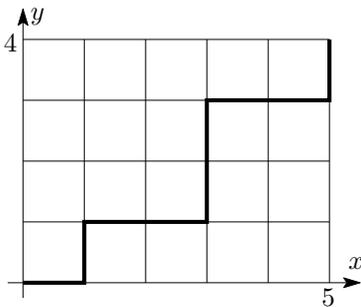


Questão 1.

Considere os caminhos no plano iniciados no ponto $(0,0)$ com deslocamentos paralelos aos eixos coordenados, sempre de uma unidade e no sentido positivo dos eixos x e y (não se descarta a possibilidade de dois movimentos unitários seguidos na mesma direção, ver ilustração mostrando um caminho que termina em $(5,4)$).



(1,0) (a) Explique por que o número de caminhos que terminam no ponto (m,n) é C_{m+n}^m .

(1,0) (b) Quantos são os caminhos que terminam no ponto $(8,7)$, passam por $(2,3)$ mas não passam por $(5,4)$?

Questão 2.

Os professores de seis disciplinas (entre as quais Português e Matemática) devem escolher um dia, de segunda a sexta, de uma única semana para a realização da prova de sua disciplina. Suponha que cada professor escolha o seu dia de prova ao acaso, sem combinar com os demais professores.

(1,0) (a) Qual é a probabilidade de que as provas de Português e Matemática sejam realizada no mesmo dia?

(1,0) (b) Qual é a probabilidade de que os alunos façam provas em todos os dias da semana?

Questão 3.

Em um jogo, uma moeda honesta é jogada seguidamente. Cada vez que sai cara, o jogador ganha 1 real; cada vez que sai coroa, o jogador ganha 2 reais. O jogo termina quando o jogador tiver acumulado 4 ou mais reais.

(0,5) (a) Qual é a probabilidade de que o jogador ganhe exatamente 4 reais?

(0,5) (b) Qual é a probabilidade de que no último lançamento saia cara?

(1,0) (c) Dado que o jogador ganhou exatamente 4 reais, qual é a probabilidade de que tenha saído cara no último lançamento?

Questão 4.

Uma prova de concurso é formada por questões de múltipla escolha, com 4 alternativas por questão. Admita que nenhum candidato deixe questões sem responder.

- (1,0) (a) Qual é o número mínimo de candidatos para que seja possível garantir que pelo menos 3 deles darão exatamente as mesmas respostas nas 5 primeiras questões?
- (1,0) (b) Qual é o valor máximo de n para o qual é possível garantir que, em um concurso com 1000 candidatos, pelo menos 2 darão as mesmas respostas nas primeiras n questões?

Questão 5.

Uma caixa retangular sem tampa tem arestas medindo x , y e z (veja figura, onde as linhas tracejadas indicam segmentos de arestas obstruídos por alguma face).

- (0,5) (a) Exprima a área e o volume da caixa em função de x , y e z .
- (1,0) (b) Use a desigualdade das médias para mostrar que, se o volume da caixa é igual a 32, então sua área é maior ou igual a 48.
- (0,5) (c) Determine as medidas das arestas da caixa de área mínima com volume igual a 32.

