Avaliação Final - MA14 - 2015.1

Questão 01 **[2,00 pts ::: (a)=1,00; (b)=1,00]**

(a) Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{N}$. Mostre que $a - b$ divide $a^n - b^n$.

(b) Seja n um número natural. Mostre que, se $2^n - 1$ é primo então n é primo.

Questão 02 **[2,00 pts ::: (a)=1,00; (b)=1,00]**

(a) Mostre que se n é um número ímpar, então $1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) \equiv 0 (\operatorname{mod} n)$.

(b) Mostre que se n é um número par, então $1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) \not\equiv 0 (\operatorname{mod} n)$.

Questão 03 **[2,00 pts]**

Um palíndromo é um número que, escrito da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita, o resultado é o mesmo (por exemplo, 373 e 521125 são palíndromos). Prove que todo palíndromo com um número par de algarismos é divísivel por 11.

Questão 04 **[2,00 pts]**

Se $p > 3$ e os números p e $p + 2$ são primos, mostre que $12 \mid 2p + 2$.

Questão 05 **[2,00 pts ::: (a)=1,00; (b)=1,00]**

Seja $m > 1$ um número inteiro.

(a) Mostre que um elemento $[a] \in \mathbb{Z}_m$ é invertível se, e somente se, $(a, m) = 1$.

(b) Mostre que o anel $\mathbb{Z}_m$ é corpo se, e somente se, m é primo.