MA13 - Avaliação 1 - 2º semestre de 2013

NOME: ____

Questão 1. *(pontuação: 2)*

$ABCDE$ é um pentágono regular e ABF é um triângulo equilátero interior ao pentágono. Calcule os ângulos internos do triângulo AFC.

Questão 2. *(pontuação: 2)*

No triângulo ABC tem-se $AB = c$, $BC = a$ e $AC = b$. A semirreta AD ($D \in BC$) é bissetriz do ângulo BAC e o ponto I é o incentro do triângulo.

a) *(1,0)* Calcule a razão $\dfrac{IA}{ID}$ em função dos lados a, b e c.

b) *(1,0)* Sendo G o baricentro de ABC mostre que, se IG é paralelo a BC, então $a = \dfrac{b+c}{2}$.

Questão 3. *(pontuação: 2)*

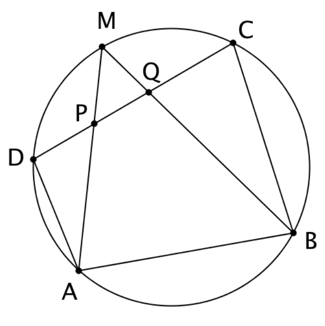
No triângulo acutângulo ABC tem-se $AB = x - 1$, $BC = x$ e $AC = x + 1$.

a) *(1,0)* Determine todos os valores possíveis de x para que exista um triângulo nas condições descritas acima.

b) *(1,0)* Seja D o ponto do lado BC tal que $AB = AD$. Calcule o comprimento do segmento DC.

Questão 4. *(pontuação: 2)*

O quadrilátero $ABCD$ está inscrito em uma circunferência. Seja M o ponto médio do arco CD como mostra a figura. Os segmentos MA e MB cortam o lado CD em P e Q, respectivamente.



a) *(1,0)* Mostre que o quadrilátero $ABQP$ é inscritível.

b) *(1,0)* Mostre que os ângulos DAQ e PBC são iguais.

Questão 5. *(pontuação: 2)*

Considere um triângulo ABC inscrito em uma circunferência de centro O. Os pontos D e E das retas BC e AC, respectivamente, são tais que AD é perpendicular a BC e BE é perpendicular a AC. As retas AD e BE cortam-se em H. Sejam M, N e P os pontos médios dos segmentos AC, AH e AB, respectivamente.

a) *(1,0)* Mostre que $OMNP$ é um paralelogramo.

b) *(1,0)* Mostre que em um triângulo qualquer, a distância do ortocentro a um vértice é o dobro da distância do circuncentro ao lado oposto.