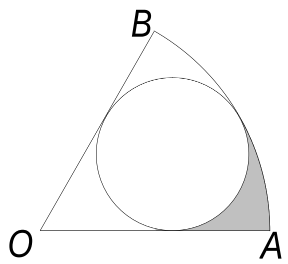
NOME: ____

Questão 1. *(pontuação: 2)*

No setor AOB de centro O, raio $OA = 3$ e ângulo $AOB = 60^o$ está inscrita uma circunferência como mostra a figura.

a) Calcule o raio dessa circunferência.

b) Calcule a área da região sombreada.



Questão 2. *(pontuação: 2)*

O Teorema das Três Perpendiculares tem o seguinte enunciado:

"A reta r é perpendicular ao plano α no ponto A. A reta s está contida em α e não passa por A. O ponto B da reta s é tal que AB é perpendicular a s. Então, se P é qualquer ponto de r, PB é perpendicular a s."

a) Faça uma figura que descreva o enunciado do Teorema.

b) Demonstre o Teorema.

Questão 3. *(pontuação: 2)*

Em um cubo, $ABCD$ e $EFGH$ são faces opostas e AE, BF, CG e DH são arestas paralelas. Sejam M e N os pontos médios das arestas BC e DH, respectivamente.

a) Se a aresta do cubo mede 2, calcule a distância entre os pontos M e N.

b) Calcule o cosseno do ângulo entre as retas AB e NM.

Questão 4. *(pontuação: 2)*

O trapézio $ABCD$ tem bases AB e CD. A altura do trapézio mede 8. As bases medem $AB = 10$ e $CD = 6$. As diagonais AC e BD do trapézio dividiram o trapézio em quatro triângulos. Calcule as áreas dos quatro triângulos em que o trapézio ficou dividido.

Questão 5. *(pontuação: 2)*

No cubo $ABCDA'B'C'D'$ de aresta a, os pontos M, N, P e Q são médios das arestas $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$ e $A'D'$, respectivamente. Foram feitas as seções pelos planos AMQ, BNM, CPN e DQP. Retirando-se os quatro tetraedros formados, resultou o poliedro **P** com vértices em A, B, C, D, M, N, P e Q, como ilustrado na Figura 1. O poliedro **P** possui duas bases paralelas e faces laterais triangulares. Ele é um *prismatóide*.

a) Calcule o volume do poliedro **P** em função de a.

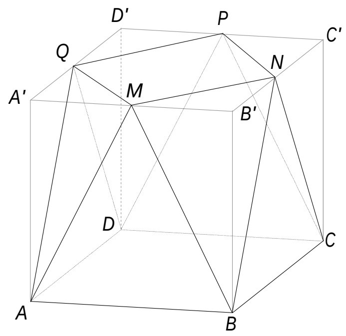


Figura 1

Observe agora a Figura 2; pelo ponto médio X da aresta AA' foi traçado um plano paralelo à face $ABCD$ que determinou em **P** uma seção octogonal. A forma dessa seção equidistante das bases do poliedro **P**, que é chamada se seção média, está ilustrada na Figura 3.

No poliedro **P**, representaremos a área da base $ABCD$ por S, a área da base $MNPQ$ por s, a área da seção média por S_m e a distância entre as bases por h.

b) Calcule a área da seção média e calcule o volume de **P** usando a fórmula do volume dos prismatóides:
$V = \frac{h}{6}(S + s + 4S_m)$.

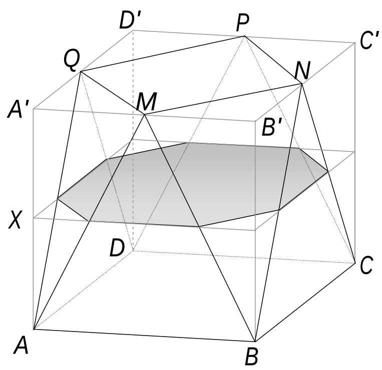


Figura 2

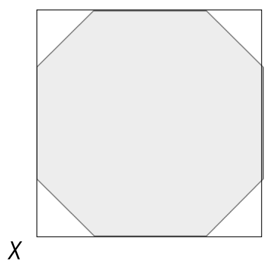


Figura 3