro	GEO / MR
15:00 – 16:30	PE1 / SD	SD / AC3	MAC1 / PE2	EDP2 / GEO	GEO / MR
16:30 – 17:00	Coffee Break e Pôsteres	Coffee Break e Pôsteres	Coffee Break e Pôsteres	Coffee Break e Pôsteres	-
17:00 – 19:00	AC1 / MAC2	EDP4/MR	EDP1 / AC2	EDP3	-

Plenárias

1 Modeling Interaction Structure in High-Throughput Phenotyping in Tropical Forage Breeding Using Hidden Sparse Markov Random Fields

Nancy Lopes Garcia (UNICAMP)

Resumo

High-throughput phenotyping via drone-based remote sensing offers a rapid, non-invasive framework for monitoring morphophysiological traits in agricultural crops, particularly forage species. Extracting precise metrics such as plant height, canopy density, and leaf cover from high-resolution aerial imagery requires robust statistical segmentation to separate plant structures from the background. We model these images using a Gaussian mixture driven by a hidden Markov Random Field (MRF). A central statistical challenge in this formulation is the joint estimation of the interacting neighborhood structure of the hidden MRF and the number of Gaussian mixture components. To address this, we propose a Bayesian Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo (RJMCMC) algorithm that explores subsets of a maximal interaction neighborhood. Model selection is performed using a marginal pseudoposterior distribution, effectively mitigating the computational burden of intractable normalization constants. This framework enables precise digital trait extraction, providing scalable insights into crop performance and supporting variety selection for agricultural management. Joint work with Victor Freguglia, Guilherme Francio Niederauer and Mateus Figueiredo

2 Da mecânica hamiltoniana aos sistemas com vínculos: uma visão geométrica

Paula Balseiro (UFF)

Resumo

A mecânica clássica é o berço de várias áreas da geometria diferencial, como as geometrias simplética e de Poisson. Nesta palestra, revisitaremos essas motivações iniciais e veremos como as estruturas simpléticas e de Poisson aparecem de forma natural para auxiliar na descrição intrínseca da dinâmica de um sistema hamiltoniano, na busca por quantidades conservadas e nos processos de redução por simetria via grupos de Lie. Em seguida, abordaremos o estudo dos sistemas mecânicos com vínculos (sistemas não-holônomos) e veremos como novas ferramentas geométricas precisam ser desenvolvidas para o seu estudo. Discutiremos o problema da hamiltonização e os critérios geométricos que medem a obstrução para um sistema não-holônomo ser hamiltoniano, destacando o contexto geométrico na formulação e análise desses problemas.

3 Scalable Bernoulli Factory MCMC for Intractable Marginalised Posteriors

Flávio Bambirra (UFMG)

Resumo

Bernoulli factory MCMC algorithms implement accept-reject Markov chains without explicit computation of acceptance probabilities, and are used to target posterior distributions associated with intractable likelihood models. Intractable likelihoods naturally arise in continuous-time models and mixture distributions, or from the marginalisation of a tractable augmented model. Bernoulli factory MCMC algorithms often mix better than alternatives that target a tractable augmented posterior. However, we show that their computational performance typically deteriorates exponentially with data size, as happens in naively implemented pseudo-marginal algorithms. To address this, we propose a simple divide-and-conquer Bernoulli factory MCMC algorithm and prove that it has polynomial complexity for factorising models, with the exact degree depending on the existence of efficient unbiased estimators of the intractable likelihood ratio. We demonstrate the effectiveness of our approach with applications to Bayesian inference in two intractable likelihood models, and observe respective polynomial cost of degree 1.2 and 1 in the data size.

4 Short wave vs. long wave interaction in the relativistic context.

Hermano Frid (USP- Ribeirão Preto)

Resumo

We review some recent results concerning short wave-long wave interactions in the relativistic context, including the application to relativistic isothermal gas dynamics.

5 Não-hiperbolicidade por coexistência de diferentes hiperbolicidades

Katrin Gelfert (UFRJ)

Resumo

Os sistemas dinâmicos hiperbólicos são caracterizados pela contração uniforme nas direções estáveis e pela expansão uniforme nas direções instáveis, sendo a ferradura de Smale um exemplo clássico. Nosso interesse, no entanto, está em sistemas não hiperbólicos, nos quais a contração e a expansão interagem de modo a produzir uma dinâmica neutra.

Estudamos uma classe de produtos skew sobre uma ferradura, cujas aplicações nas fibras são dadas por dois difeomorfismos do círculo. Uma família particularmente importante surge das ações projetivas de matrizes em $SL(2, \mathbb{R})$, especialmente quando uma das matrizes é hiperbólica e a outra é elíptica. Esse contexto combina naturalmente um sistema dinâmico parcialmente hiperbólico, com direções estável, instável e central, e um cociclo de matrizes.

O expoente de Lyapunov na direção central coincide com a taxa de crescimento exponencial dos produtos de matrizes associados. Discutimos o espectro desses expoentes por meio do formalismo termodinâmico e da geometria do espaço das medidas ergódicas, destacando o papel das medidas não hiperbólicas e apresentando alguns resultados recentes.

Este é um trabalho conjunto com L. J. Díaz, M. Rams e J. Zhang.

6 Roughness-Induced Effects in a Reaction-Diffusion Equation on a Thin Domain

Marcone Corrêa (IME-USP)

Resumo

In this talk, we analyze a reaction-diffusion problem posed in a thin domain endowed with a Robin-type boundary condition, modeling reactions catalyzed at the boundary. Motivated by microfluidic applications, we allow for resonant roughness, in which both the amplitude and the period of the boundary oscillations are of the same order as the domain thickness.

Depending on the strength of the reaction term in the Robin condition, we identify three distinct regimes. In particular, we characterize the critical regime in which the influence of the domain geometry and all physically relevant features of the process are fully captured.

This is joint work with Prof. Igor Pazanin (University of Zagreb) and postdoctoral researcher Jean Carlos Nakasato, and can be partially found in [1,2].

[1] J. C. Nakasato, I. Pazanin and M. C. Pereira, Roughness-induced effects on the convection-diffusion-reaction problem in a thin domain, *Applicable Analysis*, v. 100, p. 1107-1120, 2021.

[2] J. C. Nakasato and M. C. Pereira. Quasilinear problems with nonlinear boundary conditions in higher dimensional thin domains with corrugated boundaries. *Advanced Nonlinear Studies*, v. 23, p. 20230101, 2023.

7 Degree of Polar map: A conjecture of Dimca-Papadima

Hamid Hassanzadeh

Resumo

Let h be a nonzero homogeneous polynomial of degree $d \geq 1$ in the polynomial ring $\mathbb{C}[z_0, \dots, z_n]$. Associated to h is the *gradient map* obtained from its partial derivatives

$$\text{grad}(h) : \mathbb{P}^n \dashrightarrow \mathbb{P}^n, \quad z \mapsto \left(\frac{\partial h}{\partial z_0} : \dots : \frac{\partial h}{\partial z_n} \right).$$

The *polar degree* of h is the degree of the gradient map of h (i.e., the number of points in the preimage of a general point). A polynomial h is called *homaloidal* if the map $\text{grad}(h)$ is birational (an isomorphism on a nonempty open subset).

Dolgachev showed in [?] that there are exactly three homaloidal plane curves, up to a linear change of homogeneous coordinates. June Huh in [?] showed that there are irreducible homaloidal hypersurfaces of any given degree $d \geq 3$ in the projective space of dimension $n \geq 3$. Dimca and Papadima conjectured in [?, Section 3] that none of them has only isolated singular points:

Conjecture 3. *There are no homaloidal hypersurfaces of degree $d \geq 3$ with only isolated singular points in the projective space of dimension $n \geq 3$.*

Dimca proved the conjecture for quasi-homogeneous singularities. The conjecture was later proved in full generality by June Huh [?] using topological methods to reduce the conjecture to the quasi-homogeneous case.

In this talk, we present a commutative algebraic method to prove the conjecture and some of its generalizations in the case of quasi-homogeneous singularities.

8 Understanding Gender Parity in Mathematics: A Robust Bayesian Network Perspective

Thaís Fonseca (UFRJ)

Resumo

Gender disparities in mathematics and STEM education are shaped by complex interactions among educational, socioeconomic, labour-market, and demographic factors. In this talk, we focus on modeling the dependence structure among the multiple factors influencing gender parity in mathematics using Bayesian networks. In particular, we develop a robust quantile-based formulation that allows these relationships to be explored beyond traditional mean-based approaches, providing greater flexibility in the presence of outliers, heteroscedasticity, and departures from standard distributional assumptions. We also introduce a quantile-based criterion for robust network structure learning. The proposed framework is used to investigate gender parity in undergraduate mathematics and STEM education in Brazil, providing a multivariate perspective on how educational, economic, and social factors interact and contribute to regional differences in female participation.

9 The Moduli Space of Metric Structures

Pablo Carrasco (UFMG)

Resumo

In this talk I will introduce a metric geometry on the space of (weakly hyperbolic) metric structures on a closed surface of genus at least two. I will explain how this viewpoint offers a common perspective on familiar spaces such as Teichmüller space and Culler–Vogtmann Outer space.

The guiding idea is to start from large-scale geometric data and use tools from thermodynamic formalism to study the local geometry of this space. The talk will be introductory, and no previous familiarity with dynamical systems will be assumed. This is joint work with Stephen Cantrell (St Andrews), Emilio Corzo, and Federico Rodriguez-Hertz (Penn State).

10 Deu caos na matemática?

Ali Tahzibi (ICMC-USP)

Resumo

Quando Edward Lorenz recebeu seu McBee LGP-30 no MIT, teve que dedicar uma sala específica para deixar o monstro barulhento trabalhando. Talvez poucas pessoas saibam, mas Lorenz tinha colaboradoras como as pesquisadoras Margaret Hamilton (que depois foi uma peça-chave na missão de Apolo 11) e Ellen Fetter, que o ajudaram a domar aquele computador na realização de seus cálculos. O artigo do Lorenz (com colaboração de Fetter) publicado em 1963 no *Journal of Atmospheric Science* com o título “Deterministic non-periodic flow” criou um caos no mundo da matemática, tal como o bater de asas de uma borboleta. Entretanto, aquela borboleta matemática já tinha, de certa forma, começado a nascer, antes, talvez no formato de lavra ainda, presente nos trabalhos de Richardson, que podem ser conferidos no livro “Weather prediction with numerical process”.

O sucesso do efeito borboleta foi tamanho que sua fama alcançou até as salas de cinema. Seus efeitos foram sentidos no mundo dos números e se entrelaçou nos trabalhos de Joan Birman e Robert F. Williams, ganhando complexidade topológica. Hoje, as asas da borboleta dançam ao longo de nós, tecendo afinidades com a área de grupo modular em teoria de números (mostrado por E. Ghys). Foram os estudos desse grupo modular que geraram danças algo-ritmicas na praça XV de Novembro, em São Carlos, durante o festival Pint of Science, em 2024.

Minicursos

1 Complexidade parametrizada em Grafos Temporais

Ana Shirley Ferreira da Silva

Resumo

Um grafo temporal é um grafo que se altera ao longo do tempo. Pode ser usado em várias situações da vida real em que o tempo é uma componente importante para o contexto, como por exemplo, pode modelar o sistema de transportes públicos junto com seu escalonamento. Atacar problemas nestes grafos tem se mostrado bastante desafiador, por isso tem surgido interesse na abordagem de problemas através da complexidade parametrizada. Neste curso, iremos estudar complexidade computacional e parametrizada, assim como definições básicas de grafos temporais e apresentação de parâmetros neste últimos.

2 Ambientes aleatórios – percolação e modelos relacionados

Daniel Ungaretti

Resumo

Percolação diz respeito à passagem de um líquido ou gás através de um material poroso. Imagine que este material poroso foi formado aleatoriamente. Uma pergunta natural nesse contexto é: qual a probabilidade de o líquido atravessar o material em questão? A resposta certamente deve depender do que significa “ser formado aleatoriamente”. Mas intuitivamente, a resposta está associada a um parâmetro: a porosidade do material, ou seja, qual a proporção de espaço disponível para passagem do líquido. Se a porosidade é muito baixa o líquido não consegue atravessar o material, e se for muito alta, ele consegue. Veremos alguns modelos de probabilidade que formalizam a situação acima, e como eles podem ser utilizados na modelagem rigorosa de outros fenômenos semelhantes, como por exemplo a disseminação de doenças em uma população.

3 Introdução ao Cálculo Estocástico

Christian Olivera e Pedro J. Catuogno

Resumo

Vamos abordar os fundamentos do cálculo estocástico, com ênfase no movimento Browniano, na integral de Itô, na fórmula de Itô e nas equações diferenciais estocásticas. O curso abordará também aplicações em finanças matemáticas e em equações diferenciais parciais.

4 As bases de Gröbner e suas aplicações

Maral Mostafazadehfard

Resumo

Como resolver sistemas de equações quando as variáveis começam a se multiplicar e os expoentes sobem? Este minicurso parte da conhecida Eliminação Gaussiana para construir uma ponte em direção ao universo dos sistemas polinomiais não lineares. O motor dessa jornada são as Bases de Gröbner, um dos métodos computacionais da Álgebra Comutativa. Ao longo do minicurso conheceremos o Software Macaulay2, que facilita as calculações. O poder das Bases de Gröbner vai muito além de “encontrar soluções”: elas fornecem ferramentas práticas no combinatório, computação e até otimização.

Sessões Temáticas

1 EDP2 - Análise Harmônica e EDPs Lineares.

Organizadores: Luis Salge (UERJ), Luis F. Ragognette (UFMG) e Giuliano Zugliani (UNICAMP)

Descrição da sessão: A sessão de Análise Harmônica e EDPs Lineares tem como foco resultados recentes nessas áreas, assim como suas aplicações. Os tópicos incluem, mas não se limitam a, espaços de Hardy, integrais oscilatórias, teoria geométrica da medida, resolubilidade global e local, hipoelipticidade global e local e problemas relacionados à teoria de operadores e EDPs. A sessão consistirá em três palestras de pesquisadores de destaque e tem como objetivo reunir grande parte dos pesquisadores dessas áreas, e possivelmente seus estudantes, em um local estratégico, impulsionando ainda mais o grupo, que vem crescendo e se espalhando pelo país de forma acelerada nos últimos anos. Será um ambiente propício para que os participantes tenham também a oportunidade de trocar experiências com outros pesquisadores presentes.

1.1 Trace of ultradistributions and applications

Gustavo Hoepfner

Universidade Federal de São Carlos

picon@ffclrp.usp.br

Resumo

In this talk we discuss sufficient conditions that guarantee when a pullback of ultradistributions is well defined. This involves appropriate transversality conditions. As an application, we characterize the Gevrey wave-front set of solutions to locally integrable structures when restricted to maximally real submanifolds. This is a joint work with R. Medrado. G. Hoepfner is supported by FAPESP 2018/14316-3 and CNPq 305955/2021-7. R. Medrado is supported by FAPEAL E:60030.0000002398/2022.

Referências

- [1] R. W. Braun, R. Meise, B.A. Taylor: Ultradifferentiable functions and Fourier analysis. Res. Math.17, 207-234 (1990).

1.2 On global regularity for involutive systems on compact manifolds

Paulo Dattori

Universidade de São Paulo (ICMC)

dattori@icmc.usp.br

Resumo

In this talk we will deal with global hypoellipticity of involutive structures defined on a smooth product manifold $M \times \mathbb{T}^m$, where $\mathbb{T}^m \simeq \mathbb{R}^n/2\pi\mathbb{Z}^m$ is the m -dimensional torus.

Given a compact n -dimensional manifold M and closed 1-forms $\omega_1, \dots, \omega_m$ over M , consider the product manifold $\Omega = M \times \mathbb{T}^m$ and the subbundle $\mathcal{V} \subset \mathbb{C}T\Omega$ annihilated by all the forms

$$\zeta_k = dx_k - \omega_k, \quad k \in \{1, \dots, m\},$$

where $(x_1, \dots, x_m)$ are angular coordinates on $\mathbb{T}^m$. Such a bundle is involutive, and gives rise to a complex of vector bundles over Ω and first-order differential operators between them.

Let Λ^1 be the bundle of complex 1-forms over M , and $\Lambda^{0,1}$ be its pullback to Ω via the natural projection $\Omega \rightarrow M$; we denote their spaces of smooth sections by $\Lambda^1 C^\infty(M)$ and $\Lambda^{0,1} C^\infty(\Omega)$, respectively. We define $\mathbb{L} : C^\infty(\Omega) \rightarrow \Lambda^{0,1} C^\infty(\Omega)$ by the formula

$$\mathbb{L}f = d_t f + \sum_{k=1}^m \omega_k \wedge \partial_{x_k} f,$$

where $t \in M$ and d_t is the exterior derivative on M ; hence, $\mathbb{L}$ is a first-order differential operator.

We will investigate the regularity of solutions of the equation $\mathbb{L}u = f$.

We will give special attention in the case where M is also a torus $\mathbb{T}^n$; also, in the case where M is a compact Lie group.

Partially supported by CNPq and FAPESP.

Referências

- [1] G. Araújo, P. L. Dattori da Silva, and B. de Lessa Victor, Global Analytic Solvability of Involutive Systems on Compact Manifolds. *Journal of Geometric Analysis*, v. 33, p. 151, 2023.
- [2] G. Araújo, P. L. Dattori da Silva, and B. de Lessa Victor, Global analytic hypoellipticity of involutive systems on compact manifolds. *Mathematische Annalen*, 2022.
- [3] P. L. Dattori da Silva and A. Meziani, A Gevrey differential complex on the torus. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 269(1): Paper No. 8, 2020.
- [4] I. V. Coelho da Silva, P. L. Dattori da Silva, and F. M. Simão, Regularity of solutions for a class of involutive systems of vector fields, preprint.

1.3 On the Stein-Weiss Inequality in L^1

Tiago H. Picon

Universidade de São Paulo (FFCLRP)

picon@ffclrp.usp.br

Resumo

In this talk, we discuss the validity of the Stein-Weiss inequality in the case $p=1$, a topic that has recently attracted considerable attention from several authors. We present a brief historical overview of the inequality, along with a survey of related results in the literature and some open problems. The author was supported by CNPq (grant 311430/2018-0) and FAPESP (grant 2018/15484-7).

Referências

- [1] J. V. Schaftingen, Limiting Sobolev inequalities for vector fields and canceling linear differential operators, J. Eur. Math. Soc. 5, no.3 (2013), 877-921.
- [2] E. Sawyer, A two weight weak type inequality for fractional integrals, Trans. Amer. Math. Soc. 281 (1984), no. 1, 339-345.
- [3] E. Sawyer, A characterization of two weight norm inequalities for fractional and Poisson integrals, Trans. Amer. Math. Soc. 308 (1988), no. 2, 533-545.

2 AC3 - Corpos Finitos e Aplicações.

Organizadores: Erik Mendoza (UFRJ) e Luciane Quoos (UFRJ).

Descrição da sessão: Com a profusão do uso de tecnologias na sociedade moderna, a teoria de corpos finitos e suas aplicações são cada vez mais importantes, englobando investigação em álgebra linear e abstrata, teoria dos números e geometria algébrica, bem como aplicações na ciência da computação e teoria da informação. Nesta sessão serão apresentados resultados e pesquisas recentes na área.

2.1 A formula for the Geil-Matsumoto bound on numerical semigroups

Guilherme Tizziotti

Universidade Federal de Uberlândia

Guilhermect <guilhermect@ufu.br>

Resumo

The Geil-Matsumoto bound (GM bound) constrains the number of rational points on a curve over a finite field in terms of the Weierstrass semigroup of any of the points on the curve. For general numerical semigroups, the GM bound lacks a simple closed-form expression, making its computation a challenging problem. A closed formula has been obtained for the case when the numerical semigroup is generated by two co-prime integers.

In this talk, for any numerical semigroup, we will present a closed formula for the GM bound in terms of the Apéry set of a nonzero element of the semigroup. In the case where the numerical semigroup is generated by consecutive integers $n, n + 1, \dots, n + t$ with $\frac{n-1}{2} \leq t \leq n - 1$, we obtain a simple closed formula for the bound. We apply these results to obtain upper bounds on the number of rational points for algebraic curves over finite fields. In some cases, our bounds improve some well-known upper bounds on the number of rational points.

This is a joint work with A. Marques, E. Mendoza, and L. Quoos.

2.2 A Dinâmica de Grafos de Iteração sobre Corpos Finitos

Miriam del Milagro Abdón

Universidade Federal Fluminense

`miriam_abdon@id.uff.br`

Resumo

Nesta palestra, abordamos o comportamento geométrico e algébrico que surge quando aplicamos repetidamente (iteramos) funções polinomiais e racionais sobre corpos finitos. Mostraremos como esse processo de iteração nos permite modelar e visualizar o comportamento dos elementos do corpo no formato de um grafo direcionado, onde os vértices representam os números e as arestas indicam as transições feitas pela função. Ao longo da apresentação, discutiremos a estrutura desses grafos para classes clássicas de funções (como as de Chebyshev e Rédei), analisando a formação de seus ciclos e componentes conexas.

2.3 Curves on Frobenius nonclassical loci of hypersurfaces

Nazar Arakelian

USP-São Carlos

n.arakelian@ufabc.edu.br

Resumo

Let $\mathcal{S} \subset \mathbb{P}^n$ be an absolutely irreducible projective hypersurface defined over a finite field $\mathbb{F}_q$, equipped with the $\mathbb{F}_q$ -Frobenius map Φ_q . In this work we investigate irreducible curves $\mathcal{X} \subset \mathcal{S}_{\Phi_q}$, where $\mathcal{S}_{\Phi_q}$ is the $\mathbb{F}_q$ -Frobenius nonclassical locus of $\mathcal{S}$. In particular, we show that every curve $\mathcal{X} \subset \mathcal{S}_{\Phi_q}$ such that the restriction of the Gauss map of $\mathcal{S}$ to $\mathcal{X}$ is inseparable is $\mathbb{F}_q$ -Frobenius nonclassical. This provides a way to construct new Frobenius nonclassical curves, which are curves that tend to have many $\mathbb{F}_q$ -rational points. We also prove that a certain type of Frobenius nonclassical hypersurfaces $\mathcal{S}$ defined by separated variables are such that their Gauss maps restricted to any curve contained in $\mathcal{S}$ is inseparable. Finally, in parallel with the plane curve cases, we show that if the strict Gauss map Γ of a $\mathbb{F}_q$ -Frobenius nonclassical hypersurface $\mathcal{S}$ is given by p powers, then Γ is purely inseparable.

3 AC1 - Combinatória.

Organizador: Lucas Aragão (UFRJ).

Descrição da sessão: A combinatória ocupa um papel central na matemática discreta, com foco no estudo de estruturas discretas, como grafos, hipergrafos, sequências, permutações e conjuntos finitos. Nas últimas décadas, a área tem se desenvolvido intensamente, em especial nas vertentes aditiva, extremal e probabilística, e tem fortalecido suas conexões com probabilidade, teoria dos números, computação e otimização. A sessão contemplará diferentes vertentes da combinatória contemporânea.

3.1 Uma atualização no índice cromático modular de grafos

Fábio Botler

Universidade de São Paulo - USP

fbotler@ime.usp.br

Resumo

Denote por $\chi'_k(G)$ o menor número de cores necessárias para colorir as arestas de um grafo G de forma que o subgrafo gerado pelas arestas de qualquer cor tem todos os graus positivos congruentes a 1 módulo k . Pyber (1992) provou que $\chi'_2(G) \leq 4$ para todo grafo G , e perguntou se $\chi'_k(G)$ pode ser limitado por uma função apenas de k para todo $k \geq 3$. Scott (1997) resolveu a questão de Pyber provando que $\chi'_k(G) \leq 5k^2 \log k$, e perguntou se $\chi'_k(G) = O(k)$. Em 2022 Botler, Colucci, e Kohayakawa responderam afirmativamente a questão de Scott provando que $\chi'_k(G) \leq 198k - 101$, e conjecturaram adicionalmente que a constante multiplicativa pode ser reduzida para 1. Em 2024, Nweir e Yang deram um passo na direção dessa última conjectura, provando que $\chi'_k(G) \leq 177k - 93$. Nessa palestra nós vamos mostrar como melhorar essa constante para 9. Mais especificamente, nós vamos mostrar que existe uma função $f \in o(k)$ tal que $\chi'_k(G) \leq 7k + f(k)$ se k é ímpar, e $\chi'_k(G) \leq 9k + f(k)$ se k é par.

3.2 Conjecturas em coloração total e suas variantes

Mauro Nigro

Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

mauro.nigro@ime.uerj.br

Resumo

Uma coloração total é uma atribuição de cor aos elementos de um grafo de tal forma que elementos adjacentes ou incidentes entre si possuam cores diferentes. O número cromático total de um grafo é o menor número de cores para as quais um grafo possui uma coloração total. Em 1965 conjecturou-se que o número cromático total de qualquer grafo é no máximo o grau máximo mais dois, conjectura conhecida como Conjectura da Coloração Total (CCT) que está em aberto até hoje. Algumas variantes, impondo restrição quanto ao número de elementos com a mesma cor como a coloração total equilibrada ou quanto à restrição de distinguibilidade, conhecida do inglês Adjacent-Vertex-Distinguishing (AVD) aparecem no desenvolvimento da literatura junto com seus parâmetros de minimização, conhecidos como número cromático total equilibrado e número cromático total AVD. Em 2002, conjecturou-se que o número cromático total equilibrado de qualquer grafo é no máximo grau máximo mais dois (CCTE) e em 2006 conjecturou-se que o número cromático total AVD de qualquer grafo é no máximo o grau máximo mais três (CCTAVD). As investigações dessas três conjecturas, todas ainda em aberto (sendo a mais antiga com mais de 60 anos de idade), incentivaram o desenvolvimento de diversas dissertações e teses pelo Brasil e representam grandes desafios na pesquisa em Teoria dos Grafos. Nesta palestra, introduzirei o problema da coloração total e suas variantes, expondo o estado da arte, as técnicas empregadas e algumas questões recentes em aberto.

3.3 Uma versão multicolorida da conjectura de Lehel

Taísa Martins

Universidade Federal Fluminense - UFF

tlmartins@id.uff.br

Resumo

A conjectura de Lehel estabelece que toda 2-coloração das arestas de um grafo completo com n vértices permite particionar o conjunto de vértices em dois ciclos monocromáticos. Esse problema foi resolvido para n suficientemente grande por Łuczak, Rödl e Szemerédi (1998), posteriormente estendido por Allen (2008) e definitivamente solucionado por Bessy e Thomassé (2010). Nesta palestra, apresentamos uma generalização multicolorida dessa conjectura no contexto de grafos completos com coloração própria das arestas. Mostramos que, para n suficientemente grande, qualquer coloração própria das arestas de um grafo completo admite uma partição dos vértices em dois ciclos multicoloridos (ou arco-íris), isto é, ciclos em que todas as arestas têm cores distintas.

Este é um trabalho em conjunto com Pedro Araújo, Xiao-Chuan Liu, Walner Mendonça, Luiz Moreira, Vinicius Fernandes dos Santos e Zhifei Yan.

3.4 Progresso em Ramsey-Turán de $K_{2,2,2}$

Marcelo Campos

Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA

marcelo.campos@impa.br

Resumo

O problema de Ramsey-Turán para um grafo H e inteiros n e k pergunta $RT(n, H, k) := \max\{e(G) : v(G) = n, G \text{ é } H\text{-livre}, \alpha(G) \leq k\}$. O menor grafo para o qual não se conhece o comportamento assintótico de $RT(n, H, o(n))$ é o tripartido completo $K_{2,2,2}$. Nessa palestra vamos discutir uma melhoria neste problema mostrando que $RT(n, K_{2,2,2}, \exp(-(\log n)^{1/3})n) = o(n^2)$.

Isto é trabalho em colaboração com Simon Griffiths, Robert Morris, Cosmin Pohoata e Julian Sahasrabudhe.

4 EDP1 - EDP's Não Lineares.

Organizador: César Niche (UFRJ).

Descrição da Sessão: A Análise de Equações Diferenciais Parciais Não Lineares é uma área com forte desenvolvimento dentro da comunidade matemática da Região Sudeste. Através das palestras nesta Sessão visamos que pesquisadores da região apresentem trabalhos recentes em algumas das muitas linhas de pesquisa que conformam esta área.

4.1 Beyond $L^2(\mathbb{R}^n)$: A friendly introduction to the Kuelbs-Steadman space $KS_2(\mathbb{R}^n)$.

Márcia Federson

USP.

federson@icmc.usp.br.

Resumo

The Hilbert space $L^2(\mathbb{R}^n)$ plays a central role throughout analysis and partial differential equations. Nevertheless, there are situations in which one would like to work in a larger space while retaining much of the familiar Hilbert-space structure. The Kuelbs–Steadman space $KS_2(\mathbb{R}^n)$ provides one such framework.

The central idea behind the Kuelbs–Steadman construction is to build a Hilbert space whose geometry is sensitive to local information while remaining sufficiently large to accommodate singular and oscillatory objects that do not naturally belong to $L^2(\mathbb{R}^n)$. Instead of measuring functions through pointwise values or Fourier coefficients, the construction begins by measuring how much of a function is contained in a countable family of small cubes distributed throughout $\mathbb{R}^n$. The resulting coefficient system determines the geometry of the space. Thus, $KS_2(\mathbb{R}^n)$ is a Hilbert space whose coordinates are local averages rather than point values or Fourier modes.

In this talk I will describe the construction of $KS_2(\mathbb{R}^n)$, discuss its basic properties, and explain how it extends the classical $L^2(\mathbb{R}^n)$ framework. In particular, $L^2(\mathbb{R}^n)$ embeds continuously and densely into $KS_2(\mathbb{R}^n)$, while the latter contains a substantially broader class of functions and distributions. The emphasis will be on the simplicity of the construction and on the intuition behind the geometry induced by these local-average coordinates.

4.2 On the self-similar blowup for the generalized SQG equations

Anne Bronzi

Unicamp, Campinas SP

acbronzi@unicamp.br

Resumo

In this talk, we will discuss the locally self-similar blow-up scenario for the generalized 2D SQG equations. We will show that the self-similar blow-up can be excluded in a supercritical range under some mild control on the L^p growth of the self-similar profile. This is joint work with Cecília Mondaini (Drexel University, EUA) and Ricardo Guimarães (UNICAMP).

4.3 Phase Retrieval and the Schrödinger Equation

João Pedro Ramos

IMPA, Rio de Janeiro RJ

joao.ramos@impa.br

Resumo

Phase retrieval problems arise in several different fields in science, such as engineering, physics and medicine. One of the main common features in all of such instances is recovering a function f modulo multiplication by a global phase $e^{i\alpha}$ given the values of $|Af|$, where A is an operator.

A particularly important example, with roots in quantum mechanics, is that of phase retrieval for the Schrödinger equation: given $|u|$, recover u modulo phase, where u solves some sort of (linear or nonlinear) Schrödinger equation. In this talk, we will discuss the origins of such a problem, the main conjectures in the field, and recent contributions.

Based on joint work with B. Pineau and M. Taylor.

5 MAC2 - Matemática Aplicada e Modelagem em Diferentes Contextos: Da Biologia à Economia

Organizador: Vinicius Albani (UFRJ)

Descrição da Sessão: Esta sessão será dedicada à apresentação de aplicações da matemática a diferentes disciplinas, com enfoque especial à economia. Serão apresentados trabalhos que desenvolvem modelos para a descrição de fenômenos complexos que aparecem naturalmente em finanças quantitativas.

5.1 Risk-Budgeted Mean Variance Portfolios

Rodrigo Targino

FGV EMap

rodrigo.targino@fgv.br

Resumo

We introduce the Risk-Budgeted Mean-Variance (RBMV) portfolio, a novel framework that connects the classical Markowitz mean-variance problem and the risk budgeting approach. By modifying the risk budgeting optimization problem to include constraints on expected returns and volatility, RBMV offers a disciplined way to manage the trade-off between risk concentration and return maximization. The investor gains a lever to adjust how close the portfolio sits to either framework, depending on her preferences. We show that the optimization problem that defines the RBMV portfolio is convex, efficiently computable, and typically delivers competitive returns with reduced risk concentration in the context of long-only portfolios. We illustrate our methodology using daily equity returns from the U.S. and show that our methodology efficiently controls the volatility of returns while also delivering Sharpe ratios that are consistently higher than the traditional mean-variance approach.

5.2 Enhanced indexation based on S-shaped stochastic dominance

Antônio Germíneo Esteves, Cristiano Arbex Valle

Universidade Federal de Minas Gerais

antonioesteves@dcc.ufmg.br, arbex@dcc.ufmg.br

Resumo

Stochastic dominance (SD) is a partial ordering that generalises preferences represented by classes of utility functions. First-order SD is a unanimous decision rule for all increasing utility functions, while second-order SD (SSD) generalises increasing and strictly concave utilities. Although less frequently studied, The risk-seeking counterpart of SSD captures the preferences of risk-loving investors, whose preferences are represented by increasing and convex utilities, favouring dispersion of returns. We propose a new SSD rule based on “S-shaped” utilities that are concave up to an inflection point and convex thereafter. This class of utilities captures the preferences of investors who are risk-averse against losses and risk-loving with regard to gains. The inflection point can be positioned to account for different levels of risk aversion. We propose a mixed-integer programming model for selecting a financial portfolio that dominates a given benchmark, typically a financial index, with regards to S-shaped SSD.

5.3 Evolutionarily stable strategies in multiplayer games: The viewpoint of an invader

Max Souza

Universidade Federal Fluminense

maxsouza@id.uff.br

Resumo

There are a number of definitions of an Evolutionarily Stable Strategy (ESS) that are equivalent in two-player games (linear games) with any number of strategies. We present some counterexamples that show that uniform stability cannot be taken for granted in nonlinear population games. We present a characterisation of uniform stability in terms of the lower semi continuity of the corresponding barrier function, and that this condition needs only to be checked on alternative best replies lying on an opposite face. In addition, we obtain equivalent conditions that are typically easier to check. As a by-product, we identify a number of instances where being an is equivalent to being uniformly uninvadable: 3-player games, payoffs inducing convex incentives, or differentiable payoffs with negative definite first derivative, when considered on alternative best replies.

6 ENS - Ensino de Matemática

Organizadora: Flávia Landim (UFRJ).

Descrição da Sessão: Esta sessão propõe um espaço de diálogo, integração e reflexão sobre o cenário atual da Educação Matemática, reunindo docentes de diferentes polos do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Diante das rápidas transformações tecnológicas e sociais, o ensino da disciplina exige novas abordagens que conectem o rigor acadêmico à realidade da sala de aula da educação básica. Os palestrantes convidados discutirão temas emergentes de relevância pedagógica, com destaque para a inserção da Inteligência Artificial (IA) no ensino de Matemática, o impacto das metodologias ativas na autonomia dos estudantes e o papel das novas tecnologias digitais de informação e comunicação. O objetivo principal é compartilhar experiências desenvolvidas e debater ações que impactam diretamente a qualidade do ensino de matemática, em especial, na escola pública.

6.1 A Matemática não é como um saco cheio de grãos de arroz: o papel das conexões matemáticas impulsionadas pelas insubordinações criativas.

Daniella Assemany

Universidade Federal do Rio de Janeiro

daniella.assemany@gmail.com

Resumo

De acordo com o National Council of Teachers of Mathematics – NCTM (1991), a matemática é uma rede de ideias intimamente conectadas, o que evidencia uma posição clara sobre a natureza da Matemática. Esse documento destaca que as ideias matemáticas são conectadas por relações específicas, que podem ser identificadas a priori e independentemente de o aluno ter consciência sobre elas. Posteriormente, o NCTM (2000) impulsionou a produção de conexões matemáticas no ensino enfatizando que sua utilização favorece o desenvolvimento da criatividade dos estudantes, da autonomia na busca de soluções para os problemas e da curiosidade na interação entre os tópicos matemáticos e em contextos que relacionam a Matemática com outras áreas do conhecimento. Dentre diversas pesquisas recentes no tema, destacamos o estudo de Vanegas e Giménez (2018), que reconhece a relevância das conexões (extra)matemáticas, por futuros professores, no planejamento de sequências didáticas, apontando que sua utilização torna a matemática mais significativa para os alunos. O trabalho de Allevato e Onuchic (2019) buscou identificar as diferentes formas de estabelecer as conexões (intra)matemáticas, a partir do cenário da resolução de problemas, ratificando-o como um provocador de conexões. Propomos que as conexões matemáticas suplantem a simples emenda de tópicos ou conteúdos matemáticos dispostos no currículo, e ainda, a gaiola epistemológica de usar exclusivamente o conhecimento prévio para estabelecer relações como as únicas formas de se fazer conexões. Entendemos que a atividade matemática no ensino se caracteriza como um meio e como um sistema (Fischer, 1993), pois, ao pensarmos na Matemática como um meio, salientamos sobretudo o seu caráter de ferramenta; ao tomarmos a Matemática como um sistema, consideramos principalmente a forma como ela organiza e constrói modos de pensar e de atuar. Isso requer a premência de se (inter)ligarem os conceitos matemáticos de uma forma que passa a fazer sentido para aquele que os relacionou e, por conseguinte, a atividade matemática enquanto uma teia de conexões implica olhar para a Matemática simultaneamente como um sistema e como um meio. Essa mudança de paradigmas convida o professor da Educação Básica a se insubordinar criativamente à recusa de tratar a Matemática como grãos de arroz dentro de um saco, que perpetuaria uma prática didática carente de conexões matemáticas, desperdiçando as oportunidades de integrar

e propiciar a coerência dos conceitos. Salientar a importância do seu uso propicia que os estudantes da Educação Básica percebam que a Matemática não é uma coleção de ideias soltas e, principalmente, se estimulem a criar suas próprias teias de

conexões, tornando-se autores do seu próprio aprendizado por meio dos engendramentos realizados.

6.2 E agora, o que fazemos com a resposta?: Inteligência Artificial e Educação Matemática em tempos de abundância

Michel Cambrainha

UNIRIO

textttmichel.cambrainha@uniriotech.br

Resumo

Uma inteligência artificial pode resolver um problema matemático, explicar seu raciocínio, mudar a explicação para diferentes públicos e produzir novas soluções em poucos segundos. Diante disso, o que muda na maneira como ensinamos e aprendemos Matemática? A palestra parte de uma breve incursão pelo funcionamento das IAs generativas para explorar algumas das questões que emergem quando respostas matemáticas passam a estar permanentemente disponíveis. Entre possibilidades e limites, serão discutidas situações em que a fluência de uma resposta pode esconder erros, a relação entre produzir uma solução e compreender uma ideia matemática e as transformações que essas tecnologias podem provocar nas práticas de ensino e avaliação. Mais do que apresentar ferramentas ou receitas de uso, a proposta é abrir uma conversa sobre o lugar da pergunta em uma Educação Matemática marcada pela abundância de respostas, e sobre o que pode acontecer quando, diante de uma resposta, decidimos **perguntar novamente**.

Referências

- [1] M.C. Borba; V. R. Balbino Junior. O ChatGPT e educação matemática. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 25, n. 3, p. 142–156, 2023. DOI: 10.23925/1983-3156.2023v25i3p142-156.
- [2] T. Roque. A máquina e nós: promessas e armadilhas da inteligência artificial. São Paulo: Todavia, 2026.

6.3 Entre o quadro e a carteira: desafios da formação do professor de Matemática no Profmat

Pedro Henrique Pereira Daldegan

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG)

phpdaldegan@cefetmg.br

Resumo

O Profmat constitui uma experiência singular de formação de professores de Matemática em uma rede nacional, reunindo docentes da Educação Básica que, simultaneamente, exercem a profissão e retornam à condição de estudantes de pós-graduação. A partir da experiência de atuação na Comissão Acadêmica Nacional, na orientação de dissertações e na gestão do Programa, esta palestra propõe uma reflexão sobre os desafios e as tendências que atravessam a formação do professor de Matemática. Partindo da tensão entre formação matemática e formação para o ensino, discute-se o papel do conhecimento matemático na prática docente e as possibilidades de articulação entre os conhecimentos construídos no mestrado e os problemas efetivamente vivenciados na Educação Básica. A produção acadêmica do Profmat, particularmente suas dissertações e produtos educacionais, constitui um importante ponto de observação para compreender como professores transformam questões de sua prática em objetos de estudo e produção de conhecimento. Ao mesmo tempo, a dimensão nacional do Programa coloca desafios relacionados à circulação e à apropriação desse conhecimento para além de cada trabalho individual. Por fim, são discutidas algumas questões emergentes para a formação de professores, entre elas as transformações provocadas pelas tecnologias digitais e pela inteligência artificial. Mais do que apresentar respostas definitivas, a palestra pretende colocar em debate uma questão central: que professor de Matemática queremos formar e qual pode ser o papel de um mestrado profissional em rede nessa formação?

Apoio: Para esta apresentação, foram concedidas diárias pelo evento e passagens pelo Profmat.

6.4 DA TIRINHA À PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS: NARRATIVAS VISUAIS E O ENSINO DE FRAÇÕES

WANDERLEY MOURA REZENDE

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

wmrezende@id.uff.br

Resumo

O projeto de extensão HQEM (História em Quadrinhos no Ensino de Matemática), vinculado ao Programa Dá Licença do IME-UFF, investiga as articulações entre quadrinhos e educação matemática por meio da produção de material didático, pesquisas acadêmicas e formação de professores. Apesar do potencial pluridisciplinar das HQs (Rama e Vergueiro, 2020), a Matemática escolar ainda ignora essa interface. Para superar isso, Rezende (2016) propõe o uso dos quadrinhos como ferramenta criativa para qualificar a enunciação de problemas Matemáticos. Desse modo, cria-se um campo de investigação focado na própria linguagem matemática (suas metáforas e representações semióticas) e nos conceitos envolvidos em sua resolução.

Nas propostas do HQEM, os quadrinhos funcionam como ponto de partida, sem a pretensão de serem uma panaceia ou de "ensinarem Matemática" por si mesmos. O diferencial está nas problematizações geradas pela leitura, que estimulam os estudantes a falar, discutir, narrar e expandir sua capacidade crítica, disparando os processos de ensino e de aprendizagem. Em sua dissertação pelo PROFMAT/UFF, Santarém (2023), membro do HQEM, realizou experiências didáticas com frações em turmas de 6^o e 7^o anos no município de Santa Maria Madalena-RJ, utilizando seis tirinhas do projeto. Nesta palestra, apresentaremos os resultados dessa pesquisa e discutiremos as potencialidades das HQs como recurso didático na matemática escolar.

Referências

- [1] A. Rama e W. Vergueiro (org.). Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2020.
- [2] W. M. Rezende. A Produção de História em Quadrinhos para o Ensino de Matemática: o Relato de uma Experiência na Iniciação à Docência (Dossiê História em Quadrinhos: Criação, Estudos da Linguagem e usos na Educação). Revista Temporis [Ação] Anápolis. V. 16, n. 02, p. 353 - 367, número especial, 2016.
- [3] C. A. Santarém. Quadrinhos no Ensino de Matemática: o relato de uma experiência didática com frações. Dissertação de Mestrado. Programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede (PROFMAT). Niterói, UFF, 2023.

7 EDP4 - Controle e Comportamento Assintótico para EDPs

Organizadores: Juan Limaco (UFF), Pammella Queiroz (UFCG) e Diego Araujo (Universidad de Sevilla, Espanha).

Descrição da Sessão: A sessão temática intitulada “Controle e Comportamento Assintótico para EDPs” tem como objetivo reunir pesquisadores interessados na análise qualitativa e quantitativa de equações diferenciais parciais (EDPs), com ênfase em problemas de controle, estabilização e dinâmica de longo prazo. Serão abordados avanços recentes em teoria de controle aplicada a sistemas governados por EDPs, incluindo controlabilidade exata e aproximada, observabilidade, técnicas de realimentação (feedback) e métodos de estabilização. Além disso, a sessão contemplará estudos sobre o comportamento assintótico de soluções, tais como existência e estrutura de atratores, decaimento de energia, estabilidade exponencial ou polinomial, e análise de regimes de longo tempo em modelos dissipativos e conservativos. Serão considerados diferentes tipos de equações, como equações de evolução (parabólicas, hiperbólicas e dispersivas), bem como modelos não lineares motivados por aplicações em física, engenharia e ciências aplicadas. A proposta da sessão é promover a interação entre pesquisadores que atuam em aspectos teóricos e aplicados, incentivando a troca de ideias, a apresentação de novos métodos analíticos e numéricos, e a discussão de problemas abertos relevantes na área. Espera-se, assim, contribuir para o fortalecimento e a integração da comunidade científica que trabalha com EDPs e teoria de controle na região Sudeste e no país.

7.1 Results on null controllability for the complete Ladyzhenskaya - Boussinesq system.

João Carlos Barreira

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

joao.barreira@ime.uerj.br

Resumo

This work investigates both local null controllability and large time null controllability for a class of complete Ladyzhenskaya–Boussinesq systems, where the controls are distributed and supported on small subsets of the domain. We incorporate in the temperature equation the nonlinear term $(\nu_0 + \nu_1 \|\nabla y\|_{L^p}^2) Dy : \nabla y$, which reflects more realistic physical behavior, but also introduces significant analytical and control-theoretic challenges. The analysis is carried out separately for the cases $p = 2$ and $3 < p \leq 6$. These equations model a differential turbulence system with temperature coupling and involve both local and nonlocal nonlinearities – notably, transport terms and a turbulent viscosity depending on the spatially global energy dissipated by the mean flow. The proof of local null controllability relies on classical techniques, including Carleman estimates and Liusternik’s Inverse Mapping Theorem. Nevertheless, the presence of nonlinearities in both the velocity and temperature equations necessitates careful treatment. For the case $p = 2$, we also establish null controllability in large time by analyzing the uncontrolled system’s asymptotic behavior and subsequently applying the previously obtained local controllability result.

This is a joint work with Juan Límaco (UFF, Niterói).

7.2 Recent Advances in Scattering Theory for Critical Equations

Carlos Guzmán Jiménez

Universidade Federal Fluminense

carlos.guz.j@gmail.com

Resumo

In this talk, we discuss recent developments in scattering theory for critical nonlinear dispersive equations. A fundamental example is the nonlinear Schrödinger equation

$$i\partial_t u + \Delta u + |u|^\alpha u = 0,$$

where $\alpha = \frac{4}{N-2}$. This equation arises in several models of mathematical physics, including quantum mechanics and nonlinear optics. We review some of the main advances in the study of scattering for critical equations, a central problem concerning the long-time behavior of global solutions. Over the last decades, this topic has attracted considerable attention, leading to important contributions by Kenig and Merle and, later, by Killip, Visan, Dodson, and others. Finally, we present recent scattering results for critical inhomogeneous nonlinear Schrödinger equations and discuss some related open problems.

7.3 Inverse Problem for the Isotropic Helmholtz Equation with Mixed Boundary Conditions and Variable Coefficients

Amaury Álvarez Cruz

Universidade Federal do Rio de Janeiro

amaury@ic.ufrj.br

Resumo

We study the inverse boundary value problem for the modified Helmholtz operator $L_{\gamma,k}u := -\nabla \cdot (\gamma \nabla u) - k^2 \gamma u$ in a bounded domain $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ($n = 2, 3$) with $C^{1,1}$ boundary $\partial\Omega$, with mixed Dirichlet–Neumann–Robin conditions. The coefficients $\gamma(x)$ and $k(x)$ are spatially variable functions satisfying $C^{1,\alpha}$ regularity and ellipticity conditions $0 < \gamma_0 \leq \gamma(x) \leq \gamma_1$, $0 < k_0 \leq k(x) \leq k_1$. Contributions:

1. We prove uniqueness of the coefficients (γ, k) from the Dirichlet-to-Robin map using Complex Geometrical Optics solutions constructed via Carleman estimates adapted to mixed boundary conditions, avoiding the reflection technique and its symmetry restrictions.
2. We establish conditional Lipschitz stability under finite-dimensional parameterization with explicit constants: $\|\gamma_1 - \gamma_2\|_{L^\infty} + \|k_1 - k_2\|_{L^\infty} \leq \sigma_{\min}^{-1} \|\Lambda_{\gamma_1, k_1} - \Lambda_{\gamma_2, k_2}\|$, where $\sigma_{\min}$ is the minimum singular value of the Fréchet derivative.
3. We discuss logarithmic stability, propose the optimal exponent $\theta = 1/(2n)$ as a conjecture supported by numerical evidence, and identify the missing ingredient (a bound on the Dirichlet-to-Neumann map) that prevents a complete proof.
4. We develop a numerical framework with adaptive Tikhonov regularization based on the discrepancy principle and hybrid optimization, demonstrating robust reconstruction for both smooth and discontinuous coefficients under various noise levels.

The work integrates rigorous analysis (Carleman estimates, Fréchet differentiability, Runge approximation) with practical computational methodology, bridging theoretical inverse problems with practical applications.

8 MAC1 - Análise de Dados e Computação.

Organizadora: Stefanella Boato (UFRJ).

8.1 Topologia e câncer: explorando redes gênicas com homologia persistente.

Cynthia de Oliveira Lage Ferreira

ICMC, USP São Carlos.

cynthia@icmc.usp.br

Resumo

Redes de interação gênica são uma ferramenta importante para investigar os mecanismos moleculares envolvidos no câncer. No entanto, a complexidade e a alta dimensionalidade dessas redes dificultam a identificação de genes e estruturas realmente relevantes. Nesta palestra, apresentamos o uso de ferramentas da análise topológica de dados, em particular a homologia persistente, para estudar a organização estrutural dessas redes. A partir da construção de complexos simpliciais e da análise de invariantes topológicos em diferentes escalas, mostramos como identificar padrões estruturais robustos e genes potencialmente importantes para a organização da rede. Essa perspectiva topológica complementa abordagens clássicas de análise de redes e pode contribuir para uma compreensão mais profunda da estrutura e da dinâmica de redes biológicas complexas associadas ao câncer.

8.2 Bayesian Physics-Informed Gaussian Processes for Inverse Problems.

Carlos Zanini.

IM, UFRJ.

`carlospanini@dme.ufrj.br`

Resumo

This work presents a unified Bayesian framework for solving inverse problems in differential equations, developing two complementary approaches: nonlinear regression using analytical or numerical solutions and a solver-free methodology based on Bayesian Physics-Informed Gaussian Processes (B-PIGP). The B-PIGP incorporates differential equations directly as a prior distribution, conditioning the Gaussian process on the differential constraint where both the differential operator and physical parameters are unknown. We implement and compare Hamiltonian Monte Carlo (HMC) and automatic differentiation variational inference (ADVI) for approximating the intractable posterior distribution. We demonstrate effectiveness through case studies of increasing complexity: exponential growth, heat equation, and advection-diffusion-reaction system. Results show that both approaches recover true parameters with high precision and comprehensive uncertainty quantification. The B-PIGP offers superior extrapolation capabilities compared to standard methods, while ADVI Full-Rank accelerates inference by approximately five times while maintaining accuracy comparable to HMC.

8.3 A Decomposição SVD Generalizada.

João Antonio Recio Da Paixão.

IC, UFRJ.

jpaixao@ic.ufrj.br

Resumo

A Decomposição SVD Generalizada (GSVD) é uma técnica de fatoração de matrizes que estende a Decomposição em Valores Singulares (SVD) clássica para pares de matrizes, fornecendo uma decomposição simultânea que revela suas estruturas compartilhadas e individuais. Ao decompor duas matrizes A e B em vetores e valores singulares generalizados, a GSVD permite uma análise robusta de estruturas de dados acopladas, tornando-se uma ferramenta valiosa em matemática computacional e ciências aplicadas. Em visão computacional, a GSVD é usada para extração de características, aprendizado de subespaços e redução de dimensionalidade. Nesta palestra, apresentaremos a teoria por trás da GSVD e suas aplicações.

9 SD - Sistemas Dinâmicos.

Organizadores: Katrin Gelfert (UFRJ), Manuel Stadlbauer (UFRJ), Martin Andersson (UFF).

Descrição da Sessão: Esta sessão apresenta resultados recentes na teoria de sistemas dinâmicos, com ênfase em dinâmica topológica, teoria ergódica e formalismo termodinâmico. Serão discutidos, em particular, aspectos relacionados às propriedades estocásticas de sistemas determinísticos, bem como às estruturas fractais associadas a atratores e repulsores.

9.1 Exact Dimensionality of Stationary Measures for Proximal Random Dynamical Systems on the Circle.

Gracelya Salcedo

USP

salcedograccy@gmail.com

Resumo

We study random dynamical systems generated by diffeomorphisms of the circle under a proximality assumption and with no common fixed point. In this setting, there is a unique non-atomic stationary measure. The main result discussed in the talk is that this stationary measure is exact-dimensional: its local dimension exists almost everywhere and is constant almost everywhere. Moreover, the dimension is given by a formula relating Furstenberg entropy and the Lyapunov exponent. The talk will focus on the geometric and probabilistic mechanisms behind this result: proximality produces random contraction, while the entropy captures the average loss of information along the random dynamics. Together, these quantities determine the small-scale behavior of the stationary measure. This is joint work with Jamerson Bezerra.

9.2 Interseções estáveis de conjuntos de Cantor e bifurcações homoclínicas no contexto complexo.

Hugo Fonseca Araújo

UFOP

hugo.araujo@ufop.edu.br

Resumo

Nos anos 70, Newhouse mostrou como interseções persistentes de conjuntos de Cantor são relevantes no estudo de bifurcações homoclínicas em dimensão real 2, construindo dinâmicas robustamente não-hiperbólicas e estabelecendo o fenômeno de Newhouse. Nos anos 80, investigando a prevalência de hiperbolicidade em famílias típicas que desdobram tangências homoclínicas, Palis conjecturou que a diferença aritmética entre pares de conjuntos de Cantor reais regulares típicos satisfaz a seguinte dicotomia: ou tem medida nula, ou tem interior não vazio. A conjectura foi demonstrada como verdadeira por Moreira e Yoccoz em 2001.

Em 1997, Buzzard demonstrou a existência do fenômeno de Newhouse no contexto de automorfismos de $\mathbb{C}^2$. Recentemente, Avila, Lyubich e Zhang anunciaram que tangências homoclínicas implicam no fenômeno de Newhouse nesse contexto. Também recentemente, juntamente com Moreira e Zamudio Espinosa, provamos uma versão da conjectura de Palis para conjuntos de Cantor assintoticamente conformes no plano complexo. Nessa apresentação iremos dar detalhes deste resultado e mostrar como ele se conecta com recentes avanços em dinâmica complexa de duas dimensões.

9.3 Rotation sets for random compositions of toral homeomorphisms.

Catalina Freijo

USP / UERJ

catalinafreijo@gmail.com

Resumo

In this talk, we explore cocycles of circle homeomorphisms over shift spaces. Our main tool is a new notion of rotation set, adapted from the classical framework of Misiurewicz and Zieman to this cocycle setting. We discuss how rotation sets can be defined both for the full cocycle and for shift-invariant measures, present some results on their geometry and continuity properties, and examine the bounded displacement property for irrotational cocycles. We also include examples that illustrate the richness of the topic and suggest directions for future work.

9.4 Periodicidade de configurações bidimensionais com baixa complexidade retangular.

Eduardo Garibaldi

UNICAMP

garibaldi@ime.unicamp.br

Resumo

A conjectura de Nivat (ICALP, 1997) afirma que toda configuração bidimensional $\eta: \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathcal{A}$ cuja complexidade de padrões retangulares satisfaz $P_\eta(k, n) \leq kn$ para algum par $k, n \in \mathbb{N}$ é necessariamente periódica. Um resultado de Cyr e Kra (European J. Combin., 2016) estabelece a conjectura no caso de retângulos curtos, isto é, quando $k \leq 3$. Nesta palestra, apresentamos uma extensão desse resultado ao caso $k = 4$: toda configuração que satisfaz $P_\eta(4, n) \leq 4n$ é periódica. A demonstração combina o arcabouço algébrico-geométrico de Kari e Szabados (Inform. and Comput., 2020) com resultados recentes de Colle sobre decomposições periódicas e direções não-expansivas (Discrete Contin. Dyn. Syst., 2023; Math. Z., 2023). O ingrediente central é um teorema estrutural de interesse independente: para toda configuração sobre alfabeto inteiro, não periódica, com baixa complexidade convexa, é possível encontrar, no fecho de sua órbita, configuração possuindo decomposição periódica mínima cujas componentes admitem, módulo um primo adequado, comportamento totalmente periódico em pares de semiplanos disjuntos. Este é um trabalho em colaboração com C.F. Colle (UFABC) e conta com o apoio de FAPESP 24/04685-2.

9.5 Local periodic data rigidity for partially hyperbolic endomorphisms in dimension two.

Bruno Santiago

UFF

brunosantiago@id.uff.br

Resumo

We study the periodic data rigidity problem for absolutely partially hyperbolic endomorphisms in dimension two. Building on earlier work by Gogolev and Guysinsky, we obtain two local rigidity results. Given two C^2 maps f and g that are C^1 -close to a linear expanding map of the torus with two distinct irrational eigenvalues, we show that if the periodic data of f and g coincide, then f and g are $C^{1+\alpha}$ conjugate. When f is special and g is linear, we are able to remove the irrationality assumption. We also investigate the analogues of de la Llave's examples in this setting. We prove that these examples are smoothly conjugate to their linearization if and only if they are special. This is joint work with Alejandro Kocsard and Atila Gudolini.

9.6 Forcing theory in Dehn homotopy classes of torus homeomorphisms.

Alejandro Kocsard

IMPA

alejandro@impa.br

Resumo

Forcing theory deals with the study of mechanisms that force complex and rich dynamics in a dynamical system. The celebrated Sharkovskii's theorem is a paradigmatic example of this theory. There are some other well-known results in forcing theory that are of homotopical nature, such as the forcing of periodic orbits and positive topological entropy for homeomorphisms of surfaces that are homotopic to Anosov or pseudo-Anosov homeomorphisms. In the last decade, we have seen the development of a forcing theory for surface homeomorphisms in the identity homotopy class due to Le Calvez and Tal.

In this talk, we will present some recent results on forcing theory for homeomorphisms of the torus that are homotopic to Dehn twists. As a consequence of our results, we show that there is no homeomorphism of the torus that is homotopic to a Dehn twist and that parabolically acts on the fine curve graph of the torus.

This is a joint work with Heric Corrêa (IMPA).

9.7 Continuidade dos expoentes de Lyapunov centrais.

Karina Marin

UFMG

kmarin@mat.ufmg.br

Resumo

A continuidade dos expoentes de Lyapunov tem sido amplamente estudada no contexto de cociclos lineares. No entanto, existem poucos teoremas que fornecem informações para o caso de difeomorfismos. Nesta palestra, explicaremos as principais dificuldades que surgem ao tentar adaptar as técnicas usuais ao estudo dos expoentes de Lyapunov centrais de difeomorfismos parcialmente hiperbólicos e apresentaremos alguns resultados no contexto volume-preserving.

9.8 Tamanho (linear) do conjunto de pontos transitivos.

Régis Varão

UNICAMP

varao@unicamp.br

Resumo

A transitividade topológica é um dos conceitos centrais da dinâmica topológica. Nesta palestra, estou interessado em estudar o conjunto dos pontos transitivos de uma classe particular de sistemas dinâmicos. Diferentemente do contexto clássico, o sistema considerado não será definido em um espaço compacto, mas sim em um espaço de Banach, e a dinâmica será gerada por um operador linear contínuo. Quão rica pode ser a dinâmica de um operador linear contínuo? Para se ter uma ideia, existe um operador linear contínuo em um espaço de Banach que admite como fator qualquer dinâmica topológica definida em espaços compactos. Nesta palestra, veremos que o conjunto dos pontos transitivos pode conter estruturas lineares surpreendentemente grandes. Em particular, discutiremos como estender um subespaço linear dado de modo que ele permaneça inteiramente contido no conjunto dos pontos transitivos. Também abordaremos o conjunto dos pontos frequentemente transitivos e algumas de suas propriedades. No contexto da dinâmica de operadores, os conceitos de transitividade topológica e transitividade frequente são conhecidos, respectivamente, como hiperciclicidade e hiperciclicidade frequente. Este trabalho é em colaboração com Felipe Carvalho Silva (Unicamp) e Geivison Ribeiro (UFMA).

10 EDP3 - Homogenização em EDP.

Organizador: Sergey Sergeev (UFRJ), Marcone Pereira (USP).

Descrição da Sessão: É muito comum que modelos matemáticos de processos do mundo real apresentem diferentes escalas, onde uma escala é muito pequena em comparação com outra. Nesse caso, surge o problema da homogeneização. Nossa sessão é dedicada à abordagem moderna dos processos de homogeneização e às técnicas atuais. Abordaremos diferentes modelos e situações que levam a diferentes EDPs (Equações Diferenciais Parciais) e, portanto, ao amplo espectro de métodos de homogeneização.

10.1 Homogenization of the wave equation in heterogeneous media.

Evelina Shamarova.

UFPB.

evelina.shamarova@academico.ufpb.br

Resumo

We study homogenization for the Cauchy problem in Euclidean space for an inhomogeneous wave equation in non-divergence form. The coefficients satisfy uniform positivity and ellipticity conditions and depend on the slow variable x and on the deformed fast variable $\frac{\Theta(x)}{\varepsilon}$, where Θ is a C^1 map. The principal difficulties arise from the non-divergence structure, the deformation of the microscopic periodic structure, and the identification of the averaged fast dynamics.

We prove Θ -two-scale convergence of the solutions, identify the limiting dynamics, and derive the corresponding effective wave equation. The proof is based on a first-order formulation of the wave equation, semigroup methods, and the Mean Ergodic Theorem. Uniform Sobolev estimates are obtained by applying Lax's theorem to the associated hyperbolic system. The Mean Ergodic Theorem identifies the averaged fast evolution through the projection onto the kernel of the microscopic generator. To the best of our knowledge, semigroup methods and the Mean Ergodic Theorem are new tools in the analysis of homogenization problems.

This talk is based on joint work with Wladimir Neves, Sergey Sergeev, and Mikhail Neklyudov.

10.2 Periodic Homogenization of Local-NonLocal Systems.

Luiza Camile Rosa da Silva.

USP.

luiza@ime.usp.com

Resumo

Our main goal is to study the homogenization arising in a mixed problem involving the Laplacian and Nonlocal Integral operators, with two different non-singular kernels acting on distinct domains A_n and B_n , described by the system

$$\begin{cases} f_n(x) = \Delta u_n(x) + \int_{B_n} J(x-y)(v_n(y) - u_n(x)) dy, & x \in A_n, \\ \frac{\partial u_n}{\partial n}(x) = 0, & x \in \partial A_n. \end{cases} \quad (1)$$

and

$$f_n(x) = \int_{B_n} G(x-y)(v_n(y) - v_n(x)) dy + \int_{A_n} J(x-y)(u_n(y) - v_n(x)) dy, \quad x \in B_n, \quad (2)$$

where the kernels are radial probability densities and $f_n \in L^2(\Omega)$. The ambient domain Ω is partitioned into two nonempty disjoint sets A_n and B_n , where $B_n = \Omega \setminus A_n$.

We consider two different configurations of the domain Ω . In the first one, A_n is the union of finitely many periodic perforation. In the second configuration, A_n is given by a connected set, who is the complementary of the union of such perforations.

Assuming that the characteristic functions of A_n converge weakly, as $n \rightarrow \infty$, to a constant function $0 < X < 1$, we pass to the limit in (1)–(2). In the first configuration, the homogenized equation (in terms of X) exhibits the disappearance of the local term, whereas in the second configuration, the local term persists.

Joint work with Marcone Pereira and Julio Rossi.

10.3 Homogenization of conservation laws with oscillatory forcing terms beyond a stationary ergodic setting.

Luís Fernando Salvino.

Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM

luisfsalvino@gmail.com

Resumo

We study the homogenization of a Cauchy problem for a multidimensional scalar conservation law:

$$\begin{aligned}\partial_t u + \nabla \cdot f(u) &= \frac{1}{\epsilon} h(\Phi^{-1}(\frac{x_1}{\epsilon}, \omega), \omega), \quad (x, t) \in \mathbb{R}^n \times (0, \infty), \\ u(x, 0) &= u_0(\Phi^{-1}(\frac{x_1}{\epsilon}, \omega), \omega), \quad x \in \mathbb{R}^n,\end{aligned}$$

where the unknown function $u(\cdot)$ is the entropy solution, $\omega \in \Omega$, with Ω being a probability space, and $h : \mathbb{R} \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ and $u_0 \in L^\infty(\mathbb{R} \times \Omega)$ are random perturbations of stationary functions, accomplished by stochastic diffeomorphisms $\Phi : \mathbb{R} \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ with respect to the ergodic dynamical system $\tau : \mathbb{G} \times \Omega \rightarrow \Omega$ (where $\mathbb{G}$ is $\mathbb{Z}^n$ or $\mathbb{R}^n$).

11 GEO - Geometria e Topologia.

Organizadores: Andrew Clarke (UFRJ), Asun Jiménez (UFF), Carolina Lemos (UFRJ).

Descrição da Sessão: Ideias geométricas aparecem em praticamente todas as áreas da matemática, de inúmeras formas, e essa pluralidade se reflete na diversidade de problemas estudados em Geometria Diferencial e Topologia Geométrica. Nesta sessão temática, serão apresentados trabalhos com ênfase em Geometria Simplética e de Contato, Estruturas Geométricas Especiais e Análise Geométrica, que são áreas ativamente estudadas em centros de pesquisa da nossa região

11.1 Homogeneous Ricci flow and positively curved metrics in the Wallach flag manifold $SU(3)/T^2$.

Lino Grama.

UNICAMP

lgrama@unicamp.br

Resumo

We study the evolution of invariant metrics on the Wallach flag manifold $SU(3)/T^2$ under the homogeneous Ricci flow. We focus on different notions of positive curvature, ranging from positive sectional to positive scalar curvature, and their behavior under the flow. This is a joint work with L.Cavenaghi, R.Miranda, D.Novaes.

11.2 Holonomy of the Obata connection on Joyce hypercomplex manifolds

Beatrice Brienza

IMPA

brienza.beatrice@impa.br

Resumo

The Obata connection on a hypercomplex manifold is the unique torsion-free connection that preserves the hypercomplex structure. Up to taking the product with a torus, Joyce constructed left-invariant hypercomplex structures on compact semisimple Lie groups and certain related homogeneous spaces. Soldatenkov showed in 2011 that every Joyce hypercomplex structure on $SU(3)$ has Obata holonomy equal to the quaternionic general linear group and it was expected that the same should hold for all Joyce hypercomplex manifolds. For all such group manifolds except for $SU(2n+1)$, we will show that the holonomy group is strictly contained in the quaternionic general linear group. The case of $SU(2n+1)$ is more subtle, however for every $n > 1$, there still exist infinitely many Joyce hypercomplex structures with Obata holonomy strictly contained in the quaternionic general linear group and at least one with full holonomy on $SU(5)$. This talk is based on a joint work with Udhav Fowdar, Giovanni Gentili and Luigi Vezzoni.

11.3 Pontos racionalmente não equivalentes em interseções completas

Olivier Martin

IMPA

olivier.martin@impa.br

Resumo

Seja X in $\mathbb{P}^{n+k}$ uma interseção completa muito geral de multigrau $(d_1, \dots, d_k)$. Inspirados pelos trabalhos de Voisin, em 2021 Chen-Lewis-Sheng conjecturaram que o conjunto dos pontos racionalmente equivalentes a um ponto fixo x em X e distintos dele tem dimensão no máximo $2n - \sum(d_i - 1)$. Os autores provaram essa conjectura para hipersuperfícies ($k = 1$), e Riedl-Yang a provaram quando $\sum(d_i - 1) \leq 2n$ ou $\sum(d_i - 1) \geq 2n + 2$. Explicarei como generalizar a técnica de Riedl-Yang para provar a conjectura em sua totalidade, bem como para obter informações mais finas sobre a equivalência racional de pontos em interseções completas.

11.4 A mass-type invariant for smooth metric measure spaces and its relation with the fractional Yamabe problem

Sergio Almaraz

UFF

sergioalmaraz@id.uff.br

Resumo

The positive mass theorem played an important role in the solution of the classical Yamabe problem. In this talk, I will discuss an analogous connection between a mass-type geometric invariant and the fractional Yamabe problem.

I will introduce a new mass-type invariant for smooth metric measure spaces, motivated by the ADM mass of asymptotically flat manifolds. I will focus on spaces modeled at infinity on the Euclidean half-space and explain how this mass arises naturally from the geometry of smooth metric measure spaces.

I will then describe how this invariant is related to the fractional Yamabe problem. A generalized stereographic projection associated with a Green's function gives rise to an asymptotically Schwarzschild smooth metric measure space, whose mass can be identified with the constant term in the expansion of the Green's function. This gives a geometric interpretation of this constant and turns its conjectured positivity into a positive mass problem.

This is joint work with Levi de Lima (Universidade Federal do Ceará) and Shaodong Wang (Nanjing University of Science and Technology).

11.5 Transverse foliations for two-degree-of-freedom mechanical systems

Naiara Vergian de Paulo

Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) Campus Blumenau

`naiara.vergian@ufsc.br`

Resumo

In this talk, I will discuss the dynamics of two-degree-of-freedom mechanical systems using tools from symplectic geometry. More specifically, I will explore how the theory of pseudo-holomorphic curves in symplectizations of contact manifolds provides a powerful framework for understanding Reeb flows in dimension three. Reeb flows form a rich class of conservative dynamical systems, including geodesic flows and a variety of Hamiltonian models, particularly those arising from classical problems in celestial mechanics. Two important tools that may be obtained from pseudo-holomorphic curves are global surfaces of section and transverse foliations for Reeb flows. I will discuss both of them in the talk, showing how they can reveal valuable global dynamical features. This is a joint work with Seongchan Kim (Kongju National University, Gongju, South Korea), Pedro Salomão (Southern University of Science and Technology, Shenzhen, China), and Aleksandro Schneider (Unicentro, Guarapuava/PR, Brazil).

11.6 A correspondence between genus one minimal Lawson's surfaces and area-minimizing unit vector fields on $S^2 \setminus \{N, S\}$

Jackeline Conrado

UERJ

jackeline.conrado@ime.uerj.br

Resumo

In this talk, we shall present a correspondence between a class of minimally immersed surfaces in $S^3(2)$, introduced by Lawson, and area-minimizing unit vector fields on the antipodally punctured unit sphere $S^2 \setminus \{N, S\}$.

12 AC2 - Álgebra Comutativa.

Organizadores: Maral Mostafazadehfard (UFRJ), Vinicius Bouça (UFRJ).

Descrição da Sessão: A Álgebra Comutativa constitui uma área de grande importância, desempenhando um papel fundamental tanto no desenvolvimento de sua própria teoria quanto em suas aplicações a diversas outras áreas, em especial à Geometria Algébrica, à Álgebra Homológica, à Teoria de Singularidades, à Combinatória Algébrica e à Geometria Computacional. Seus métodos e resultados têm contribuído de forma significativa para o avanço de problemas clássicos e contemporâneos, consolidando a área como um dos pilares da pesquisa matemática atual.

Nas últimas décadas, a comunidade de Álgebra Comutativa tem apresentado um crescimento expressivo, refletido no aumento do número de pesquisadores, na formação e consolidação de grupos de pesquisa e no fortalecimento de colaborações nacionais e internacionais. No Brasil, e em particular na região Sudeste, existem diversos grupos atuantes na área, desenvolvendo uma ampla variedade de linhas de investigação e mantendo intensa interação com pesquisadores de outras regiões do país e do exterior. Esse cenário tem contribuído não apenas para uma produção científica de alto nível, mas também para a formação de estudantes e jovens pesquisadores e para o fortalecimento de redes de colaboração.

12.1 Non-algebraicity of foliations via reduction modulo 2.

João Paulo Figueredo.

Resumo

Fixing an integer $d > 0$, the set of holomorphic foliations of degree d on $\mathbb{P}^2$ which don't have an invariant algebraic curve is a countable intersection of open subsets of the set of all holomorphic foliations of degree d on $\mathbb{P}^2$. In practice, however, there is no straightforward way to determine whether a particular foliation on $\mathbb{P}^2$ does not have an invariant algebraic curve. In this talk, we show that if $\mathcal{F}$ is a holomorphic foliation on $\mathbb{P}^2$ defined over a number field, without dicritical singularities and satisfying some arithmetical conditions modulo 2, then $\mathcal{F}$ has no algebraic invariant curve. This is a joint work with Wodson Mendson.

12.2 The Lefschetz locus in Artinian Gorenstein Algebras and cubics with vanishing hessian.

Viviana Ferrer

IME/UFF

Resumo

Artinian Gorenstein Algebras (AGA) serve as a model for the cohomology rings of complex projective varieties; in this context, the Hard Lefschetz Theorem translates into an algebraic property known as the Strong Lefschetz Property (SLP). A central problem in this area is characterizing the algebras that satisfy this property. In this talk, we address this problem for AGA of socle degree 3, which, by the theory of inverse systems, correspond to cubic hypersurfaces in $\mathbb{P}^N$. Under this correspondence, the algebras that satisfy the SLP correspond to cubics whose Hessian is not identically zero. Applying results by Gondim–Russo on the classification of cubics with vanishing Hessian, we parametrize the space of such cubics, computing its dimension and degree for $N \leq 6$.

12.3 Generating Residual Intersections with Koszul-Fitting Ideals.

Kevin Vasconcellos.

IME/UERJ

Resumo

The theory of residual intersections has its roots in intersection theory on the definition of the refined intersection products. In the commutative algebra point of view, the concept of residual intersection was established by Artin and Nagata [1] as a generalization of Linkage Theory. Since 1983, after Huneke's work [2], theory gained significant momentum due to a series of works of Huneke, Ulrich, Kustin, Chardin, Eisenbud, and others. However, there are still many basic and mysterious properties of residual intersections which are not established. One of the very basic tasks is to determine generators of residual intersections. Let $\mathfrak{a} \subseteq I$ be finitely generated ideals of a ring R and suppose that $\mathfrak{a} :_R I$ is a residual intersection. V. Bouça and H. Hassanzadeh [3] established the Koszul-Fitting ideal, also called the Kitt ideal, which is an ideal such that one always has $\text{Kitt}(\mathfrak{a}, I) \subseteq \mathfrak{a} :_R I$. They proved that $\text{Kitt}(\mathfrak{a}, I) = \mathfrak{a} :_R I$ for any residual intersection $\mathfrak{a} :_R I$, when R is a Cohen-Macaulay ring and I satisfies the condition SD_1 . In this lecture, we extend the class of residual intersections for which one has $\text{Kitt}(\mathfrak{a}, I) = \mathfrak{a} :_R I$. We prove that the equality holds when I is a $(s - 1)$ -thrifty ideal and satisfies the condition G_s in Noetherian local rings with infinite residue field.

Referências

- [1] Cumming, C. (2007). Residual intersections in Cohen–Macaulay rings. *Journal of Algebra*, 308(1), 91-106.
- [2] Huneke, C. (1983). Strongly Cohen–Macaulay schemes and residual intersections. *AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY*, 277(2).
- [3] Bouça, V., Hassanzadeh, S. H. (2019). Residual intersections are Koszul–Fitting ideals. *Compositio Mathematica*, 155(11), 2150-2179.

13 PE1 - Probabilidade e Processos Estocásticos.

Organizadores: Daniel Ungaretti (UFRJ), Roberto Viveros (UFRJ).

Descrição da Sessão: A sessão de Probabilidade e Processos Estocásticos reunirá trabalhos recentes em áreas centrais da probabilidade moderna, incluindo processos estocásticos interagentes, percolação e passeios aleatórios em ambientes aleatórios, entre outros. O objetivo é promover a interação entre diferentes linhas de pesquisa, destacando resultados recentes, novas técnicas e aplicações relevantes.

13.1 Epidemic Phase Transitions in the Zero-Range Process

Marcelo Hilário

UFMG

mrhilario@gmail.com

Resumo

We consider a model for the spread of an infection within an interacting particle system on the d -dimensional integer lattice, generalizing a framework introduced by Kesten and Sidovicius to a zero-range process in equilibrium with a positive density. In our model, at any time, individuals are either healthy or infected. The infection spreads instantaneously whenever infected and healthy particles occupy the same site, while infected particles heal independently at a positive rate. We investigate the extinction-survival phase diagram of this process starting from a configuration where only the particles at the origin are infected. For every fixed positive healing rate, we prove that the infection becomes extinct almost surely if the particle density is sufficiently small and survives with positive probability if the density is sufficiently large, establishing the existence of a non-trivial critical density. At sufficiently high densities, survival occurs even under instantaneous healing. We also show that, for every positive density, the infection survives when the healing rate is sufficiently small. (Based on a joint work with Rangel Baldasso and Ian Ornelas).

13.2 The Truncation Question in Percolation of Words

Pablo Almeida Gomes

USP

pagomes@usp.br

Resumo

In this talk, we investigate the truncation question in the context of percolation of words. Consider the set $\mathbb{Z}^d$, where each vertex is independently assigned the letter 1 with probability p , and the letter 0 with probability $1 - p$. Long-range edges of length n are declared open with probability p_n . The goal is to analyze the existence of a sufficiently large K such that, with positive probability, all words are seen from the origin, even if the edges of length larger than K are removed from the lattice. Based on joint work with Otavio Lima and Roger W. C. Silva.

13.3 The Random Markov Property for Random Walks in Random Environment

Rangel Baldasso

PUC

rangel.bal@gmail.com

Resumo

We propose a criterion for random walks in random environment which, when satisfied, implies that the random walk obeys a law of large numbers and a central limit theorem. This criteria is based on the construction of an auxiliary random field that needs to satisfy some mixing estimates and an additional requirement that we dub the “random Markov property.” Based on a joint work with Julien Allasia, Oriane Blondel, and Augusto Teixeira.

13.4 Monotonicidade estrita do ponto crítico em percolação orientada com arestas diagonais

Celio Terra

UFRJ

caugusto.terra@gmail.com

Resumo

Consideramos um modelo de percolação orientada de elos em $\mathbb{Z}^2$ no qual, além das arestas usuais, abertas independentemente com probabilidade p , são introduzidas arestas diagonais, abertas independentemente com probabilidade ε . Esse acréscimo pode ser interpretado como um *enhancement* do modelo clássico de percolação orientada. Estudamos o efeito dessas arestas diagonais sobre a transição de fase do sistema. Para cada $\varepsilon \in [0, 1]$, seja $p_c(\varepsilon)$ o valor crítico correspondente à probabilidade de abertura das arestas usuais. Provamos que $p_c(\varepsilon)$ é estritamente decrescente em função de ε . Mais precisamente, para $0 \leq \varepsilon < \tilde{\varepsilon} \leq 1$, temos

$$p_c(\tilde{\varepsilon}) < p_c(\varepsilon).$$

13.5 Percolation on Hierarchical Lattices and Its Generalization to Hypergraphs

Mayumi Shiguihara

IMPA

amshiguihara@pm.me

Resumo

The work by Alves, Baldasso, Moreira and Teixeira investigates sequences of graphs that can be useful in the study of percolation on lattices. Given a initial graph with two distinguished vertices, they define a sequence inductively by replacing all edges of the current graph with copies of the initial one. They show that the probability of connecting the distinguished vertices has a unique phase transition. We extend this construction to hypergraphs by choosing more than two distinguished vertices. We study how phase transitions work in this broader setting, where more intricate behavior is possible. Joint work with Augusto Teixeira.

14 PE2 - Estatística e Ciência de Dados.

Organizadores: Kelly Gonçalves (UFRJ), Viviana Lobo (UFRJ).

Descrição da Sessão: A sessão reunirá pesquisadores e profissionais interessados no desenvolvimento e na aplicação de métodos estatísticos modernos para a análise de dados complexos e de grande escala, com o objetivo de promover discussões sobre avanços recentes em assuntos como: modelagem estatística, aprendizado de máquina, métodos bayesianos e técnicas computacionais, bem como suas aplicações em diversas áreas, como indústria, políticas públicas, saúde e ciências ambientais.

14.1 Principled Bayesian Analysis with the Power Prior.

Luiz Max Carvalho

FGV EMAp.

lmax.fgv@gmail.com

Resumo

Incorporating external and/or historical data is a major challenge in the statistical analysis of clinical trials. In this context, the power prior has emerged as an efficient, semi-automatic way of borrowing information from historical data to construct informative priors. The approach consists of raising the likelihood of the historical data to a borrowing factor $\eta \in [0, 1]$, which discounts the historical data and interpolates between disregarding it entirely and performing a full Bayesian update. In this talk, I will give an overview of the power prior and its variations, with special focus on the normalised power prior (NPP), in which η is itself assigned a prior. I shall cover several ongoing projects spanning both computational and modelling aspects. On the computational side, I will present variational approaches with strong theoretical guarantees, as well as exact MCMC methods for the NPP. On the modelling side, I shall present principled strategies for choosing the discounting parameter, and principled priors for discounting parameters in settings with multiple historical datasets. Overall, the goal is to survey the current state of the art and outline the main open problems and opportunities for future research in this area. Joint work with Joseph Ibrahim, Xinxin Chen, Ezequiel Braga, Yure Santos, and Eduardo Adame.

14.2 Modelos Gráficos Dinâmicos para Grafos Acíclicos Direcionados: Uma Aplicação à Conectividade Efetiva Cerebral.

Rebecca de Oliveira Souza.

UERJ.

rebecca@lampada.uerj.br

Resumo

Nesta palestra, apresentarei uma nova abordagem para estimação de conectividade efetiva cerebral baseada em modelos gráficos dinâmicos. A metodologia proposta, denominada Dynamic Graphical Variable Selection for Directed Acyclic Graphs (DGVS-DAG), combina modelos lineares dinâmicos com seleção de variáveis por meio de um processo dinâmico de Horseshoe, permitindo a estimação de redes direcionadas para grupos de indivíduos ao longo do tempo. Além disso, foi desenvolvido um algoritmo para busca da estrutura de grafos acíclicos direcionados (DAGs) que maximiza a informação preditiva dos dados. A metodologia permite que a intensidade das conexões e a estrutura da rede variem ao longo do tempo, mantendo baixo custo computacional. Seu desempenho é avaliado por meio de estudos de simulação e de uma aplicação a dados reais de fNIRS, apresentando resultados competitivos e maior flexibilidade em relação a abordagens existentes.

14.3 Quantificação de incerteza com predição conformal: fundamentos e desenvolvimentos recentes.

Helton Graziadei de Carvalho.

UFSCar.

helton@ufscar.br

Resumo

A predição conformal permite construir intervalos preditivos com garantias estatísticas válidas em amostras finitas, sem hipóteses sobre a distribuição dos dados ou sobre o modelo preditivo empregado. Nesta palestra, apresentarei uma introdução à metodologia e discutirei desenvolvimentos recentes em regressão, com ênfase em construções capazes de adaptar os intervalos à variabilidade e à assimetria locais dos dados, preservando as garantias de cobertura.

14.4 Amostragem na Era do Big Data: O Paradoxo do Big Data e Inferência com Amostras Não-Probabilísticas.

Guilherme Jacob.

SCIENCE/ FGV IBRE.

guilhermejacob91@gmail.com

Resumo

A disponibilidade crescente de grandes bases de dados desafia uma intuição aparentemente óbvia: mais dados deveriam, em princípio, produzir estimativas mais precisas. Para ilustrar esse dilema, Meng (2018) propôs uma pergunta simples: usando a média amostral, qual amostra estimaria a média populacional com maior precisão — uma Amostra Aleatória Simples (AAS) de apenas 400 indivíduos ou uma base de “Big Data” com 4 milhões de registros? A resposta contraintuitiva revela o Paradoxo do Big Data: sob mecanismos de seleção não-probabilísticos, mesmo um pequeno viés de seleção pode fazer com que a amostra muito maior produza uma inferência menos precisa do que a AAS pequena. A maior disponibilidade dessas bases massivas não é, em si, um problema, mas exige cuidado metodológico. Então, focamos nos métodos de inferência para amostras não-probabilísticas, buscando apresentar a lógica por trás das principais abordagens usadas para obter inferência válida quando as probabilidades de inclusão não são conhecidas. Discutimos brevemente o método de Chen, Li e Wu (2020), que estima essas probabilidades por meio de modelagem paramétrica, e a Imputação em Massa (Rivers 2007; Kim et al., 2021), que trata o viés de seleção como um problema de dados ausentes sob a hipótese de MAR (Missing At Random). O objetivo não é detalhar essas metodologias, mas destacar a intuição e o raciocínio subjacentes a cada uma, e como elas permitem transformar dados de fontes não-probabilísticas em informação útil para a inferência estatística. Por fim, discutimos brevemente o uso dessas fontes em outras aplicações relevantes, como nowcasting e Estimção em Pequenas Áreas, e apontamos um dilema crítico associado a essa tendência: se, por um lado, o maior volume de dados amplia as oportunidades inferenciais, por outro, ele intensifica os riscos à confidencialidade — um desafio que tende a ganhar ainda mais relevância nos próximos anos, tanto para produtores quanto para usuários de estatísticas.

14.5 A Bayesian physics-informed approach to inverse problems in heat transfer and fluid mechanics.

Carlos Tadeu Zanini.

UFRJ

carloszanini@dme.ufrj.br

Resumo

Parameter estimation in differential equation models is a fundamental challenge in engineering applications requiring accurate estimation of physical parameters for system design and optimization. This paper presents a Bayesian framework for solving inverse problems in differential equation-based models. Two approaches are developed: a mesh-based nonlinear regression method and a mesh-free approach based on Bayesian physics-informed Gaussian processes that eliminates mesh dependency while incorporating physical constraints through differential linear operators. Hamiltonian Monte Carlo and automatic differentiation variational inference are implemented and compared for posterior approximation. The framework is demonstrated through three applications: advection-diffusion-reaction systems for environmental contamination modelling, exponential growth models for thermal property estimation, and the nonlinear Burgers equation via the Cole-Hopf transformation.

Sessões de Pôsteres

Retratos de fase de uma família de sistemas quadráticos com esferas invariantes

Tiago M. P. Abreu¹

Departamento de Matemática
Universidade Estadual de Campinas
Campinas, Brasil

Jaume Llibre²

Departament de Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona
Barcelona, Espanha

Resumo

Neste trabalho, estudamos os retratos de fase associados a sistemas diferenciais polinomiais de grau dois que preservam a esfera unitária ($x^2 + y^2 + z^2 = 1$) como variedade invariante. Em geral, tais sistemas dependem de 14 parâmetros, tornando inviável uma classificação completa de sua dinâmica. No entanto, ao impor a condição de simetria em relação ao plano $z = 0$, o número de parâmetros independentes reduz-se para apenas quatro. Assim, podemos descrever qualitativamente as dinâmicas possíveis dessa família de sistemas, identificando as configurações topológicas que podem ocorrer. Ademais, estudamos também os possíveis retratos de fase para o caso em que todas as esferas de raio $r > 0$ são invariantes pelo sistema.

Resumo

In this work, we study the phase portraits from quadratic polynomial differential systems that preserve the unit sphere ($x^2 + y^2 + z^2 = 1$) as an invariant manifold. In general, such systems depend on 14 parameters, making a complete classification of their dynamics infeasible. However, by imposing symmetry with respect to the plane $z = 0$, the number of independent parameters is reduced to only four. Thus, we can qualitatively describe the possible dynamics of this family of systems, identifying the topological configurations that may occur. Furthermore, we also study the possible phase portraits in the case where all spheres of radius $r > 0$ are invariant under the system.

¹e-mail: tmpabreu@ime.unicamp.br

²e-mail: jaume.llibre@uab.cat

Two-Pass Blocking with Robust Cross-Encoder Matching for Record Linkage

Álvaro de Carvalho Alves³

COPPE

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, Brazil

Eduardo Ramos⁴

Instituto de Matemática

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, Brazil

Nicolas da Silva Wischermann⁵

Instituto de Matemática

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, Brazil

Heudson Mirandola⁶

Instituto de Matemática

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, Brazil

Leonardo Veiga Acioly Filho⁷

Instituto de Computação

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, Brazil

Ralph dos Santos Silva⁸

Instituto de Matemática

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, Brazil

Resumo

Record linkage at scale requires aggressive candidate reduction, since exhaustive pairwise comparison is infeasible. We present a two-stage neural pipeline that combines two-pass bi-encoder blocking with a Transformer cross-encoder matcher, and we study a family of training objectives drawn from Tsallis non-extensive statistical mechanics for the post-blocking classification step. In the blocking stage, a first-pass dense retriever produces a high-recall candidate list from cached embeddings, and a second pass reranks this local neighborhood to concentrate the true matches in a much smaller set; on the North Carolina Voters benchmark this raises pair completeness on the test split from 0.8989 to 0.9573 at the top-10 cutoff. For matching, we replace the usual softmax / cross-entropy objective with the Tsallis-softmax (q -softmax), whose geometry is governed by the q -exponential family: for $q > 1$ it assigns exactly zero probability to clearly irrelevant candidates, a sparse, heavy-tailed

³e-mail: alvaro@cos.ufrj.br

⁴e-mail: eduardo@im.ufrj.br

⁵e-mail: ndasilva@ufrj.br

⁶e-mail: mirandola@im.ufrj.br

⁷e-mail: leonardovaf@ic.ufrj.br

⁸e-mail: ralph@im.ufrj.br

regime connected to the Student- t and Cauchy distributions, whereas for $q < 1$ it yields a bounded, compact-support loss that is robust to noisy pairs. We train a RoBERTa cross-encoder on serialized attribute-value records across several values of the entropic index q . On the Amazon–Google, Walmart–Amazon, and DBLP–Scholar benchmarks, the Tsallis variants remain competitive with the cross-entropy baseline in both end-to-end and pre-blocked evaluation, with the single hyperparameter q acting as a geometric, information-theoretic control on the precision/recall trade-off.

Referências

- [1] Y. Li, J. Li, Y. Suhara, A. Doan, W.-C. Tan, Deep entity matching with pre-trained language models, *Proceedings of the VLDB Endowment*, **14** (1) (2021), 50-60.
- [2] G. Papadakis, D. Skoutas, E. Thanos, T. Palpanas, Blocking and filtering techniques for entity resolution: a survey, *ACM Computing Surveys*, **53** (2) (2020), 1-42.
- [3] C. Tsallis, *Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics: Approaching a Complex World*, Springer, 2009.
- [4] M. Blondel, A. F. T. Martins, V. Niculae, Learning with Fenchel–Young losses, *Journal of Machine Learning Research*, **21** (35) (2020), 1-69.
- [5] B. Peters, V. Niculae, A. F. T. Martins, Sparse sequence-to-sequence models, in: *Proceedings of the 57th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (ACL)*, 2019, 1504-1519.

A classificação dos grupos finitos simples

Jadir Machado Balthar⁹
Departamento de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Tulio Marcio Gentil dos Santos¹⁰
Departamento de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Resumo

A Teoria de Grupos desempenha papel central na álgebra abstrata e é recorrente em diversas outras áreas da matemática com aplicações até mesmo em física, química e computação. No final do século XIX, foi estabelecido o Teorema de Jordan-Hölder, que garante que os grupos simples finitos são os blocos fundamentais na construção de grupos finitos. Com isso, surge naturalmente um grande interesse em conhecer esses grupos e compreender suas propriedades.

No final do século XIX, alguns exemplos de grupos simples finitos já eram conhecidos, como os grupos de ordem prima e alguns dos grupos alternados, e uma classificação completa foi obtida após um enorme esforço coletivo desde o final do século XIX até o final do século XX.

Dada a importância desse tema para a Teoria de Grupos, o presente trabalho busca apresentá-lo de forma breve e acessível, destacando exemplos clássicos e discutindo sucintamente a importância desses resultados para a compreensão da estrutura dos grupos finitos e seu impacto na matemática.

Referências

- [1] D. Gorenstein, Finite Simple Groups: An Introduction to Their Classification in: *The University Series In Mathematics.*, Springer, 1982.
- [2] M. Aschbacher, The Status of the Classification of the Finite Simple Groups, *Notices of the AMS*, **51** (7) (2004), 736-740.
- [3] M. L. O. Santos, Sobre grupos simples finitos, Monografia de Especialização, Instituto de Ciências Exatas, UFMG, Belo Horizonte, 2015.

⁹e-mail: jadirmb@im.ufrj.br

¹⁰e-mail: tuliogentil@im.ufrj.br

Statistically Calibrated Aggregate Tests for Communication-Efficient Reconciliation of Large Tables

Leon Martins Uchoa Barboza¹¹

COPPE

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Leonardo Veiga Acioly Filho¹²

Instituto de Computação

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Álvaro de Carvalho Alves¹³

COPPE

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Eduardo Ramos¹⁴

Instituto de Matemática

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Heudson Tosta Mirandola¹⁵

Instituto de Matemática

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Ralph dos Santos Silva¹⁶

Instituto de Matemática

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Resumo

Large replicated datasets frequently require reconciliation to detect and repair discrepancies between source and target systems. When discrepancies are sparse relative to table size, transferring complete datasets is computationally and communication-wise inefficient. This work presents CRTdiff, a reconciliation methodology based on randomized aggregate tests and statistical calibration principles. The method partitions row witnesses into multiple residue classes generated through coprime modular systems and compares aggregate fingerprints across corresponding groups. Rows are retained as reconciliation candidates only when they belong exclusively to groups exhibiting evidence of disagreement. The resulting procedure can be interpreted as a probabilistic group-testing mechanism that reduces communication by eliminating

¹¹e-mail: lmub@cos.ufrj.br

¹²e-mail: leonardovaf@ic.ufrj.br

¹³e-mail: alvaro@cos.ufrj.br

¹⁴e-mail: eduardo@im.ufrj.br

¹⁵e-mail: mirandola@im.ufrj.br

¹⁶e-mail: ralph@im.ufrj.br

large subsets of reconciled records before any row-level exchange occurs. Rather than treating reconciliation solely as a database-diff problem, we study it as a statistical-computing problem. Using occupancy-based probabilistic models, we derive approximations for dirty-group probabilities, candidate amplification rates, communication requirements, and reconciliation reliability. The analysis quantifies how these quantities depend on the discrepancy rate, the number of aggregate tests, and the bucketization scale, providing explicit guidelines for parameter selection. Because the discrepancy size is unknown in practice, we introduce a randomized calibration stage based on hash-threshold sampling. The calibration sample yields estimators for both the size of the symmetric difference and the directional discrepancy rate, allowing the aggregate-test structure to be configured automatically before reconciliation. The estimators admit variance characterizations and concentration guarantees, enabling probabilistic control of calibration error and reconciliation performance. The proposed framework combines ideas from group testing, randomized algorithms, finite-population sampling, and communication-efficient statistical computing. Experimental results on synthetic discrepancy patterns demonstrate that the statistically calibrated aggregate-test strategy substantially reduces communication while maintaining high reconciliation accuracy. Beyond its practical application to data reconciliation, the work provides a probabilistic framework for studying large-scale comparison problems through randomized summaries and sample-based calibration.

Referências

- [1] Y. Minsky, A. Trachtenberg, and R. Zippel, *Set Reconciliation with Nearly Optimal Communication Complexity*, IEEE Transactions on Information Theory, 49(9), 2213–2218, 2003.
- [2] D. Eppstein et al., *What’s the Difference? Efficient Set Reconciliation without Prior Context*, Proceedings of the ACM SIGCOMM Conference, 218–229, 2011.
- [3] M. T. Goodrich and M. Mitzenmacher, *Invertible Bloom Lookup Tables*, arXiv:1101.2245, 2011.
- [4] M. T. Goodrich and M. Mitzenmacher, *Biff (Bloom Filter) Codes: Fast Error Correction for Large Data Sets*, IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), 2012.
- [5] L. Gong et al., *Space- and Computationally-Efficient Set Reconciliation via Parity Bitmap Sketch (PBS)*, Proceedings of the VLDB Endowment, 14(4), 458–470, 2020.

Da geometria clássica à Álgebra Moderna: de Pappus a Macaulay

Carlos José de Marins Barros¹⁷
Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Resumo

Partindo do problema de Pappus (século IV a.C.), passamos pelo Teorema de Pascal (1639), que pode ser reinterpretado via teorema de Bézout (1779). Em seguida, mostramos como essas ideias são recuperadas pelo Teorema de Cayley-Bacharach (século XIX) e generalizadas pelo Teorema de Macaulay (século XX) para anéis polinomiais multivariáveis. Este estudo enfatiza uma leitura inversa da história, na qual resultados clássicos são reinterpretados através de ferramentas algébricas modernas.

Introdução

Problemas clássicos de geometria plana têm desempenhado um papel central no desenvolvimento da matemática ao longo dos séculos. Um exemplo marcante é o problema de Pappus de Alexandria [1]:

Teorema 1 (*Pappus*) *Sejam ℓ e ℓ' duas retas distintas, sejam $\{A, B, C\}$ pontos distintos em ℓ que não pertencem a ℓ' , e sejam $\{a, b, c\}$ pontos distintos em ℓ' que não pertencem a ℓ . Suponha que os pontos de interseção dos pares das linhas $\{Ab, aB\}$, $\{Ac, aC\}$ e $\{Bc, bC\}$ sejam X, Y e Z respectivamente. Então os pontos $\{X, Y, Z\}$ são colineares.*

O teorema de Pappus é um caso específico do Teorema de Pascal para cônicas. Pascal mostra, que em vez de considerar duas retas, podemos considerar qualquer equação de grau dois, ou seja, podemos considerar 6 pontos arbitrários sobre uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole e ainda a afirmação de Pappus é válida. O Teorema de Pascal pode ser posteriormente deduzido a partir do Teorema de Bézout, estabelecendo uma ponte entre geometria e a interseção de curvas algébricas planas de grau m e n que não têm nenhum componente em comum, intersectam-se em no máximo mn pontos. No século XIX, o Teorema de Cayley-Bacharach forneceu uma generalização poderosa e recuperou a demonstração dos Teoremas de Pappus e Pascal.

Teorema 2 (*Cayley-Bacharach*) *Sejam $\gamma_0 = \{(x, y) \in \mathbb{K}^2 | P_0(x, y) = 0\}$ e $\gamma_1 = \{(x, y) \in \mathbb{K}^2 | P_1(x, y) = 0\}$ duas cúbicas de grau 3 que se intersectam (sobre algum corpo algebricamente fechado $\mathbb{K}$) exatamente em nove pontos distintos $\{P_1, P_2, \dots, P_9\}$. Seja $P(x, y)$ um polinômio cúbico que se anula em oito desses pontos, digamos $\{P_1, P_2, \dots, P_8\}$. Então $P(x, y)$ é uma combinação linear de $P_0(x, y)$ e $P_1(x, y)$ e, em particular, se anula no nono ponto P_9 .*

Ideias introduzidas por Macaulay, no século XX, mostram que essas propriedades estão relacionadas à estrutura de anéis graduados de dimensão Krull zero e a relação entre o número de pontos de uma variedade e a dimensão do espaço vetorial do anel quociente associado [2, Remark 3.23]. Esse ponto de vista sugere que muitas ideias fundamentais da geometria clássica já antecipavam estruturas que seriam formalizadas apenas com o desenvolvimento da álgebra moderna.

¹⁷e-mail: carlosjmarins@eq.ufrj.br

Resultados Principais

O principal resultado considerado é a seguinte generalização do Teorema de Cayley-Bacharach[3, Theorem CB4]:

Teorema 3 *Sejam γ_0 e γ_1 curvas no plano projetivo de graus m e n , respectivamente, que intersectam-se em exatamente mn pontos distintos. Então, qualquer curva de grau $m + n - 3$ que passa por todos esses pontos, exceto possivelmente um, necessariamente passa por todos.*

Referências

- [1] Y. Lequain, A. Garcia, *Elementos de álgebra*, IMPA, 2022.
- [2] V. Ene, J. Herzog, Gröbner bases in commutative algebra, *Graduate Studies in Mathematics*, vol. **130**, American Mathematical Society, Providence, RI, 2012.
- [3] D. Eisenbud, M. L. Green, J. D. Harris, Cayley-Bacharach theorems and conjectures, *Bulletin of the American Mathematical Society (N.S.)*, **33** (3) (1996).

As 27 retas de uma Superfície Cúbica

Yan Robert Ortiz Blyth¹⁸
Instituto de Matemática Pura e Aplicada
Rio de Janeiro, Brasil

Resumo

Um dos resultados clássicos mais famosos da Geometria Algébrica é o teorema de Cayley-Salmon (1849), o qual afirma que toda superfície cúbica irredutível e não-singular em $\mathbb{CP}^3$ contém exatamente 27 retas. Como é de se esperar de um teorema desta idade, seu conteúdo é amplamente conhecido e integra o conteúdo de diversos livros clássicos com diferentes demonstrações. Neste pôster, apresentarei os passos para duas possíveis demonstrações: A primeira, mais elementar para um iniciante em geometria algébrica, consiste em encontrar uma reta na cúbica, e a partir dela estudar as demais retas apenas analisando se estas intersectam ou não a reta dada. A segunda consiste em provar que toda superfície cúbica é isomorfa ao Blown-up de $\mathbb{CP}^2$ em 6 pontos em posição genérica, e a contagem das 27 retas se dá a partir dos divisores excepcionais, das retas formadas por cada par destes 6 pontos, e das cônicas determinadas por 5 destes 6 pontos, as quais se tornam retas no processo.

Referências

- [1] A. L. Gorodentsev, *Algebraic Geometry. A Start Up Course*, MCCME.
- [2] S. Lazarus, *Basic algebraic geometry and the 27 lines on a cubic surface*, 2014.
- [3] M. Reid, Chapters on algebraic surfaces, in: *IAS/Park City Mathematics Series*, vol. 3, American Mathematical Society, 1997, 3-159.

¹⁸e-mail: yan.blyth@impa.br

ENSINO DOS FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA APLICADA PARA ANÁLISES PREDITIVAS, NA GRADUAÇÃO

Claudio Bonel¹⁹

Instituto Multidisciplinar de Formação Humana com Tecnologias (IFHT)
Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)
Rio de Janeiro, Brasil

Resumo

Este trabalho apresenta uma proposta pedagógica para o ensino dos fundamentos da matemática aplicada para análises preditivas, na graduação, como disciplina eletiva universal, na modalidade assíncrona. Partindo da premissa de que a matemática é uma ferramenta essencial para a análise de fenômenos reais e para fundamentar decisões com rigor técnico e científico, a proposta estrutura o conteúdo em torno de seis eixos temáticos articulados: (1) metodologia de resolução de problemas; (2) tipos de variáveis quantitativas e qualitativas; (3) correlação entre variáveis; (4) conceito de função; (5) função afim; e (6) função quadrática.

A abordagem metodológica adota o ciclo *Compreensão – Planejamento – Desenvolvimento – Avaliação*, inspirado em Polya [5], como fio condutor de cada tema. Nesse ciclo, o estudante é conduzido a identificar *o quê* precisa ser respondido, *como* planejar a solução, *executar* o desenvolvimento da solução, utilizando a matemática e, por fim, *avaliar* a qualidade e a coerência do resultado obtido. Cada eixo temático é contextualizado por meio de problemas reais, utilizando dados públicos do Instituto de segurança pública do RJ, aproximando o conteúdo da realidade do estudante e favorecendo uma aprendizagem mais significativa.

No âmbito das variáveis, distinguem-se as qualitativas: nominais e ordinais, das quantitativas: discretas e contínuas, enfatizando a necessidade de compreender a natureza do dado antes de qualquer operação matemática [3]. A correlação entre variáveis quantitativas é introduzida como medida da força e da direção da relação entre dois fenômenos, com valores que variam de -1 (correlação negativa perfeita) a $+1$ (correlação positiva perfeita), passando por 0 quando não há relação linear entre as variáveis [3].

O conceito de função é apresentado como uma regra matemática que associa cada elemento do domínio A a um único elemento do contradomínio B , formalizado como $y = f(x)$. A função afim $y = ax + b$, também denominada função de primeiro grau, é trabalhada como instrumento de modelagem de relações lineares: o coeficiente angular a expressa a taxa de variação constante entre as variáveis, enquanto o coeficiente linear (ou intercepto) b indica o valor de y quando $x = 0$ [1]. A função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ é introduzida para modelar fenômenos não lineares, nos quais a relação entre as variáveis cresce até um ponto máximo e depois decresce, ou vice-versa. Nesse contexto, o vértice da parábola é destacado como o ponto que fornece o valor ótimo de x , ou seja, aquele que maximiza ou minimiza y , constituindo portanto, o fundamento matemático para a identificação da decisão ideal em problemas de otimização [4]. As funções foram exploradas de forma prática com o auxílio de planilhas eletrônicas, especificamente Microsoft Excel e Google Planilhas, permitindo o cálculo

¹⁹e-mail: claudiobonel@gmail.com

automático dos coeficientes, a visualização gráfica das relações entre as variáveis e métricas de avaliação [2].

Os resultados observados ao longo da aplicação desta proposta em turmas de graduação na UERJ indicam que a ancoragem dos conceitos matemáticos em problemas reais e estruturados pelo ciclo de resolução favorece o engajamento dos estudantes e a compreensão do papel da matemática como suporte à análise preditiva e, consequente apoio à tomada de decisão. Conclui-se que o ensino articulado desses fundamentos, desde a compreensão do problema, passando pela interpretação de variáveis, até a aplicação de funções para previsão e otimização, constitui uma base sólida para a formação de estudantes capazes de desenvolver soluções para apoiar decisões fundamentadas com rigor científico.

Referências

- [1] BASSANEZI, R. C. *Modelagem matemática: teoria e prática*. São Paulo: Contexto, 2015.
- [2] BONEL, C. *Excel básico: do zero à análise de dados*. Joinville: Clube de Autores, 2023.
- [3] LAPA, N. *Matemática aplicada: uma abordagem introdutória*. São Paulo: Editora Saraiva, 2000.
- [4] ALVES, M. M. O. *Matemática elementar: funções afim e quadrática*. Rio de Janeiro: Edição do Autor, 2019.
- [5] POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

Análise Experimental do Crivo de Eratóstenes: Verificação de Complexidade e Comparação com a Variante Segmentada

Raphael M. P. Câmara²⁰

Departamento Matemática
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Seropédica, Brazil

Thays A. S. Oliveira²¹

Departamento Matemática
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Seropédica, Brazil

Oberdan M. R. Souza²²

Departamento Matemática
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Seropédica, Brazil

Wilian J. Santos²³

Departamento Matemática
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Seropédica, Brazil

Renan S. Teixeira²⁴

Departamento Matemática
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Seropédica, Brazil

Resumo

A identificação de números primos é um problema central na teoria dos números, com aplicações diretas em criptografia e segurança computacional [?]. O Crivo de Eratóstenes, atribuído ao matemático grego Eratóstenes de Cirene (c. 276–194 a.C.), permanece como um dos métodos mais utilizados para gerar tabelas de primos até um limite N , com complexidade teórica $O(N \log \log N)$ [?]. Embora essa estimativa seja bem estabelecida na literatura, a sua verificação empírica e a análise comparativa com variantes algorítmicas constituem temas relevantes para a formação em computação científica, pois permitem ao estudante de graduação confrontar a teoria assintótica com o comportamento real dos algoritmos.

O presente trabalho, desenvolvido no âmbito de um projeto de Iniciação Científica, investigou duas frentes: (i) a verificação experimental da complexidade assintótica do crivo clássico, por meio de medições de tempo de execução para limites crescentes; e (ii) a comparação de desempenho e consumo de memória entre o crivo clássico

²⁰e-mail: raphael-camara@ufrrj.br

²¹e-mail: thays.alicia.2005@ufrrj.br

²²e-mail: oberdan.souza@ufrrj.br

²³e-mail: wilianj@ufrrj.br

²⁴e-mail: rsteixeira@ufrrj.br

e sua variante segmentada. O objetivo foi produzir evidências experimentais que ilustram tanto a validade da estimativa teórica quanto o compromisso entre tempo de execução e uso de memória que distingue as duas abordagens.

A fundamentação teórica apoia-se no fato de que, se $n > 1$ não é divisível por nenhum primo p com $p^2 \leq n$, então n é primo [?]. Assim, basta eliminar os múltiplos de cada $p \leq \lfloor \sqrt{N} \rfloor$ [?]. O crivo clássico implementa essa eliminação sobre um vetor booleano de tamanho N , com complexidade $O(N \log \log N)$ e memória $O(N)$.

A variante segmentada [?, ?] particiona $[2, N]$ em blocos de tamanho Δ (tipicamente compatível com a cache L1), reduzindo a memória auxiliar a $O(\sqrt{N} + \Delta)$ sem alterar a complexidade de tempo. As constantes ocultas em $O(N \log \log N)$ dependem da hierarquia de cache: observou-se comportamento aparentemente superlinear para N menor que a L1, seguido de estabilização da razão $\bar{t}(N)/[N \ln(\ln N)]$ quando os *cache misses* passam a dominar.

A metodologia experimental seguiu duas etapas. Na primeira, o crivo clássico foi implementado em Python 3 e executado para $N \in \{10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7\}$ — intervalo adotado em razão das restrições de tempo e memória inerentes ao ambiente interpretado —, com múltiplas repetições por valor. Registrou-se a mediana do tempo $\bar{t}(N)$ e calculou-se $\bar{t}(N)/[N \ln(\ln N)]$. A corretude foi validada pelos valores de $\pi(N)$ tabelados em [?], todos reproduzidos com exatidão (Figura 1).

Na segunda etapa, a variante segmentada foi implementada com $\Delta = 32$ KB e submetida aos mesmos limites. O crivo clássico mostrou-se 2,4–2,6× mais rápido em Python, pela ausência de custo de gerenciamento de segmentos; em contrapartida, a variante segmentada reduziu o consumo de memória em 278× para $N = 10^7$ (36 KB frente a 10 MB).

Essa diferença ilustra o compromisso clássico entre tempo e espaço discutido por Cormen et al. [?]: o crivo segmentado viabiliza a peneiração para limites nos quais o vetor do crivo clássico não caberia em memória principal. Além disso, em linguagens compiladas como C ou Fortran, espera-se que a melhor localidade de cache da variante segmentada reduza ou até inverta a diferença de tempo observada em Python [?].

Como desdobramentos futuros, pretende-se estender a comparação ao Crivo de Atkin e confrontar os resultados em Python com implementações em C.

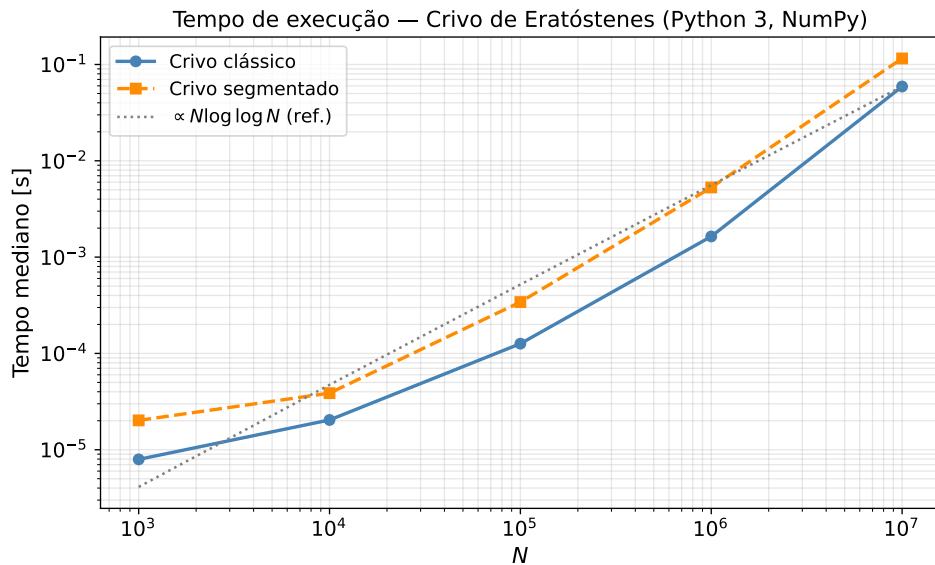


Figura 1: Tempo mediano de execução (escala log-log). A curva $\propto N \log \log N$ confirma a complexidade teórica; o crivo clássico é 2,4–2,6× mais rápido que o segmentado em Python.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Departamento de Matemática da UFRRJ pelo apoio ao projeto de Iniciação Científica.

Referências

- [1] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest e Clifford Stein, Algoritmos: Teoria e Prática, *3ª edição Rio de Janeiro: Elsevier*, (2012)
- [2] S. C. Coutinho, Números Inteiros e Criptografia RSA, *2ª edição Rio de Janeiro: IMPA/SBM*, (2005)
- [3] Richard Crandall e Carl Pomerance, Prime Numbers: A Computational Perspective, *2ª edição New York: Springer*, (2005)
- [4] Abramo Hefez, Aritmética, *Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM*, (2006)
- [5] Donald E. Knuth, The Art of Computer Programming, *Vol. 2: Seminumerical Algorithms. 3ª ed. Reading, MA: Addison-Wesley*, (1997)
- [6] Jonathan Sorenson, An Analysis of the Segmented Sieve of Eratosthenes, *Congressus Numerantium 81*, (1990)

Agregações de Vizinhança Fixas na Análise de Redes Neurais em Grafos

Iara Castro²⁵

Escola de Matemática Aplicada
Fundação Getúlio Vargas
Rio de Janeiro, Brasil

Pedro Martins²⁶

Escola de Matemática Aplicada
Fundação Getúlio Vargas
Rio de Janeiro, Brasil

Resumo

Modelos de Aprendizado em grafos, em particular as *Redes Neurais em Grafos* (Graph Neural Networks - GNNs) têm se consolidado como uma abordagem central para problemas de classificação de nós, como categorização de documentos e análise de redes de citações. A ideia central dessas arquiteturas é executar a *passagem de mensagens aprendida*, onde camadas sucessivas combinam atributos individuais com informação relacional codificada pela estrutura do grafo, produzindo representações que incorporam a estrutura local da rede.

Entretanto, em muitos cenários, ainda não está claro se o ganho preditivo desses modelos decorre da aprendizagem efetiva de agregações de vizinhança ou se já pode ser explicado por estatísticas locais simples calculadas sobre o grafo. Este trabalho investiga essa questão a partir de uma formulação baseada em *Fixed Aggregation Features* (FAFs), isto é, representações obtidas por agregações fixas e não treináveis de vizinhanças.

Consideramos um problema de aprendizado em grafos dado por $G = (V, E, X, Y_L)$, onde V é o conjunto de nós, E é o conjunto de arestas, $X \in \mathbb{R}^{|V| \times d}$ é a matriz de atributos dos nós e Y_L é o conjunto de rótulos observados para treinamento. O objetivo é aprender um classificador $f(v) \in \{1, \dots, C\}$ para cada nó $v \in V$.

Partindo dos atributos originais $h_v^{(0)} = x_v$, definimos para cada distância de salto $k \geq 1$ e cada operador redutor fixo $r \in \{\text{média, soma, máx., min.}\}$, a agregação recursiva

$$h_v^{(k,r)} = r \left(\{h_u^{(k-1,r)} : u \in \mathcal{N}(v)\} \right), \quad (1)$$

onde $\mathcal{N}(v)$ denota a vizinhança aberta de v . A representação final de cada nó é obtida por concatenação

$$z_v = x_v \oplus \bigoplus_{r \in R} \bigoplus_{k=1}^K h_v^{(k,r)}, \quad (2)$$

onde R é o conjunto de redutores e K o número máximo de saltos. Pela construção (1)–(2), o problema em grafos é transformado em um problema supervisionado *tabular*. Cada nó é representado por uma linha de características derivadas do grafo, e

²⁵e-mail: iaramescuacastro@gmail.com

²⁶e-mail: pedrothomazm@gmail.com

um classificador padrão, como um Perceptron Multicamadas (MLP), é treinado diretamente sobre z_v . Os parâmetros dos redutores são *fixos*, sem gradientes propagados através da estrutura do grafo, o que distingue as FAFs das GNNs.

A contribuição central deste trabalho é uma decomposição empírica do desempenho preditivo em três incrementos mensuráveis. Para isolá-los, utilizamos quatro modelos de referência:

[label=(e)]

1. MLP- X , treinado apenas sobre os atributos originais X ;
2. FAF-Verdadeiro, usando as FAFs calculadas sobre o grafo G ;
3. FAF-Aleatório, usando as FAFs calculadas sobre um grafo aleatorizado que preserve a sequência de graus de G (modelo de configuração), mas destrói as correlações topológicas;
4. GCN, uma rede convolucional em grafos com passagem de mensagens paramétrica.

Definimos então:

$$\Delta_{\text{graph}} = \text{Acc}(\text{FAF-Verdadeiro}) - \text{Acc}(\text{MLP-}X), \quad (3)$$

$$\Delta_{\text{structure}} = \text{Acc}(\text{FAF-Verdadeiro}) - \text{Acc}(\text{FAF-Aleatório}), \quad (4)$$

$$\Delta_{\text{learned}} = \text{Acc}(\text{GCN}) - \text{Acc}(\text{FAF-Verdadeiro}). \quad (5)$$

A quantidade Δ_{graph} mede o ganho total atribuível à informação relacional; $\Delta_{\text{structure}}$ isola a contribuição da *topologia real* do grafo, contrastando-a com o efeito de mera agregação sobre uma estrutura aleatória de mesma distribuição de graus; e Δ_{learned} quantifica o ganho marginal obtido pela passagem de mensagens aprendida, além do que já é capturado por agregações fixas. A decomposição é aditiva no sentido de que $\Delta_{\text{graph}} = \Delta_{\text{structure}} + [\text{Acc}(\text{FAF-Aleatório}) - \text{Acc}(\text{MLP-}X)]$, permitindo atribuir o ganho total a componentes interpretáveis separadamente.

A investigação será conduzida em bases consolidadas de classificação de nós, como Cora, PubMed e Amazon Photo, possibilitando uma avaliação reprodutível e comparável à literatura recente. Espera-se que essa abordagem contribua para uma avaliação mais transparente de modelos em grafos, fornecendo baselines interpretativos que separam o papel dos atributos nodais, da topologia real e da capacidade de representação aprendida.

Referências

- [1] C. Rubio-Madrigal, R. Burkholz, Fixed Aggregation Features Can Rival GNNs, (2026).
- [2] Y. Luo, L. Shi, X.-M. Wu, Classic GNNs are Strong Baselines: Reassessing GNNs for Node Classification, in: *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*, Datasets and Benchmarks Track, (2024).
- [3] S. Luan, C. Hua, M. Xu, Q. Lu, J. Zhu, X.-W. Chang, J. Fu, J. Leskovec, D. Precup, When Do Graph Neural Networks Help with Node Classification? Investigating the Homophily Principle on Node Distinguishability, *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*, **36** (2023).

Aresta-Hamiltonicidade em Camadas Aritméticas de Coloração de Grafos de Reconfiguração de Triangulações

Daniel Debrohim²⁷ PPG-CompMat Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Diana Sasaki²⁸ Instituto de Matemática e Estatística
Universidade do Estado do Rio de Janeiro Rio de Janeiro, Brazil

Resumo

Neste trabalho estudamos propriedades hamiltonianas de grafos de reconfiguração associados a triangulações de polígonos convexos com colorações cíclicas. O ponto de partida é o grafo de flips de triangulações de um polígono convexo P_N : seus vértices são todas as triangulações de P_N , e duas triangulações são adjacentes quando uma pode ser obtida da outra por um flip, isto é, pela troca de uma diagonal em um quadrilátero convexo formado por dois triângulos adjacentes. Ao colorir ciclicamente os vértices de P_N com $j \geq 3$ cores e restringir a atenção às triangulações em que todo triângulo possui três cores distintas, obtemos grafos de reconfiguração restritos, que chamamos de camadas aritméticas de coloração.

A estrutura dessas camadas é governada pela decomposição $N = jk + r$, $0 \leq r \leq j - 1$. O caso $r = 1$ não admite triangulações válidas; portanto, os casos relevantes satisfazem $r \neq 1$. Em particular, quando $d \mid N$, cada divisor $d \geq 3$ determina uma camada associada a uma coloração cíclica com d cores. Assim, um mesmo polígono pode conter várias camadas naturais de reconfiguração, organizadas pela aritmética de N . Essa perspectiva evidencia uma interação entre a fatoração do número de vértices, a estrutura combinatória das triangulações e possíveis formas de percorrer algoritmicamente esses espaços.

No caso de três cores, o grafo $\mathcal{H}_N$, considerado por Acharya, Mütze e Verciani [1], é definido de maneira análoga ao grafo de flips, mas suas arestas correspondem a twists. Um *twist* é uma transformação local que substitui uma das duas triangulações válidas de um hexágono ciclicamente colorido pela outra. Nesse contexto, respondemos a duas questões deixadas em aberto: a conexidade da família $N = 3k + 2$ e a existência de ciclos hamiltonianos na família $N = 3k$. Embora fosse esperado que o caso $N = 3k + 2$ pudesse ser desconexo, mostramos que $\mathcal{H}_N$ é conexo para $N = 3k + 2$, com $k \geq 4$, além dos casos $N = 3k$ já conhecidos.

O resultado principal apresentado vai além da conexidade e da hamiltonicidade usual: obtemos uma classificação por aresta-hamiltonicidade. Para $j \geq 4$, consideramos o grafo $\mathcal{G}_N^{(j)}$, cujos vértices são as triangulações válidas e cujas arestas correspondem aos flips válidos, isto é, flips que preservam a condição de que todos os triângulos tenham três cores distintas. Mostramos que as camadas admissíveis são aresta-hamiltonianas, exceto por uma lista finita de obstruções iniciais. No caso $j = 3$, obtemos que $\mathcal{H}_N$ é aresta-hamiltoniano para todo $N \geq 12$, incluindo tanto a família $N = 3k$ quanto a família $N = 3k + 2$.

²⁷e-mail: daniel.debrohim@pos.ime.uerj.br

²⁸e-mail: diana.sasaki@ime.uerj.br

Referências

- [1] R. Acharya, T. Mütze, F. Verciani, Flips in colorful triangulations, *Journal of Computational Geometry*, **16** (1) (2025), 295–332. doi: 10.20382/jocg.v16i1a9.

Comportamento Histórico e Formalismo Ergódico

Gabriel Fonseca Margotto Dornelas²⁹

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Luciana Silva Salgado³⁰

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Resumo

Em sistemas dinâmicos e teoria ergódica, denominam-se de pontos com comportamento histórico, ou pontos irregulares, os pontos para os quais as médias temporais não convergem. O teorema de Birkhoff afirma que esses pontos têm medida nula com respeito a qualquer medida de probabilidade invariante. Contudo, topologicamente, podem formar um conjunto grande, isto é, Baire genérico. Neste trabalho, são apresentados critérios suficientes para tal genericidade, como feito em [1]. Também é explorada a relação dessa genericidade com outras propriedades topológicas do sistema, como transitividade, expansividade e sombreamento.

Quando um ponto exibe comportamento histórico com respeito a um observável limitado, nenhuma de suas médias de ordem superior convergir. Sendo assim, em busca de se obter algum comportamento assintótico dos pontos irregulares, faz-se uma introdução ao formalismo ergódico, como em [3], de modo a estabelecer critérios para que o limite superior das somas de Birkhoff seja, por exemplo, constante em um residual.

Referências

- [1] Carvalho, M., Coelho, V., Salgado, L. & Varandas, P. Sensitivity and historic behavior for continuous maps on Baire metric spaces. *Ergodic Theory And Dynamical Systems*. **44**, 1-30 (2024)
- [2] Carvalho, M., Coelho, V. & Salgado, L. On the completely irregular set of maps with the shadowing property. *Topology And Its Applications*. **355** pp. 109025 (2024)
- [3] Pinheiro, V. Ergodic formalism for topological attractors and historic behavior. *ArXiv Preprint ArXiv:2107.12498*. (2021)

²⁹e-mail: margottogabriel@gmail.com

³⁰e-mail: lsalgado@im.ufrj.br

Superfícies Impulsivas

Jaqueline da Costa Ferreira³¹
Departamento de Matemática
Universidade Federal do Espírito Santo
Vitória, Brazil

Resumo

Uma questão em Sistemas Dinâmicos Impulsivos é garantir que o conjunto impulsivo exiba um "bom comportamento" em relação ao fluxo. Tradicionalmente, isso exige que o conjunto impulsivo satisfaça a chamada "condições de tubo", como visto em [4]. Mais recentemente, uma condição mais analítica introduzida por Bonotto et al. [2] tem sido utilizada. Essas condições são cruciais para estabelecer propriedades topológicas essenciais, como a continuidade da aplicação do tempo de impacto, o que, por sua vez, garante a estabilidade e a existência de atratores.

Nessa linha de estudo, temos o trabalho pioneiro de Bonotto et al. [1]. O presente trabalho, a ser apresentado no poster, tenta generalizar esses resultados empregando a condição analítica mencionada acima, para superfícies com singularidades. Os resultados ainda estão em desenvolvimento. Vamos apresentar exemplos e contra exemplos planares que nos induzem as hipóteses que podem ser requeridas para obter a generalização, motivados também pelo tratamento de campos em variedades singulares, teoria clássica encontrada em [3].

Referências

- [1] BONOTTO, E. M.; BORTOLAN, M. C.; CARABALLO, T.; COLLEGARI, R.. *Impulsive surfaces on dynamical systems*. ACTA MATHEMATICA HUNGARICA, v. 150, n. 1, p. 209-216, OCT 2016.
- [2] BONOTTO, E. M.; BORTOLAN, M. C.; CARVALHO, A. N.; CZAJA, R. *Global attractors for impulsive dynamical systems a precompact approach*. J. Differential Equations, 259(7):2602-2625, 2015.
- [3] BRASSELET, SEADE SUWA, *Vector Fields on Singular varieties*. Springer-Verlag, ano 2009.
- [4] CIESIELSKI, KRZYSZTOF . *On Semicontinuity in Impulsive Dynamical Systems*. Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Mathematics 52.1 (2004): 71-80.

³¹e-mail: jaqueline.c.ferreira@ufes.br

A Testbed for Data Reconciliation – From Source to Target

Leonardo Veiga Acioly Filho³²

Instituto de Computação
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brasil

Álvaro de Carvalho Alves³³

COPPE
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brasil

Leon Martins Uchoa Barboza³⁴

COPPE
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brasil

Heudson Tosta Mirandola³⁵

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brasil

Ralph dos Santos Silva³⁶

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brasil

Resumo

Modern enterprises increasingly replicate operational data from enterprise resource planning (ERP) systems into centralized analytical platforms to support reporting, auditing, and decision-making. However, asynchronous replication, communication delays, and transmission failures may introduce inconsistencies between source and target systems, making data reconciliation a challenging problem. From a mathematical perspective, such environments can be viewed as stochastic systems in which data generation, propagation, and failure mechanisms interact to produce uncertainty in the final state of replicated datasets. This work presents a reproducible simulation framework for the quantitative study of data reconciliation in enterprise replication pipelines. The proposed environment emulates a general-purpose replication architecture inspired by SAP operational systems and focuses on financial data due to its central role in accounting consistency and regulatory compliance. Synthetic accounting documents satisfying debit–credit balancing constraints are generated and inserted into simplified SAP-style financial tables, enabling controlled experimentation under realistic operational conditions. The framework supports Monte Carlo

³²e-mail: leonardovaf@ic.ufrj.br

³³e-mail: alvaro@cos.ufrj.br

³⁴e-mail: lmub@cos.ufrj.br

³⁵e-mail: mirandola@im.ufrj.br

³⁶e-mail: ralph@im.ufrj.br

experiments in which data records are generated according to configurable stochastic arrival processes and transmitted through a change-data-capture (CDC) pipeline. Different classes of perturbations can be introduced, including random transmission delays, out-of-order arrivals, and record-loss events in which a document exists in the source system but fails to appear in the target system, requiring reconciliation procedures for detection and recovery. By varying the parameters governing generation rates, delay distributions, and fault probabilities, the simulator enables systematic investigation of consistency metrics and reconciliation performance. The environment is distributed as a Docker-based platform, allowing fully reproducible computational experiments without requiring access to production systems or sensitive corporate data. Beyond replication itself, the platform incorporates fault-injection mechanisms and a metrics subsystem designed to estimate, through repeated simulation, quantities such as reconciliation accuracy, detection rates, recovery times, and the impact of delayed or missing information. The proposed testbed therefore provides a computational laboratory for studying stochastic data consistency problems and evaluating reconciliation strategies through Monte Carlo methods, connecting practical data engineering challenges with topics in probability, statistics, and applied computation.

Referências

- [1] A. Andreakis and I. Papapanagiotou, *DBLog: A Watermark Based Change-Data-Capture Framework*, arXiv preprint arXiv:2010.12597, 2020. DOI: 10.48550/arXiv.2010.12597.
- [2] G. Hohpe and B. Woolf, *Enterprise Integration Patterns: Designing, Building, and Deploying Messaging Solutions*, Addison-Wesley Professional, 2003. ISBN: 978-0321200686.
- [3] L. Yang, Y. Gilad and M. Alizadeh, *Practical Rateless Set Reconciliation*, in: *Proceedings of the ACM SIGCOMM 2024 Conference*, ACM, 2024, 595–612. DOI: 10.1145/3651890.3672219.
- [4] S. Chaudhuri and U. Dayal, *An Overview of Data Warehousing and OLAP Technology*, ACM SIGMOD Record, vol. **26**, no. 1, 1997, 65–74. DOI: 10.1145/248603.248616.

Pathwise convergence of the Euler method for random ordinary differential equations driven by semimartingales

L. L. Freitas³⁷

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

R. M. S. Rosa³⁸

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Resumo

We consider the pathwise convergence of the Euler method for random ordinary differential equations of the form

$$\frac{d}{dt}X_t = f(t, X_t, Y_t) \quad (t \in [0, T]), \quad X_0 = X^0,$$

where the driving noise process Y is a given stochastic process and the initial condition X^0 is a given random variable. It has been shown, via a deterministic approach, that the Euler method converges pathwise with order θ with respect to the time step when the noise process Y has θ -Hölder continuous paths. Here, we adopt a probabilistic viewpoint, proving that the Euler method converges pathwise with order $1 - \epsilon$ when Y is a semimartingale. This result substantially improves the previously known $1/2 - \epsilon$ order in the special case where Y is a Brownian motion. The pathwise order of convergence of the Euler method further increases to 1 when Y is a finite variation process.

Referências

- [1] K. Dzhaparidze, J. H. van Zanten, On Bernstein-type inequalities for martingales, *Stochastic Processes and their Applications*, **93** (1) (2001), 109–117.
- [2] L. Grüne, P. E. Kloeden, Pathwise approximation of random ordinary differential equations, *BIT Numerical Mathematics*, **4** (41) (2001), 711–721.
- [3] P. E. Kloeden, R. M. S. Rosa, Strong order-one convergence of the Euler method for random ordinary differential equations driven by semi-martingale noises, *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, **6** (59) (2025), 3041–067.
- [4] P. E. Protter, *Stochastic Integration and Differential Equations*, 2nd ed., Stochastic Modelling and Applied Probability, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2004.

³⁷e-mail: luanlimafreitas@matematica.ufrj.br

³⁸e-mail: rrosa@im.ufrj.br

On Shadowing and Expansivity Properties for Lipschitz Homeomorphisms and Their Induced Operators on Lipschitz-Free Spaces

Alírio Gómez Gómez³⁹

Departamento de Matemáticas - FFP
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
São Gonçalo, Brazil

Resumo

The linearization property of Lipschitz-free spaces ensures that every Lipschitz map $f : M \rightarrow N$ between pointed metric spaces induces a unique bounded linear operator $\widehat{f} : \mathcal{F}(M) \rightarrow \mathcal{F}(N)$ between the corresponding Lipschitz-free spaces. In this poster, we investigate the relationship between the dynamical properties of a Lipschitz homeomorphism $f : M \rightarrow N$ with the Shadowing Property and those of its associated linear operator $\widehat{f}$. In particular, we present an example showing that the expansivity of f does not, in general, imply the expansivity of $\widehat{f}$.

³⁹e-mail: gomezgomezalirio@gmail.com

O Programa de Hilbert e a Numeração de Gödel

Íthallo de Oliveira Guimarães⁴⁰
Departamento de Matemática
Universidade Federal do Espírito Santo
Vitoria, Brazil

Resumo

Este trabalho apresenta uma síntese dos Teoremas da Incompletude de Kurt Gödel (1931). No início do século XX, o Programa de Hilbert buscava fundamentar a matemática em um sistema axiomático formal, completo e consistente. No entanto, Gödel frustrou esses planos. A chave para as demonstrações dos Teoremas da Incompletude está em associar, de forma unívoca, um número natural a cada símbolo. O objetivo deste pôster é apresentar o contexto histórico e introduzir o conceito da Numeração de Gödel através de exemplos.

Referências

- [1] NAGEL, Ernest; NEWMAN, James R. A Prova de Gödel. Tradução de Gita K. Guinsburg. São Paulo: Perspectiva, 2012. 104 p. (Coleção Debates, v. 75).

⁴⁰e-mail: ithallo.guimaraes@edu.ufes.br

Equações de Laplace e Poisson: Existência, Unicidade, Regularidade e Funções de Green

Gabriel Volpato Lima⁴¹

Departamento de Matemática
Universidade Federal do Espírito Santo
Vitória, Brazil

José Miguel Mendoza Aranda⁴²

Departamento de Matemática
Universidade Federal do Espírito Santo
Vitória, Brazil

Resumo

As equações de Laplace e Poisson constituem modelos fundamentais na teoria das Equações Diferenciais Parciais elípticas, descrevendo, respectivamente, estados de equilíbrio e fenômenos com fontes internas. Este trabalho apresenta aspectos essenciais dessa teoria, com ênfase em resultados de existência, unicidade, regularidade e representação das soluções. A existência e a unicidade são analisadas no contexto de problemas de valor de contorno, destacando o princípio do máximo e as propriedades das funções harmônicas. Também são discutidos resultados de regularidade, evidenciando que a suavidade dos dados se reflete na regularidade da solução, característica dos operadores elípticos. Além disso, introduzem-se as funções de Green, obtidas da solução fundamental do operador Laplaciano e adaptadas às condições de contorno, que fornecem fórmulas integrais para representar as soluções da equação de Poisson e relacionar as fontes internas aos valores prescritos na fronteira. Assim, as equações de Laplace e Poisson oferecem um sólido arcabouço teórico para o estudo das Equações Diferenciais Parciais elípticas, reunindo resultados de existência, unicidade e regularidade com métodos de representação integral fundamentais para a teoria e suas aplicações.

Referências

- [1] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, Graduate Studies in Mathematics, Vol. 19, American Mathematical Society, Providence, RI, 2nd edition, 2010.

⁴¹e-mail: gabriel.v.lima@edu.ufes.br

⁴²e-mail: jose.m.aranda@ufes.br

Estudo dos Fundamentos Matemáticos das Redes Neurais Artificiais

Francisco Lorensute⁴³

Universidade Federal do Espírito Santo
Vitória, Brazil

Alcebíades Dal Col⁴⁴

Departamento de Matemática
Universidade Federal do Espírito Santos
Vitória, Brazil

Resumo

Neste trabalho, apresentamos um estudo dos conceitos básicos sobre redes neurais artificiais, por meio da investigação dos conceitos matemáticos relacionados. O funcionamento das redes *Perceptron* e *Perceptron Multicamadas* é explorado, além da sua aplicação na resolução de problemas simples. O *Perceptron* é uma das primeiras tentativas de representar matematicamente um neurônio biológico, introduzindo um algoritmo de treinamento capaz de ajustar os pesos sinápticos a partir de dados, possibilitando o aprendizado supervisionado. Esta rede é essencial para o entendimento de arquiteturas mais avançadas de redes neurais. Contudo, este método é limitado quando lidamos com dados que não são linearmente separáveis. O *Perceptron Multicamadas* surge como uma alternativa para esse tipo de dados, com uma combinação de *Perceptrons* encadeados. Assim, obtém-se um modelo mais preciso e eficaz para situações de maior complexidade. A aplicabilidade dos métodos é ilustrada a partir de um conjunto de dados chamado *Moons* - uma distribuição de pontos que segue o formato de dois semi-círculos intercalados. Como trabalho futuro, pretendemos estudar as *Redes Neurais de Grafos*.

Referências

- [1] I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, Deep Learning, *MIT Press* (2016).
- [2] H. Simon, Redes neurais: princípios e prática, *Bookman Editora* (2001).
- [3] F. Pedregosa, G. Varoquaux, A. Gramfort, V. Michel, B. Thirion, O. Grisel, M. Blondel, P. Prettenhofer, R. Weiss, V. Dubourg, J. Vanderplas, A. Passos, D. Cournapeau, M. Brucher, M. Perrot, E. Duchesnay, Scikit-learn: Machine Learning in Python, *Journal of Machine Learning Research* (2011).

⁴³e-mail: francisco.l.santos@edu.ufes.br

⁴⁴e-mail: alcebiades.col@ufes.br

Coloração de Grafos

Nibelly Nascimento Matar⁴⁵

Ricardo Soares Leite⁴⁶

Departamento de Matemática
Universidade Federal do Espírito Santo
Vitoria, Brazil

Resumo

Este trabalho aborda o desenvolvimento e a análise de algoritmos para o problema de coloração de grafos. Embora o resultado mais conhecido nessa área seja o Teorema das Quatro Cores, que estabelece que todo grafo planar pode ser colorido com no máximo quatro cores, o presente estudo se volta a problemas de coloração em classes mais gerais de grafos. Investigamos a dificuldade computacional associada à obtenção de algoritmos que resolvam tais problemas em tempo viável. A análise concentra-se principalmente em estratégias do tipo algoritmo guloso (greedy).

Referências

- [1] R. M. R. Lewis, Guide to Graph Coloring, Algorithms and Applications, 2nd ed., Springer, 2021.
- [2] JURKIEWICZ, S., Grafos - Uma introdução, OBMEP, 2008.

⁴⁵e-mail: nibelly.matar@edu.ufes.br

⁴⁶email: ricardo.leite@ufes.br

Weak-Strong Li-Yorke Chaos for perturbations of Shear flows in Euler Equations

Carlos Juarez Martins Medeiros⁴⁷
Departamento de Matemática Aplicada
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Resumo

The two-dimensional incompressible Euler equation on the cylinder $D = \mathbb{T} \times \mathbb{R}$ in the vorticity formulation is given by

$$\begin{cases} \partial_t w + \mathbf{v} \cdot \nabla w = 0, \\ \mathbf{v} = \nabla^\perp \Delta^{-1} w, \\ w(x, 0) = w_0, \end{cases} \quad x \in D = \mathbb{T} \times \mathbb{R}, \quad (1)$$

where $v = (v_1, v_2)$ is the velocity field, $w = \partial_x v_2 - \partial_y v_1$ is the vorticity, Δ^{-1} is the inverse of the Laplacian in our domain and $\nabla^\perp = (-\partial_y, \partial_x)$.

A stationary solution of (1) of the form $(U(y), 0)$ is called a Shear Flow, linearizations around a shear flow that $U''(y) \neq 0$ becomes the Rayleigh PDE

$$\begin{cases} \partial_t \omega + U(y) \partial_x \omega - U''(y) \partial_x \Delta^{-1} \omega = 0, \\ \mathbf{u} = \nabla^\perp \Delta^{-1} \omega, \\ \omega|_{t=0} = \omega_0. \end{cases} \quad (2)$$

An important question is whether these flows are stable in the following sense: if we consider a perturbation $\mathbf{v} = (U(y), 0) + \mathbf{u}$ does it stay near the Shear Flow in some H^s norm?

This topic started in the late 1800s by analyzing linear perturbations of Couette Flow ($U(y) = y$). In that case the velocity norm goes to zero while the vorticity goes to infinity, a phenomenon now known as inviscid damping. Thus, it is stable under linear perturbations.

However, in physical and numerical experiments, this stability is not observed. This phenomenon is known as Sommerfeld's Paradox, and many solutions have already been proposed in the literature.

Here we are interested in this problem by the context of the linear dynamics, exactly, we use an operator $\mathcal{L}$, constructed in [1], that generates a C_0 -semigroup $S(t)$ that is a solution of PDE (2). And prove the existence of Weak-Strong Li-Yorke Chaos.

For this we start defining

$$Ah = c(y) \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (3)$$

$$Bh = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbb{T} \times I_\epsilon} \varpi'(\bar{y}) K((x - \bar{x}), (y - \bar{y})) \partial_x h(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{x} d\bar{y}, \quad (4)$$

⁴⁷e-mail: carlosjuarezmartins@gmail.com EMAIL

with $c(y) = \lambda + y - \Omega(y) \in C^\infty(\mathbb{R})$, such that, $\mathcal{L} = A + B$. Consequently (3) is a transport operator, so it generates a semigroup $S_A(t)$ and (4) is a compact operator. Thus, exists a C_0 semigroup $S(t)$ solution of

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} = \mathcal{L}h, \\ h(x, y, 0) = h_0(x, y), \end{cases} \quad h \in D(\mathcal{L}), \quad (5)$$

To obtain some asymptotic estimates we write A and B in Fourier and then we use harmonic analysis and interpolation in Sobolev Spaces to obtain the theorem

Theorem 1 [*Weak-strong Li-Yorke Chaos for $S(t)$*] For all $s > 1$ exists $h \in H^s(\mathbb{T} \times I_\epsilon)$ such that $\hat{h}_0 = 0$ then for all $\phi \in (H^s)^*$ the semigroup $S(t)$ solution of (5) satisfies.

1.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \langle S(t)h, \phi \rangle_{H^s} = 0, \quad (6)$$

we call this condition weak decay.

2.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|S(t)h\|_{H^s} = \infty \quad (7)$$

we call this condition strong separation.

To prove this result we take h which $\text{supp}(h) \subset \mathbb{T} \times I_\epsilon$, that way $S(t)h = S_A(t)h$ for all T . Then by the Riemman-Lebesgue Theorem and the dominated convergence theorem we have that for all $\phi \in (H^s)^*$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \langle S_A(t)h, \phi \rangle \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\sum_{k \neq 0} (1 + k^2)^s \int_{\mathbb{R}} \hat{h}_k(y) e^{ikc(y)t} \overline{\hat{\phi}(k, y)} dy \right) = 0, \quad (8)$$

and by computing the spacial derivative of $S_A(t)$ we have the estimative

$$\|\partial_y S_A(t)h\|_{L^2} \geq |t|(1 - \epsilon) \|\partial_x h\|_{L^2} - \|\partial_y h\|_{L^2} \quad (9)$$

which gives (7).

This result is the first example of weak strong Li-Yorke Chaos associated which a C_0 semigroup, and it confirms that while macroscopic observables of the linearized vorticity cascade weakly to zero, the strong norm inflates indefinitely due to continuous shear-straining, illustrating genuine chaotic mixing at the linear level.

Referências

- [1] A. Castro, D. Lear, T. Traveling waves near Couette flow for the 2D Euler equation, *Communications in Mathematical Physics*, vol. **400**, Springer , 2023, 2005-2079.

Superfícies de Tipo Ribaucour

Milton Javier Cardenas Mendez⁴⁸
Instituto de Ciências Exatas e Naturais
Universidade Federal de Rondonópolis
Rondonópolis, Brasil

Resumo

Neste trabalho definimos as superfícies do tipo Ribaucour [1] (abreviadamente, superfícies-TR). Essas superfícies com aplicação normal de Gauss N tal que para cada $p \in \Sigma$ a esfera de centro $p + (\frac{H(p)}{K(p)} + \frac{\Psi(p)}{2})N(p)$ e raio $\frac{H(p)}{K(p)} + \frac{\Psi(p)}{2}$ passam pela origem, em este caso Σ é chamada de superfície-TR e satisfaz a seguinte relação de Weingarten generalizada com função suporte Ψ e a função distância quadrática Λ

$$\frac{H}{K} = -\frac{\Lambda}{2\Psi} - \frac{\Psi}{2}$$

com curvaturas média H e Gaussiana K .

As superfícies-TR satisfazem uma relação semelhante as superfícies de Ribaucour que estão relacionadas ao problema de Élie Cartan [2]. Esta classe fornece o que parece ser o primeiro exemplo de pares de superfícies não congruentes no espaço euclidiano tal que, sob um difeomorfismo, as linhas de curvatura são preservadas e as curvaturas principais são trocadas. Mostramos que toda superfícies-TR compacta e conexa é a esfera com centro na origem. Obtemos uma representação do tipo Weierstrass para superfícies-TR com aplicação normal de Gauss prescrito que depende de duas funções holomorfas. Apresentamos exemplos explícitos de superfícies-TR. Além disso, usamos essa representação para classificar as superfícies-TR de rotação.

Referências

- [1] Corro, A.V. and Mendez, M.J.C., *Ribaucour-type Surfaces* ArXiv:2012.02132 [math.DG].
- [2] Martinez, A. and Roitman. P. *A class of surfaces related to a problem posed by Élie Cartan*. Ann.Mat. Pura Appl., 195:513 - 527, 2016.

⁴⁸e-mail: milton.cardenas@ufr.edu.br

Estabilidade Estatística para Famílias de Conjuntos Atratores de Fluxos

Gabriel Mesquita⁴⁹

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brasil

Luciana Salgado⁵⁰

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brasil

Resumo

Parte do desenvolvimento recente na teoria de sistemas dinâmicos se deu através do olhar estatístico sobre a dinâmica, o qual busca compreender o comportamento em média das trajetórias de um sistema. Nesse sentido, um conceito central é o de medida física, uma probabilidade invariante cuja bacia de atração, o conjunto de pontos cujas médias temporais de qualquer observável coincide com a média espacial do observável, tem volume de Lebesgue positivo. Esse tipo de medida provê informação assintótica em um conjunto de trajetórias que seria observável em modelos do mundo real. Um problema é que na prática, quando se trabalha com tais modelos, pequenos erros são introduzidos. Mas se um sistema é estatisticamente estável, esses pequenos erros não introduzirão grandes desvios nas estatísticas do modelo. Neste trabalho, vamos exibir um critério de V. Araújo [2021] que dá condições suficientes para uma família de conjuntos atratores para fluxos ser estatisticamente estável.

Referências

- [1] V. Araújo, On the Statistical Stability of Families of Attracting Sets and the Contracting Lorenz Attractor, *Journal of Statistical Physics*, 182(3):53, Mar 2021, ISSN 1572-9613.

⁴⁹e-mail: gabriel@im.ufrj.br

⁵⁰e-mail: lsalgado@im.ufrj.br

A Equivalência entre o Teorema de Hex e o Teorema do Ponto Fixo de Brouwer

Maikon Júnior da Silva Nazareth⁵¹
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Ouro Preto
Ouro Preto, Brasil

Wenderson Marques Ferreira⁵²
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Ouro Preto
Ouro Preto, Brasil

Resumo

Neste trabalho, investigamos a relação entre o Teorema do Ponto Fixo de Brouwer, um importante resultado da topologia que garante a existência de pontos fixos de funções contínuas, e o Teorema de Hex, que mostra que o jogo Hex não pode terminar empatado. O estudo evidencia a equivalência entre esses teoremas, mostrando como um resultado contínuo pode se relacionar a um problema discreto.

Introdução

No início do século XX, Luitzen Brouwer estudou funções contínuas em conjuntos compactos e convexos do espaço euclidiano, resultando no Teorema do Ponto Fixo de Brouwer que, sob certas condições, garante a existência de pelo menos um ponto fixo. Esse teorema tem aplicações em análise, topologia e teoria dos jogos.

Uma conexão interessante surge no jogo de tabuleiro Hex cuja impossibilidade de terminar uma partida empatada é garantida pelo Teorema de Hex. Apesar de discreto, o jogo Hex se relaciona conceitualmente ao Teorema do Ponto Fixo de Brouwer, mostrando como resultados contínuos podem se refletir em estruturas discretas. Este trabalho apresenta essa relação e evidencia a equivalência entre os dois teoremas. As demonstrações de todos os resultados aqui apresentados podem ser encontradas em [1].

Resultados Principais

Definição 1 *Seja X um conjunto não vazio e $f : X \rightarrow X$. Dizemos que um ponto $p \in X$ é fixo por f quando $f(p) = p$.*

Teorema 4 (Teorema do Ponto Fixo de Brouwer) *Seja $K \subseteq \mathbb{R}^n$ compacto e convexo e uma função $f : K \rightarrow K$ contínua. Então f possui ponto fixo.*

Em particular, sendo $I = [0, 1]$, toda função contínua $f : I^2 \rightarrow I^2$ possui ponto fixo.

Criado por Piet Hein (1942) e reinventado por John Nash (1948), o Hex é um jogo de estratégia em um tabuleiro de hexágonos $k \times k$, no qual cada jogador deve conectar seu próprio par de bordas opostas, por meio de um caminho de hexágonos de sua cor.

⁵¹e-mail: maikon.nazareth@aluno.ufop.edu.br

⁵²e-mail: wmf@ufop.edu.br

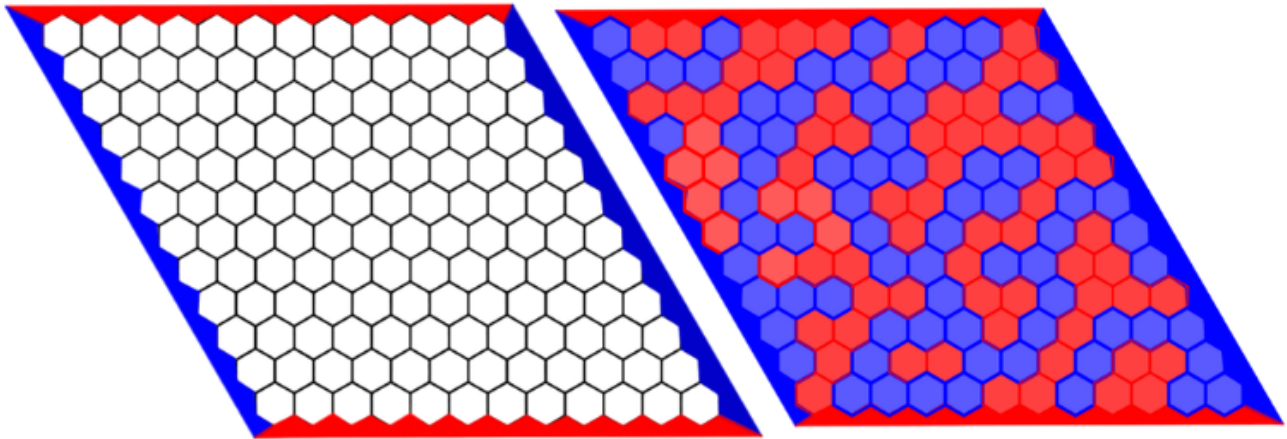


Figura 2: Autoria própria.

Teorema 5 (Teorema de Hex, Gale 1979) *Se todos os hexágonos do tabuleiro $k \times k$ do jogo Hex estão coloridos por alguma cor, seja vermelho ou azul, então existirá um caminho de hexágonos adjacentes, todos de mesma cor, que une os lados opostos do tabuleiro com a mesma cor do caminho.*

A partir do Teorema de Hex, podemos deduzir o Teorema do Ponto Fixo de Brouwer para uma função $f : I^2 \rightarrow I^2$. Supondo, por contradição, que f não possui pontos fixos, segue-se da continuidade de f e da compacidade de I^2 , que existe $\varepsilon > 0$ tal que

$$\|f(x) - x\|_\infty \geq \varepsilon, \quad \forall x \in I^2.$$

Construímos um homeomorfismo entre I^2 e um losango unitário e, a partir disso, fazemos um tabuleiro de Hex suficientemente grande, colorindo as casas conforme uma certa regra. Essa hipótese implicaria que não existe caminho conectando bordas da mesma cor, contradizendo o Teorema de Hex. Portanto, f possui um ponto fixo, o que conclui a prova.

De forma inversa, assumindo o Teorema do Ponto Fixo de Brouwer, podemos provar o Teorema de Hex. Para isso, usamos um homeomorfismo entre o losango formado pelo tabuleiro e o quadrado unitário I^2 e supomos que não exista caminho conectando as bordas do tabuleiro de mesma cor. Essa hipótese permite definir uma função contínua $G : I^2 \rightarrow I^2$ que, pelo Teorema do Ponto Fixo de Brouwer, possui um ponto fixo. A existência desse ponto fixo leva a uma contradição, garantindo que sempre exista um caminho conectando as bordas de mesma cor, o que prova o Teorema de Hex.

Conclusões

O estudo do jogo Hex e do Teorema de Hex evidencia que um resultado aparentemente simples, de natureza discreta, mantém uma profunda conexão com o Teorema do Ponto Fixo de Brouwer, relacionado a funções contínuas. A priori, esses dois problemas, um de natureza combinatória e outro de caráter topológico, parecem não ter relação, mas a equivalência entre eles reforça a unidade das teorias da Matemática, mostrando que ideias sofisticadas podem surgir em contextos inesperados e aparentemente distantes.

Referências

- [1] M. J. S. Nazareth, *Da topologia ao tabuleiro: o Teorema do Ponto Fixo de Brouwer e sua conexão com o jogo Hex*, 2026, 66 f., Monografia (Graduação em Matemática) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2026.
- [2] D. Gale, The Game of Hex and the Brouwer Fixed-Point Theorem, *The American Mathematical Monthly*, **86** (10) (1979), 818–827. Disponível em: <https://doi.org/10.2307/2320146>. Acesso em: 15 Mai. 2026.
- [3] S. A. Salvanés, *El Teorema del Punto Fijo de Brouwer y algunas aplicaciones a la Teoría de Juegos*, Trabajo de fin de grado, Universidad de Zaragoza, Zaragoza, 2021.
- [4] E. L. Lima, *Espaços Métricos*, 6ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2020.

Risco de queimadas no Pantanal: uma abordagem via modelos de redes Bayesianas com efeitos espaço-temporais

Adriano Gomes Oliveira⁵³

Departamento de Métodos Estatísticos - DME
UFRJ
Rio de Janeiro, Brasil

Thais Cristina Oliveira da Fonseca⁵⁴

Departamento de Métodos Estatísticos - DME
UFRJ
Rio de Janeiro, Brasil

Resumo

A avaliação do risco de eventos extremos tal como queimadas é um desafio para pesquisadores e tomadores de decisão. Este projeto traz o uso da inteligência artificial Bayesiana para a esfera da análise de fenômenos meteorológicos através do uso de modelos gráficos conhecidos como Redes Bayesianas.

O trabalho consiste em modelar dados de focos de queimadas na região do bioma do Pantanal utilizando um modelo que considera tanto a topologia dos focos de queimadas no tempo e no espaço quanto a influência de outras variáveis como clima e ação humana.

A topologia da rede Bayesiana foi aprendida a partir dos dados, com base em informação a priori relacionada com redes para queimadas no Canadá e Chipre. A partir da estrutura estimada, propõe-se um modelo de rede Bayesiana com estrutura multiescala no espaço e um componente dinâmico, de modo a acomodar explicitamente a dependência temporal dos dados.

Os resultados parciais indicam a importância de considerar tanto as características dinâmicas e espaciais das queimadas quanto as relações com variáveis climáticas e de ação humana em um só modelo. Isso ocorre uma vez que essa abordagem conjunta melhorou significativamente a qualidade do ajuste do modelo aos dados quando comparado aos modelos que não levaram em consideração a dependência temporal e espacial dos focos de queimada. Sendo assim, o resultado que deseja ser atingido é a construção de um modelo que forneça uma estimativa de risco de queimadas que, simultaneamente, possua resultados interpretáveis e que acomode os diversos efeitos espaciais, temporais, e de outras variáveis no sistema global de avaliação de riscos.

Referências

- [1] K. Zwirgmaier, P. Papakosta, D. Straub, Learning a Bayesian network model for predicting wildfire behavior, in: *ICOSSAR 2013*, 2013.
- [2] T. C. O. Fonseca, M. A. R. Ferreira, Dynamic Multiscale Spatiotemporal Models for Poisson Data, *Journal of the American Statistical Association*, **112** (517) (2017), 215-234.

⁵³e-mail: adrianogomesoliveira06@gmail.com

⁵⁴e-mail: thais@im.ufrj.br

Localização sob lei de potência para operadores de longo alcance na rede com potenciais do tipo Stark

Mariane Pigossi⁵⁵

Departamento de Matemática
Universidade Federal do Espírito Santo
Vitória, Brazil

Resumo

Este trabalho investiga as propriedades espectrais e dinâmicas de partículas modeladas por uma classe de operadores de Schrödinger discretos unidimensionais atuando em $\ell^2(\mathbb{Z})$ na presença de campos elétricos determinísticos. Revisamos os fenômenos de localização e a ausência de transporte quântico ao longo de dois regimes geométricos distintos. Primeiramente, examinamos o operador não perturbado do tipo Stark $(H_0 u)(n) = u(n-1) + u(n+1) + nu(n)$, definido em um domínio denso caracterizado pelo controle dos momentos de posição de segunda ordem. O cálculo explícito de seus autovalores e autofunções via séries de Fourier revela um espectro puramente pontual equidistante igual a $\mathbb{Z}$, o qual estabelece a Localização Uniforme de Funções Próprias (ULE) e uma localização dinâmica forte; isto significa que os q -momentos ($q > 0$) do pacote de ondas $\psi(t) = e^{-itH_0}\psi$ inicializado em um único sítio δ_k permanecem uniformemente limitados no tempo. Ao empregar um esquema de diagonalização matricial iterativa baseado na teoria Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM), discutimos a persistência estrutural desta localização dinâmica exponencial sob perturbações limitadas suficientemente pequenas $b \in \ell^\infty(\mathbb{Z}, \mathbb{R})$, devido à ausência de pequenos divisores [6, 5, 4, 3]. Em segundo lugar, estendemos esse cenário para operadores de rede $T_\eta + b$ que incorporam saltos polinomiais de longo alcance $a \in \ell_r^1(\mathbb{Z})$ acoplados a um potencial elétrico sublinear da forma $\text{sgn}(n)|n|^\eta$ com $0 < \eta < 1$. Neste regime sublinear, os autovalores se acumulam no infinito gerando quase-ressonâncias que destroem o decaimento exponencial uniforme das autofunções. Ao usarmos estimativas assintóticas espectrais precisas em vez de iterações KAM [1], demonstramos que esses operadores com saltos de longo alcance exibem uma Localização Semi-Uniforme de Funções Próprias (SULE) sob lei de potência. Crucialmente, mostramos que este controle polinomial das autofunções é suficiente para garantir a localização dinâmica sob lei de potência, estabelecendo limites superiores uniformes nos q -momentos do operador de posição para qualquer ordem $0 < q < (r+1)(6\eta-4)-3$ [2].

Palavras-chave: Operadores de Schrödinger discretos, Efeito Stark, Localização dinâmica, SULE, Saltos de longo alcance.

Referências

- [1] Aloisio, M.: Dynamical localization and eigenvalue asymptotics: long-range hopping lattice operators with electric field. *Ann. Henri Poincaré* (2026). <https://doi.org/10.1007/s00023-026-01698-9>

⁵⁵e-mail: mariane.pigossi@ufes.br

- [2] M. Aloisio, C. R. de Oliveira, R. Matos, D. Oliveira, and M. Pigossi. Eigenfunction correlators under power-law SULE and localization for lattice operators. *arXiv preprint arXiv:2606.00650*
- [3] de Oliveira, C. R., and Pigossi, M.: *Exact solvable family of discrete Schrödinger operators with long-range hoppings. Math. Scand. 130 (2024), 527–537.*
- [4] de Oliveira, C. R., and Pigossi, M.: *Persistence of point spectrum for perturbations of one-dimensional operators with discrete spectra. Spectral Theory and Mathematical Physics. Latin American Mathematics Series (Springer-Verlag) (2020), 121–151.*
- [5] de Oliveira, C. R., and Pigossi, M.: *Proof of dynamical localization for perturbations of discrete 1D Schrödinger operators with uniform electric fields. Math. Z. 291 (2019), 1525–1541.*
- [6] de Oliveira, C. R., and Pigossi, M.: *Point spectrum and SULE for time-periodic perturbations of discrete 1D Schrödinger operators with electric fields. J. Stat. Phys. 173 (2018), 140–162.*

Aggregate Tests for Asymptotically Optimal Reconciliation of Large Tables

Eduardo Ramos⁵⁶

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Leon Martins Uchoa Barboza⁵⁷

COPPE
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Leonardo Veiga Acioly Filho⁵⁸

Instituto de Computação
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Álvaro de Carvalho Alves⁵⁹

COPPE
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Heudson Tosta Mirandola⁶⁰

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Ralph dos Santos Silva⁶¹

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil

Resumo

Large replicated tables often need to be repaired from an authoritative source without transferring rows that are already correct. This work extends CRTdiff from a statistically calibrated aggregate-test filter into a directional reconciliation protocol for target repair: source-only rows must be transmitted, while target-only rows can be removed once they are identified locally. The protocol keeps CRTdiff's randomized modular buckets and aggregate fingerprints, but organizes the comparison in four communication rounds so that a cheap first stage eliminates most discrepancies and a richer final stage resolves the small residual. The main contribution is theoretical: under calibrated large-table regimes, the protocol reaches asymptotically optimal

⁵⁶e-mail: eduardo@im.ufrj.br

⁵⁷e-mail: lmub@cos.ufrj.br

⁵⁸e-mail: leonardovaf@ic.ufrj.br

⁵⁹e-mail: alvaro@cos.ufrj.br

⁶⁰e-mail: mirandola@im.ufrj.br

⁶¹e-mail: ralph@im.ufrj.br

payload within a broad class of practical reconciliation models that operate through atomic row evidence, including many sketching, peeling, and bucket-based approaches. We also prove a complementary limitation for IBLT-style singleton peeling: although IBLTs are a central tool for set reconciliation, they do not attain the same asymptotic payload optimum in this directional setting, because they continue to pay separately for target-only discrepancies. At the same time, the aggregate-test design is operationally simple: encoding and decoding use hashing, bucketization, grouping, and aggregate comparisons that map naturally to SQL-style data systems, avoiding the more specialized peeling data structures required by IBLT implementations.

Referências

- [1] Y. Minsky, A. Trachtenberg and R. Zippel, Set reconciliation with nearly optimal communication complexity, *IEEE Transactions on Information Theory*, **49** (9) (2003), 2213–2218.
- [2] M. T. Goodrich and M. Mitzenmacher, Invertible Bloom Lookup Tables, arXiv preprint arXiv:1101.2245, 2011.
- [3] D. Eppstein, M. T. Goodrich, F. C. Uyeda and G. Varghese, What’s the difference? Efficient set reconciliation without prior context, in: *Proceedings of ACM SIGCOMM*, 2011, 218–229.
- [4] D. Slepian and J. K. Wolf, Noiseless coding of correlated information sources, *IEEE Transactions on Information Theory*, **19** (4) (1973), 471–480.
- [5] L. Yang, Y. Gilad and M. Alizadeh, Practical rateless set reconciliation, arXiv preprint arXiv:2402.02668, 2024.

Geometria Inversiva e o Porisma de Steiner

Arthur Dos Santos Reis⁶²
Departamento de Matemática
Universidade Federal do Espírito Santo
Vitória, Brazil

Resumo

O pôster investiga uma área da geometria sintética, a geometria inversiva, exibindo um de seus resultados, conhecido como Porisma de Steiner (figura logo da Olimpíada Brasileira de Matemática OBM). Dados dois círculos C_1 e C_2 , com C_1 dentro de C_2 , o resultado trata da existência de uma cadeia de círculos entre C_1 e C_2 , sendo que cada círculo da cadeia é tangente a C_1 e C_2 e a dois outros círculos da cadeia.

As seguintes informações são exploradas:

1. A definição da inversão geométrica em relação a um círculo, seguida dos enunciados dos principais resultados dessa transformação do plano. São eles:
Definição: O inverso P' , na semirreta $\overrightarrow{OP}$, de um ponto P é tal que $\overline{OP} \times \overline{OP'} = r^2$ sendo O o centro da inversão e r o raio da inversão.
Transformações de retas: retas que passam pelo centro de inversão são invertidas nelas mesmas e retas que não passam pelo centro de inversão são invertidas em circunferências que passam pelo centro de inversão.
Transformações de circunferências: circunferências que passam pelo centro de inversão são transformadas em retas que não passam pelo centro de inversão e circunferências que não passam pelo centro de inversão são transformadas em circunferências que não passam pelo centro de inversão.
2. As definições de potência de um ponto em relação a uma circunferência e de eixo radical de duas circunferências.
3. O enunciado e a demonstração intuitiva do Teorema da concentricidade:
Teorema da concentricidade: dados dois círculos, sendo que um deles está dentro do outro, existe uma inversão tal que os correspondentes círculos invertidos são concêntricos.
4. O enunciado, a figura e a demonstração intuitiva do teorema relacionado ao Porisma de Steiner:
Porisma de Steiner: dados dois círculos C_1 e C_2 , sendo que um deles está dentro do outro, então se for possível construir um porisma para C_1 e C_2 , então, qualquer que seja o círculo C tangente a C_1 e C_2 , é possível construir um porisma que inicia em C .

Referências

- [1] Coxeter HSM, Greitzer SL. *Geometry revisited*. Washington: Mathematical Association of America; 1967.

⁶²e-mail: arthur.s.reis@edu.ufes.br

Forgetfulness, Liftings and Obstructions: From the Atiyah Class to a Spencer Obstruction Tower

Cristhian Paúl Neyra Salvador⁶³
Departamento de Matemática
Universidade Federal de São Carlos
São Carlos, Brazil

Resumo

A pattern recurs throughout deformation theory: a *forgetful* operation discards higher-order structure, a *lifting* problem asks whether it can be restored, and the failure to restore it is measured by a *cohomological obstruction*. The classical instance is the Atiyah class, which obstructs the existence of a holomorphic connection — a first-order lift. This work follows the same pattern up a whole tower of higher-order liftings.

Let X be a smooth algebraic variety, or a complex manifold, and E a locally free $\mathcal{O}_X$ -module. The sheaves of principal parts form a tower $\cdots \rightarrow \mathbb{P}_X^r(E) \rightarrow \mathbb{P}_X^{r-1}(E) \rightarrow \cdots \rightarrow E$, with successive extensions

$$0 \rightarrow \mathrm{Sym}^r \Omega_X^1 \otimes E \rightarrow \mathbb{P}_X^r(E) \rightarrow \mathbb{P}_X^{r-1}(E) \rightarrow 0,$$

whose terms encode the nilpotent thickenings of the diagonal. Given a partial lift $s_{r-1}: E \rightarrow \mathbb{P}_X^{r-1}(E)$, pulling this extension back along s_{r-1} yields an obstruction class

$$\mathrm{AS}_r(E, s_{r-1}) = s_{r-1}^* e_r(E) \in \mathrm{Ext}_X^1(E, \mathrm{Sym}^r \Omega_X^1 \otimes E),$$

whose vanishing is equivalent to the existence of a compatible lift to level r . For $r = 1$ this recovers the classical Atiyah class, $\mathrm{AS}_1(E, \mathrm{id}) = \mathrm{At}(E)$; the higher classes thus form a recursive *Atiyah–Spencer obstruction tower*. We describe these classes by Čech cocycles and relate them, via the homogeneous Spencer symbol, to local differences of Spencer defects, connecting principal-parts extensions with the formal-holonomicity viewpoint of Spencer theory. In the spirit of Kapranov’s construction of Lie-algebra objects from Atiyah classes, the tower $\{\mathrm{AS}_r\}$ may be read as the first geometric layers of a derived, L_∞ -type structure attached to the formal lifting problem; making this comparison precise is part of the ongoing development of the project.

Referências

- [1] M. F. Atiyah, *Complex analytic connections in fibre bundles*, *Trans. Amer. Math. Soc.*, **85** (1957), 181–207.
- [2] D. C. Spencer, *Overdetermined systems of linear partial differential equations*, *Bull. Amer. Math. Soc.*, **75** (1969), 179–239.
- [3] M. Kapranov, *Rozansky–Witten invariants via Atiyah classes*, *Compositio Math.*, **115** (1999), 71–113.

⁶³e-mail: cristhianneyra@estudante.ufscar.br

$(*)$ -Polynomial identities of $UT_2(F)$

Amanda dos Santos⁶⁴
Departamento de Matemática
Universidade Federal de São Carlos
SÃO CARLOS, Brasil

Dr. Pedro Souza Fagundes
Departamento de Matemática
Universidade Federal de São Carlos
SÃO CARLOS, Brasil

Resumo

Polynomial identities play a central role in the theory of associative algebras, characterizing classes of algebras through polynomial relations satisfied by their elements. When an involution is introduced on an algebra, this leads to the notion of polynomial identities with involution ($*$ -identities). In this work, we introduce the fundamental concepts of polynomial identities with involution, working within the free associative algebra with involution and the corresponding T -ideals of $*$ -identities. We focus on the algebra $UT_2(F)$ of upper triangular 2×2 matrices, which admits, up to equivalence, exactly two involutions of the first kind: the reflection involution and the symplectic involution. We describe these involutions and discuss the corresponding polynomial identities with involution.

Referências

- [1] V. Drensky, *Free Algebras and PI Algebras*, Springer, 2000.
- [2] O. Di Vincenzo, P. Koshlukov and R. La Scala, *Involutions for Upper Triangular Matrix Algebras*, Adv. Appl. Math. **37** (2006), 541–568.
- [3] M. Brešar, *Introduction to Noncommutative Algebra*, Springer, 2014.

⁶⁴e-mail: amandasantos@estudante.ufscar.br

Propagação Térmica: Fourier *Versus* Cattaneo

Andrei Diniz Rodrigues dos Santos⁶⁵

Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
SEROPÉDICA, Brazil

Pedro Roberto de Lima⁶⁶

Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
SEROPÉDICA, Brazil

Resumo

O estudo da modelagem da propagação do calor apresenta grande relevância na física e na matemática. A equação do calor unidimensional clássica é uma equação diferencial parcial parabólica que descreve como a temperatura $u = u(x, t)$ varia em função da posição x e do tempo t , sendo formada pela combinação da lei de conservação de energia com a lei de Fourier. A lei de Fourier estabelece que o fluxo de calor $q = q(x, t)$ é proporcional ao gradiente da temperatura, isto é, satisfaz $q = -ku_x$ com $k > 0$. Porém, esta lei gera uma anomalia física conhecida como *paradoxo da velocidade infinita de propagação* de acordo com o qual qualquer perturbação de temperatura no corpo é sentida instantaneamente em todo o corpo, inclusive em pontos distantes de onde a perturbação ocorreu. Para eliminar esse paradoxo, o italiano Carlo Cattaneo (1911-1979) propôs substituir a lei de Fourier por uma lei da forma $\tau q_t + q = -ku_x$, hoje conhecida como *lei de Cattaneo*, que introduz um parâmetro $\tau > 0$ chamado de *tempo de relaxação térmica*. Fisicamente, o parâmetro τ pode ser interpretado como sendo o tempo necessário para que o fluxo de calor responda à variação do gradiente de temperatura e, em razão de sua presença, a equação do calor toma a forma de uma equação hiperbólica. Inserido no contexto da divulgação científica, o presente trabalho apresenta uma introdução ao estudo do modelo de Cattaneo para a condução do calor, em comparação com o modelo clássico, abordando os seguintes aspectos: dedução física do modelo, resolução analítica via separação de variáveis e demonstração da velocidade finita de propagação.

Referências

- [1] L. C. Evans, Partial differential equations, American Mathematical Society, 2010.
- [2] J. L. Gondar, R. Cipolatti, Iniciação à física matemática. Modelagem de processos e métodos de solução, IMPA, 2009.
- [3] B. Straughan, Heat waves, Springer, 2011.

⁶⁵e-mail: andrey2205rodrigues@gmail.com

⁶⁶e-mail: pedrorobertodelima@ufrrj.br

Princípio Variacional e outros resultados

Pedro Henrique Souza dos Santos⁶⁷
Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brasil

Resumo

A Teoria Ergódica surge no século XIX a partir das disputas que envolvem a Termodinâmica e a Teoria Cinética dos Gases, com nomes como Ludwig Boltzmann, James Clerk Maxwell e J. Willard Gibbs, uma transição conceitual e histórica analisada em trabalhos como os de Jos Uffink. Nos séculos XIX e XX, a Teoria Ergódica se torna uma das mais frutíferas áreas de pesquisa matemática.

Alguns conceitos são fundamentais dentro da Teoria Ergódica, como entropia, informação, complexidade, mixing, ergodicidade, entre outros, os quais se relacionam estreitamente entre si. O conceito de entropia surge originalmente com Rudolf Clausius no âmbito da Termodinâmica clássica, sendo posteriormente reconfigurado por Boltzmann sob uma perspectiva estatística e, no século XX, estendido para a Teoria da Informação por Claude Shannon. No estudo de entropia, temos o Princípio Variacional, que trata da associação entre a entropia métrica e a entropia topológica. Esta última foi introduzida na década de 1960 por Roy Adler, Alan Konheim e M. H. McAndrew como um análogo topológico da entropia. O Princípio Variacional conversa, assim, intimamente com a ideia de complexidade, explorada por nomes como Andrey Kolmogorov, Yakov Sinai, Rufus Bowen, entre outros.

Trago para o 5º Colóquio de Matemática da Região Sudeste o Princípio Variacional, sua construção e aplicações, como por exemplo a partir da pressão topológica é possível determinarmos a dimensão de Carathéodory das folhas instáveis em sistemas parcialmente hiperbólicos.

Referências

- [1] VIANA, Marcelo; OLIVEIRA, Krerley. **Fundamentos da Teoria Ergódica**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2014.
- [2] POLLICOTT, Mark; YURI, Michiko. **Dynamical Systems and Ergodic Theory**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [3] WALTERS, Peter. **An Introduction to Ergodic Theory**. New York: Springer, 1982.
- [4] UFFINK, Jos. Compendium of the foundations of classical statistical physics. In: BUTTERFIELD, Jeremy; EARMAN, John (ed.). **Philosophy of Physics**. Amsterdam: Elsevier, 2007. p. 923-1074.
- [5] CLIMENHAGA, Vaughn; PESIN, Yakov; ZELEROWICZ, Agnieszka. Equilibrium measures for some partially hyperbolic systems. **Journal of Modern Dynamics**, v. 16, p. 155-205, 2020. DOI: 10.3934/jmd.2020006.

⁶⁷e-mail: phsouza0155@gmail.com

Aspectos geométricos da dinâmica do espaço-tempo superfluido efetivo

Rodrigo Francisco dos Santos ⁶⁸

Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro

Colegio Estadual Jardim Meriti

São João de Meriti, Brazil

Resumo

Introduzimos uma pequena discrepância espacial dependente da velocidade $\Delta x'(v)$ nas geodésicas de Minkowski, sujeita a restrições causais motivadas por perturbações do índice de refração. Essa deformação mínima restringe naturalmente a cinemática ao domínio limitado $V < v < c$, onde V é uma velocidade crítica inferior análoga à velocidade crítica de Landau em superfluidos. A estrutura resultante produz uma geometria óptica disformal efetiva que possui uma estrutura causal recíproca (infravermelho–ultravioleta).

Empregando o formalismo ADM 3+1 com observadores de Einstein–Euler, identificamos o referencial preferencial S_V e derivamos a função de lapso e o vetor de deslocamento associados. A foliação resultante é não integrável, violando o teorema de Frobenius. Essa não integrabilidade induz uma equação do tipo Euler para o covetor de deslocamento, codificando um comportamento semelhante à vorticidade e um efeito persistente do tipo Sagnac mesmo no limite $v \rightarrow V$. Nesse regime, a geometria adquire uma estrutura granular residual sobreposta ao fundo de Minkowski, remanescente do núcleo de um vórtice.

Calculamos a forma explícita da métrica disformal e analisamos suas propriedades geométricas, incluindo a propagação anisotrópica do sinal governada por uma equação de onda do tipo telegráfico. A regularidade e o comportamento limite da geometria próximo à velocidade crítica V também são discutidos.

A presente abordagem estabelece uma ponte geométrica entre os modelos ópticos analógicos da gravidade e a dinâmica efetiva dos superfluidos, oferecendo novos insights sobre a interação entre causalidade, não-integrabilidade e vorticidade em geometrias relativísticas.

⁶⁸e-mail: santosst1@gmail.com

Optimal gradient estimates for quasilinear elliptic models of p -Laplacian type via blow-up procedure

Luis Carlos Urbiñes Suarez⁶⁹

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.
UNICAMP
Campinas, Brazil

João Vitor da Silva⁷⁰

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.
UNICAMP
Campinas, Brazil

Resumo

In this work, we establish optimal interior regularity and quantitative estimates for planar weak solutions to a class of quasilinear elliptic equations of p -Laplacian type with a field term and integrability assumptions on the source term. More precisely, we study solutions to

$$-\operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2}\nabla u) = f(x) + \operatorname{div} F \quad \text{in } B_1 \subset \mathbb{R}^2, \quad (1)$$

in the degenerate regime $p > 2$, in connection with the planar regularity theory for p -harmonic and p -Poisson equations.

Our main result shows that the gradient of the solution is Hölder continuous with the optimal exponent, determined precisely by the interplay between the integrability of the scalar source term f and the Hölder regularity of the field term F . The approach is based on a blow-up procedure, combined with *a priori* estimates and Liouville-type rigidity arguments, which allow us to capture the natural scaling of the problem and identify the critical regularity exponent, in the spirit of optimal $C^{1,\alpha}$ estimates for quasilinear elliptic equations and recent developments on sharp planar regularity via *a priori* estimates.

In particular, in the absence of the field term, we recover exactly the optimal exponent predicted by the scaling of the equation and the regularity of the data. The result thus provides a quantitative formulation of optimal regularity for planar p -Laplacian-type models with integrability assumptions on the source term.

Referências

- [1] G. da Silva, *A new proof of the $C^{p'}$ -conjecture in the plane via a priori estimates*, Journal of Differential Equations 460 (2026), 114058.
- [2] D. J. Araújo and L. Zhang, *Optimal $C^{1,\alpha}$ estimates for a class of elliptic quasilinear equations*, Communications in Contemporary Mathematics **22** (2020), no. 5, 1950014. DOI: 10.1142/S0219199719500147.
- [3] D. J. Araújo, E. V. Teixeira, J. M. Urbano, *A proof of the $C^{p'}$ -regularity conjecture in the plane*, Advances in Mathematics 316 (2017), 541–553.

⁶⁹e-mail: 1168179@dac.unicamp.br

⁷⁰e-mail: jdasilva@unicamp.br

- [4] X. Wang and F. Yao, *Optimal $C^{1,\alpha}$ regularity for quasilinear elliptic equations with Orlicz growth*, Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ., 2025, no. 57, 1–18, 2025. doi:10.14232/ejqtde.2025.1.57.
- [5] E. Lindgren, P. Lindqvist, *Regularity of the p -Poisson equation in the plane*, Journal d'Analyse Mathématique 132 (2017), 217–228.
- [6] E. Giusti, *Direct Methods in the Calculus of Variations*, World Scientific Publishing, River Edge, NJ, 2003.
- [7] L. C. Evans, *A new proof of local $C^{1,\alpha}$ regularity for solutions of certain degenerate elliptic PDE*, Journal of Differential Equations 45 (1982), 356–373.
- [8] D. Gilbarg, N. S. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, Springer.

A Construção dos Conjuntos Numéricos: uma abordagem axiomática com comentários históricos

Carlos Victor Gomes Teixeira⁷¹

Departamento de Matemática
Universidade Federal do Espírito Santo
Vitória, Brasil

Resumo

A construção dos conjuntos numéricos constitui um tema fundamental dos fundamentos da Matemática. Partindo dos axiomas de Peano para os números naturais, é possível desenvolver rigorosamente conjuntos numéricos cada vez mais abrangentes. Os números inteiros e racionais podem ser construídos por meio de classes de equivalência, enquanto os números reais surgem da necessidade de representar grandezas que não podem ser descritas apenas por números racionais.

O objetivo deste pôster é apresentar a construção axiomática dos conjuntos $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$ a partir de $\mathbb{N}$, destacando as motivações matemáticas envolvidas em cada etapa e as principais ideias utilizadas em suas construções. Como complemento, será abordado brevemente o contexto histórico associado ao surgimento desses conjuntos e à ampliação do conceito de número.

Referências

- [1] FERREIRA, Jamil. *A Construção dos Números*. Rio de Janeiro: SBM 2022.
- [2] SCHWARTZ, Randy K., *A Classic from China: The Nine Chapters - Numbers and Units*, texto disponível em <https://old.maa.org/press/periodicals/convergence/a-classic-from-china-the-nine-chapters-numbers-and-units>
- [3] SILVA, A. C. G. A.; SILVA, B. L. O. da. *A origem e a evolução dos números: uma breve história*. 2021. Artigo – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, Pesqueira, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ifpe.edu.br/xmlui/handle/123456789/990>.

⁷¹e-mail: carlos.v.teixeira@edu.ufes.br

Mesas-redondas

1 Educação Matemática, Inclusão, Justiça Social e Formação de Professores

Gisela Maria da Fonseca Pinto (UFRRJ), Denner Dias Barros (USP), Rodrigo Cardoso dos Santos (UFRJ) – Mediador

Data e horário: 02/10/2026 de 14h até 16h30.

Objetivo

A presente mesa-redonda propõe um espaço de reflexão crítica e compartilhamento de saberes sobre a articulação entre a Educação Matemática, a inclusão escolar, a justiça social e os processos de formação docente na Região Sudeste. Diante de cenários marcados por profundas desigualdades socioeconômicas e barreiras de acessibilidade, o ensino de Matemática precisa ser discutido não apenas como componente curricular técnico, mas como ferramenta política e social de emancipação. A mesa objetiva debater como as licenciaturas e a formação continuada no Sudeste têm preparado os professores para atuar em salas de aula, integrando as discussões provenientes da Educação Matemática Crítica e da Etnomatemática. Busca-se, assim, fomentar o diálogo entre pesquisadores, formadores e professores da Educação Básica para desenhar caminhos que promovam a equidade, uma aprendizagem democrática, inclusiva e socialmente justa.

2 Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Data e horário: 29/09/2026 de 17h até 19h.

Objetivo

Os anos iniciais do ensino fundamental (1º ao 5º ano) constituem uma etapa decisiva para a formação matemática dos estudantes. Por sua complexidade, a elaboração de políticas curriculares para essa etapa escolar demanda a participação de profissionais de diversas áreas. Esta mesa redonda tem como objetivo debater projetos para a educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, construídos a partir da colaboração entre matemáticos, educadores e educadores matemáticos. O debate contará com a participação de representantes de sociedades científicas dessas áreas: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Educação (ANPEd), Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica (ANPMat), Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC).