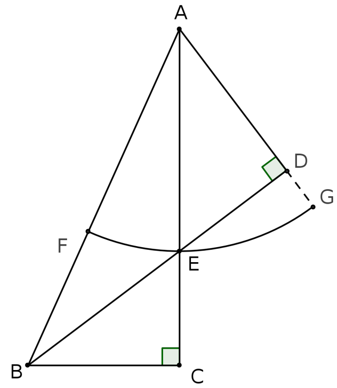
MA13 – Geometria – AV2 – 2014

Questão 1 [2,0 pt]

Na figura a seguir temos que $\angle BAC = x/2$, $\angle BAD = y/2$, medidos em radianos, e $\overline{AB} = 2$.



Com base nessas informações:

(a) Expresse a área dos triângulos ABC e ABD como funções de x e y.

(b) Mostre que

$$\frac{\text{Área }(ABD)}{\text{Área }(ABC)} < 1 + \frac{\text{Área }(AED)}{\text{Área }(ABE)}.$$

(c) Mostre que para $0 < x < y < \pi/2$ vale

$$\frac{\sin(x)}{x} > \frac{\sin(y)}{y}.$$

Questão 2 [2,0 pt]

Considere três retas r, s e t do espaço tais que qualquer plano seja concorrente a pelo menos uma destas retas. Considere ainda um poliedro tal que

- todas as suas faces são quadriláteros;
- cada uma de suas arestas é paralela a alguma das retas r, s ou t; e

Prove que todas as faces deste poliedro são paralelogramos.

Questão 3 [2,0 pt]

Sabendo que a diagonal de um pentágono regular mede $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ de seu lado, determine o cosseno do ângulo entre duas faces adjacentes de um icosaedro regular.

Questão 4 [2,0 pt]

Um poliedro convexo tem exatamente 3 faces triangulares, 1 face quadrangular, 1 face pentagonal e 2 faces hexagonais. Obtenha:

(a) O número total de vértices, faces e arestas do poliedro.

(b) O número de diagonais do poliedro

(c) A soma dos ângulos internos de todas as faces.

Questão 5 [2,0 pt]

O sólido da figura é limitado pelo triângulo ABC, pela lateral de um cone de vértice A e por um segmento circular de centro O. Sabe-se que O é a projeção ortogonal de A sobre o plano que contém o círculo representado, que o ângulo $B\hat{O}C$ é reto e que $\overline{OA} = 6$cm e $\overline{OB} = 3$cm. Determine o volume do sólido.