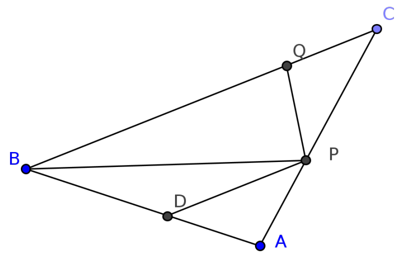
MA13 – Geometria – AVF – 2014

Questão 1 [2,0 pt]

Na figura, $AB \equiv AC$ e a bissetriz interna traçada de B intersecta o lado AC em P de forma que $\overline{AP}+\overline{BP} = \overline{BC}$. Os pontos Q e D são tomados de forma que $BQ \equiv BP$ e PD é paralelo a BC.



(a) Mostre que os triângulos CQP e PAD são congruentes.

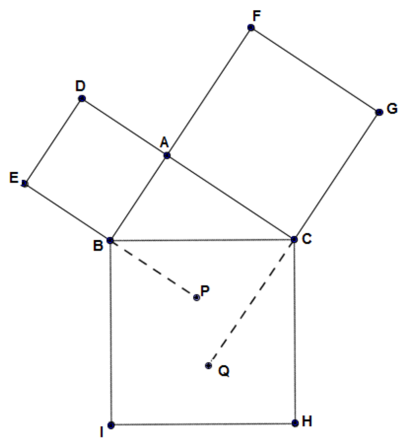
(b) Determine as medidas dos ângulos do triângulo ABC.

Questão 2 [2,0 pt]

Prove que se um trapézio isósceles tem os lados congruentes com comprimento a, os lados paralelos com comprimentos b e c, e diagonais com comprimento d, então $d^2 = a^2 + bc$.

Questão 3 [2,0 pt]

Na figura abaixo o triângulo ABC é retângulo em A. Os quadriláteros $ABED$ e $ACGF$ são quadrados. Estendemos EB até P, de tal modo que $EB \equiv BP$. Estendemos GC até Q, de tal modo que $GC \equiv CQ$.



(a) Prove que o triângulo ABC é congruente ao triângulo PBI e que o triângulo BQC é congruente ao triângulo HPI.

(b) Prove que a área do triângulo BPC é a metade da área do quadrado $ABED$.

(c) Prove que a área do triângulo BQC é a metade da área do quadrado $ACGF$.

(d) Demonstre que $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ (Teorema de Pitágoras).

Questão 4 **[2,0 pt]**

Um tetraedro regular é cortado por um plano paralelo a duas arestas, de tal forma que a seção seja um paralelogramo.

(a) Descreva a posição do plano de forma que a seção seja um losango e calcule, em função de a, o lado desse losango.

(b) Determine, em função da medida a da aresta, a medida do lado do paralelogramo de área máxima assim obtido.

Questão 5 **[2,0 pt]**

Sejam x, y e z os volumes gerados por um triângulo ABC, retângulo em A, girando sucessivamente em torno de seus lados BC, CA e AB. Prove que

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$$