

Questão 01 [2,00 pts]

Em um quadrilátero convexo $ABCD$, prove que

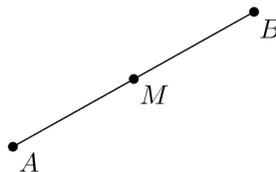
$$\overline{MN} \leq \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2},$$

onde M e N são os pontos médios dos lados BC e AD , respectivamente.

Sugestão: Utilize o ponto médio da diagonal AC .

Questão 02 [2,00 pts]

Na figura, M é ponto médio de AB .



r

Descreva a construção com régua e compasso da circunferência \mathcal{C} , tangente à reta r e ao segmento AB , e tal que M seja o ponto de tangência de \mathcal{C} com AB .

Questão 03 [2,00 pts]

Em um triângulo ABC de incentro I , sejam E e F pontos sobre AC tais que \overrightarrow{BE} é bissetriz de $\angle ABC$ e \overrightarrow{BF} é bissetriz de $\angle EBC$. Se $\angle BAC$ mede 60° e FI é paralelo a BC , determine as medidas dos ângulos $\angle ABC$ e $\angle ACB$.

Dica: Procure uma relação entre os triângulos ABI e AFI .

Questão 04 [2,00 pts]

Em um trapézio de bases AB e CD , com $\overline{AB} > \overline{CD}$, traça-se por B uma reta paralela à diagonal AC que encontra o prolongamento de AD em E . Sendo P o ponto de encontro dos prolongamentos dos lados AD e BC , determine \overline{PA} em função apenas de \overline{PD} e \overline{PE} .

Questão 05 [2,00 pts]

Seja P um ponto sobre a diagonal AC do quadrado $ABCD$. Prove que \overline{PA}^2 , \overline{PB}^2 , \overline{PC}^2 estão, nesta ordem, em progressão aritmética.