Avaliação 1 - MA12 - 2015.1

Questão 01 **[2,0 pts]**

Os números harmônicos H_j são definidos por

$$H_j = \sum_{k=1}^{j} \frac{1}{k}, \text{para} \quad j \geqslant 1.$$

Mostre, por indução em n, que $H_{2^n} \geqslant 1 + \dfrac{n}{2}$, para todo $n \geqslant 0$.

Questão 02 **[2,0 pts]**

(a) Os lados de um triângulo retângulo formam uma progressão geométrica crescente. Determine a razão dessa progressão.

(b) Os lados de um triângulo estão em progressão geométrica. Entre que valores pode variar a razão?

Questão 03 **[2,0 pts]**

Considere a_n a quantidade de sequências de n termos, todos pertencentes a $\{0, 1\}$, que não possuem dois termos consecutivos iguais a 0.

(a) Determine a_1 e a_2.

(b) Encontre uma relação de recorrência de segunda ordem para a sequência a_n.

(c) Resolva a equação do item (b), usando o item(a), para obter uma expressão de a_n que dependa apenas de n.

Questão 04 **[2,0 pts]**

Determine as taxas efetivas anuais equivalentes a:

(a) 24% ao ano, com capitalização semestral.

(b) 40% ao ano, com capitalização trimestral.

(c) i ao ano, capitalizado k vezes ao ano.

Questão 05 **[2,0 pts]**

Mostre que (a_n) é uma progressão aritmética se, e somente se, existirem números reais A e B tais que

$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = An^2 + Bn$, para todo n inteiro positivo.